

51001

~~4676.4.~~

VI M

51001

MAGYAR

3

AKADÉMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATEMATIKAI
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLYOK
KÖZLÖNYE.



AZ AKADÉMIA RENDELETÉBŐL

SZERKESZTI

GYÖRY SÁNDOR

AKAD. R. TAG.

HATODIK KÖTET.



PEST,

EGGENBERGER FERDINÁND MAGYAR AKAD. KÖNYVÁRUSNÁL.

1865.

No IV - 5757
3



PEST,

NYOMATOTT EMICH GUSZTÁV MAGY. AKAD. NYOMDÁSNÁL.

1865.

MAGYAR
AKADÉMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATHEMATIKAI,
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI

OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

VI. KÖTET.

1865.

I. SZÁM.

AZ ÚJ ELEMZŐ MÉRTAN
TÖRTÉNETI FEJLŐDÉSE S ALAPVONALAI
ÖSSZEFÜGGÉSBEN DESCARTES RENDSZERÉVEL.

Székfoglalóul olvasta November 28-kán 1864.

CORZAN-AVENDANO GÁBOR,

A MAGYAR TUD. AKADÉMIA LEV. TAGJA.

(Egy tábla rajzzal.)

— — — — —

Azon igazságok közé, melyeket az újabb kor felfedezett s tudományosan megalapított, tartozik azon elv is, hogy mialatt az anyag terén körfolyam uralkodik, a szellemi élet a mindig előre haladó fejlődés törvényét követi. Ez utóbbiban nincs elmaradás, s minden megállapodás is csak látszólagos, s valódiilag nem egyéb, mint az erők összpontulása, melynek következménye rendesen új és rögtöni lendület a haladás véghetetlen pályáján. A történet mutatja, hogy ha egyesek vagy egész népek is a mivelődés körén kívül maradnak is, az összes emberi nem általában véve mégis folyvást halad előre a tökéletesedés azon végcélja felé, a mely minden elért fokkal mindig magasabbra száll.

Ha pedig a szellemi élet ezen fejlődését tekintjük, a

mint az különböző irányokban, a történet, irodalom, tudomány, társadalom és államélet terén mutatkozik, kénytelenek vagyunk — mint Humboldt Vilmos igen helyesen megjegyzi — a fejlődés lánczát képező egyes szemek összefüggési módjára nézve két mozzanatot megkülönböztetni. A szellem nem halad csupán egyenes, folytonos irányban, úgy hogy az egyik mozzanat a másikból származnék, és az, a mi már megtörtént, alapját képezné annak, a mi később bekövetkezett; hanem ezen nyugalmasnak látszó folyamat közepette olykor-olykor véletlenül új mozgalom támad; új és hatalmas lökés. A szellem önmagából merít nagyobb teremtő erőt, mi által a csendes, inkább csak erőművi fejlődés nemcsak siettetik, hanem egészen új, magasabb lendületet nyer. Az ilyen, rögtön bekövetkezni szokott fellobbanások rendszeren egyes lángeszű főkből erednek, és a népszellem minden nyilatkozási formáiban mély nyomokat hagynak hátra. De ebből nem következik, hogy a lángész semmi összefüggésben nincs a nép elért szellemi fokával. Mert a lángész nem egyéb, mint általános népszellemnek fellobbanása, bár fokozott — mert *egy* egyénben összpontosult — alakban. A lángész teremtetleg hat ugyan, s oly magasra száll, mint azt előbb alig lehetett sejteni: de ezen röptét is csak azon álláspontból veszi, a melyet már addig a népszellem ért el; a fejlődés közepette támadván, csak a szellem általános haladásának megfelelőleg működik, annak örök törvényei szerint. A lángész is ugyanazon népszellemben gyökerezik, a melyet magával tovább ragad, csak azon alapot lángítja fel, a melyen maga meggyuladt. A lángész csak kifejezést kölcsönöz annak, a mit mindnyájan sejtene, s ha gondolja is, még sem teszi a kort azzá, a mi, hanem megfordítva, ő korának szüleménye, kifolyása.

Ezen gondolatsorokat nem czáfolja meg azon tapasztalás, hogy gyakran oly eszmék is keletkeznek egyesekben, melyeknek felfogására a kor — mint mondják — még nem eléggé érett; mely esetben az eszmék hatás nélkül maradván, lassanként feledésbe mennek. De az eszmét nem lehet megsemmisíteni, mert az, ha mindjárt egy időre hatterbe szorítatik is, nem sokára megújult erővel ismét fellép; míg végre minden megtámadás, sőt üldözés daczára is kivívja magának

azon diadalt, a mely azután az emberi műveltségtörténet egyik fénypontját képezi.

Mind ennek példáit látjuk azon tudomány történetében is, a melyet mennyiségtannak nevezünk. Emlékezzünk csak a *csillagalaku sokszögekre*. Legelőször Pythagoras iskolája fordította figyelmét reájuk. Ezután 10 századon át feledésbe mentek, és csak Boëtius mértanában találkozunk megint a csillagalaku ötszöggel. A következő 6 század alatt ismét feledésnek indult, és csak Campanus volt az, ki ezen elméletet újra tárgyalta. Egy századdal később keletkezett belőle a kiszökő (ausspringend) sokszögek tana. De csak két századdal ezután Kepler nagy híré neve és munkálatai látszának ezen elméletnek fontos és állandó szerepet kölcsönözni. Mindamellett még két századig nem foglalkoztak vele, és csak az újkor elemző vizsgálatai hozták megint emlékezetbe, és ragadták ki a feledékenység örvényéből, az által, hogy a közönséges sokszögek elméletével egybekötötték.

A legelső érzéki szemlélettel közvetlenül vannak adva a *számalak* és *cselekvőség* (Thätigkeiten) fogalmainak elemei, de igen sok időbe került, míg az emberiség az elvont fogalmakig fölemelkedhetett. Leghamarabb a szám vált el a tárgytól, mivel minden dolgokra különbség nélkül alkalmaztatott. Sokkal nagyobb műveltségi fok kívántatott arra, hogy az alak választassék el a tartalomtól, és ettől különállónak tekintessék. A tiszta cselekvés felfogása a legnehezebb volt, és azért legkésőbbben is fejlődött.

A mennyire történelmi adataink terjednek, a legrégebb műveltségi állapotokat Egyiptomban találjuk. Innen terjedt az első műveltség egyrészt Indiába, másrészt Görögországba. Ezen országokban fejlődtek ki a műveltség és tudomány első csirái, nagyon különbözőleg egymástól ugyan, de mégis sokkal magasabbra, mint az előbbi kulturai mozgalmak akár-melyike.

A szellemi fejlődés ezen első stadiumában az indusok ügyekezete a számtan állapítására s kifejtésére volt irányozva. Náluk a mértan egészen háttérbe szorítottatott. Számtanuk sem gyakorlati, sem pedig elméleti tekintetben a mostaninál sokkal hátrább nem állott. A számítások egész- és törtszá-

mokkal ugyanazon világosság-, egyszerűség- és könnyűséggel vitettek véghez, mint nálunk. Ők hoztak be először a számtanba kielégítő megjelölési módot. A határozatlan egyenletek legszebb részét képezik az ind mennyiségtannak. Ismerték ezeknek feloldását egész számokban, ép úgy, mint ez Európában a XVII-ik században újonnan feltaláltatott.

Ha a görögök mennyiségtanát tekintjük, észreveszszük, hogy ennek iránya az indusokéval homlokegyenest ellenkezett. A görögök iránya túlnyomólag mértani volt, és ámbár az aegyptusi felfogást ők is elsajátították, náluk mégis az alak lépett előtérbe. A mennyiséget általában csak mint térmenyiséget fogták fel, s ennél fogva csak a mértan fejlődhetett ki náluk. A számtan csak a mértannak egy részét képezte, mert a számtani tételeket is mértanilag fogták fel. Ezen viszonyok arról tanuskodnak, hogy a görögök világosság és határozottság után törekedtek, és azért mindent érzékileg szemlélhető alakban igyekeztek feltüntetni. De ámbár a görögök iránya szorosan mértani volt, mégis mindjárt *Euklid* fellépése után oly tüneményt veszünk észre, mely ez óta mindig szerepelt, és mely a mennyiségtan gyakorlati alkalmazására nézve igen nagy horderejű volt; értjük a mértannak összeköttetését a számtannal. Ezen újítást *Archimedes*nek (287. Kr. e. Syracusban) köszönjük. Ő volt az első, ki a vonalakat számok által fejezte ki, vagyis ki mértani célokra betűszámtani számításokat használt. —

Archimedes után nem kevésbbé jelentékeny matematikus vagyis jobban mondva *geometra* következett, t. i. Pergai *Apollonius* (született Pamphiliában 247. Kr. e., kiképeztetését Alexandriában nyerte). Munkái még 18 századdal utána oly tevékenységet idéztek elő, melynek folytán számos új tétel derítettetett vagy fedeztetett fel. Az ötödik könyv legjobb bizonyítéka az Apollonius lángeszének. Itt találjuk az első vizsgálatokat a legnagyobb (maximum) és legkisebb (minimum) mennyiség fölött. Megtaláljuk benne majdnem mindazt, a mit erről az újabb elemzési módszerek tanítanak, és egyszersmind megismerjük benne az *elemző mértan* elméletének első csiráit.

Habár tehát a görög mennyiségtan fejlődésének mene-

téből eléggé kitetszik, hogy a görögök figyelmüket főleg csak a mértanra irányozták, mindazonáltal már Apollonius azon törekvése, mely szerint a görög számjelölést javítani és bővíteni igyekezett, mutatja, hogy a számtan fontosságát a mértanra nézve felfogta vagy legalább sejtette; daczára annak, hogy még ő is szorosan ragaszkodott a görög irányhoz.

Három századdal Apollonius után *Ptolomaeus* (125. körül Kr. szül. után) irt egy könyvet a testek három kiterjedéséről, a miből látjuk, hogy ő volt az első, ki három épszögű tengelyről szólt, melyre az elemző mértan valamely pontnak fekvését a térben vonatkoztatja.

A görögök és indusok ezen kettős irányát egybesítették az arabok az Euphrat vidékén. Náluk találjuk a szám- és mértan egybeköttetésének első kezdeményeit, és az arabok feladata épen az volt, hogy ezen egybeköttetést bővebben kifejtsek.

A mondottak bebizonyításául szolgáljon *Hassan ben Hassan ben Heithem* (meghalt Kairóban 1038.) a mennyiségtan történelmére nézve oly fontos munkája. Hassan egy könyvben, mely a mértani helyekről szól, maga mondja, hogy módszere egészen új. Némelyek a fekvés mértanának (*Geometrie der Lage*) kezdeményeit nála vélték feltalálhatni; ez azonban helytelennek látszik. Mert szigorubb vizsgálat után kiűnik, hogy a benne foglalt tételek Euklid *Datainak* utánzásai.

Az arabok nagy jelentősége a mennyiségtanra nézve tehát kevésbbé fekszik azon új tanokban, melyeket ők felállítottak, mint inkább abban, hogy a görögök és indusok irányait egyesítették, és ezeket így egyesítve reánk átszállították.

A mennyiségtan egyesített irányának ezen átültetése egy idegen földre nagy haladás volt, mert e nélkül mindaz, a mi azóta ezen a téren történt, a két irány egyikének, sőt mindkettejének alapján sem lett volna lehetséges. De a reánk jutott vegyület mind azzal, a mi idők folytán hozzá járult, oly fejlődésnek lett csirája, mely a legszerencsésebb eredményekhez vezetett.

Ekkép a görög és ind tudomány a nyugaton új hazát

talált, és az arabok által egyesített két eszmekör idegen földön és új erőkkel kezdette küzdelmeit.

Ezer esztendő óta szükségelték a görögök mennyiségtanuk kifejtésére, és még egy évezred volt szükséges arra, hogy a nyugat ezen tudományt egész teljével magának ismét megszerezze. Ezen korszak első felében azon voltak a matematikusok, hogy a latin írókból a görög tudomány csekély maradékait elsajátítsák magoknak; a második felét pedig az jellemzi, hogy az arabok befolyása folytán a görög-ind tudományt befogadták. Ama nagy felfedezések a mennyiségtan terén, melyeket az ó-kor tenni hivatva volt, ez időben véget értek.

Ezen időponttól kezdve önálló és eredeti írőkkel nem találkozunk, hanem csak olyanokkal, kik a régi írók találmányait újra felélesztették vagy azokat magyarázták. Ezek közt első helyet foglal el *Pappus*. Ez a (Kr. u.) IV. század felé mennyiségtani gyűjteményekben a legjelesebb matematikusok elszórt találmányait állítja össze. Ezen gyűjteményekben — a régi tudósok legbecsesebb emlékében — oly elméletekkel is találkozunk, melyek most az átmetszők elméletéhez (*Theorie der Transversalen*) tartoznak, és melyek közül többen az összhangzó aránylatra (*harmonische Proportion*) vonatkoznak. Ezen ismeretes mértani tantétet, hogy t. i., ha négy egyenes vonal egy ponton megy keresztül, azaz: ha ezen vonalak *sugár-kévé*t (*Strahlenbündel*) képeznek, akkor akármely átmetsző (*Transversale*) ezen kévét változatlan viszonyban vágja *), *Pappus* művének 7-ik könyvében találjuk.

*) Ezen tantét lehozatala a következő: Legyenek (1. ábra) KM, KN, KP, KQ oly egyenes vonalak, melyek egymást K pontban metszik. QM továbbá valamely tetszőszerinti átmetsző; végre KR azon függőleges, mely a közös K pontból az átmetszőre bocsáttatik. Ekkor a KQP, KMN, KPM, KQN háromszögek kettős területe ezen kifejezések által lesz kifejezve:

$$\begin{aligned} KR \cdot QP &= KQ \cdot KP \sin QKP \\ KR \cdot MN &= KM \cdot KN \sin MKN \\ KR \cdot QN &= KN \cdot KQ \sin NKQ \\ KR \cdot MP &= KM \cdot KP \sin MKP, \end{aligned}$$

a miből lesz:

$$\frac{QP \cdot MN}{QN \cdot MP} = \frac{\sin QKP \cdot \sin MKN}{\sin NKQ \cdot \sin MKP},$$

Ennek a tantétnek kettős jelleménél fogva, miszerint ezen viszony egyszersmind egy kéve négy sugarának, és egy egyenes vonal négy pontjának állandó viszonyait fejezi ki, Chasles ezt *kettős vágásu viszonynak* (Doppelschnittsverhältniss), az átmetsző egyes részeinek viszonyát pedig *összhangzatlan viszonynak* (anharmonisches Verhältniss) nevezi, és az új elemző mértannak kiindulási pontjává tette.

A XV-ik században, miután az anyag már fel volt dolgozva, megszűnt az utánzás (Reproduction), és helyébe lépett az önálló buvárálás és teremtés, mely új korszaknak megkezdője *Regiomontanus* (1436—1476.) vala. Ő egyike a legnevezetesebb férfiaknak, kiket a mennyiségtan történelme fölmutathat. Ismereteinek egyetemessége, szellemének rendkívüli termékenysége, és termékeinek nagy száma — mindezek arra kényszerítnek bennünket, hogy öt Európában mint tudományunk visszaállítóját tekintsük. — És ezen elismerés reánk magyarokra nézve is annál nagyobb fontosságu, mert *Regiomontanus* azon férfiak sorába tartozik, kiket halhatatlan emlékü *Mátyás királyunk* maga köré gyűjtött, s kik, habár születésükre nézve idegenek, tevékenységükre nézve a miénk voltak s lesznek ezután is.

A haladás, melyet ez időben a mennyiségtanban észreveszünk, különösen a könyvnyomtatás föltalálása által mozdított elő. Amerikának fölfedezése az emberiséget *kettős* új világba vezette. Mindenütt, nemkülönben a tudományban is látjuk az önálló teremtés óriási munkáját megkezdetni.

Azonban az eszközök, melyekkel a számtan rendelkezett, sokkal csekélyebbek voltak, semhogy a szerencsés kezdemények az új pályán tovább fejlődhettek volna. Célyszerűbb megjelölésnek behozatala a számtanba, mely azt addigi tökéletlen alakjától megszabadítsa, általános szükségnek mutatkozott. — De valahányszor az embereknel valódi szükség érezhető, annak kielégítése nem szokott távol lenni; a szellem áthágja azon korlátokat, melyek őt addig gátolták, és új, szo-

mely kifejezésben a keblek viszonya független az átmetsző fekvésétől, miből következik, hogy az átmetsző négy darabjának viszonya, ugyanazon kévére nézve, változatlan.



katlan ösvényeken halad. Így történt ez itt is. Mig Olaszországban az újítást lassan s mintegy léptenként kísérelték meg, addig Franciaországban egy férfiú született, kinek a sors fentartotta, hogy a számtanban, sőt a mennyiségtan minden ágában is, tökéletes és abba mélyen beható átalakulást idézzon elő. Vieta Ferencz (szül. Fontenaisben 1540.) volt az első, ki betűkkel, mint általános számjegyekkel élt, és az által egy általános számtan alapját tette le, s csak ebből eredhetett azon nagy tökéletesség, melyet azóta a mennyiségtan aránylag oly rövid idő alatt ért el.

Az eredmények, melyekhez ezen időig a mértan terén jutottak, csak egyszerű általános módszerek feltalálására szorítkoztak, melyeknek segítségével önálló, elkülönített igazságokat megvizsgálni, és azokat új, általános tételekké egyszerűsíteni ügykeztek. Ezen időtől fogva különösen az összetéti (syntheticus) mértanban gyors haladás mutatkozik.

Tökéletes átváltozást tapasztalt a mértan, midőn a számtannal összekapcsoltatott. Ennek megindítója volt Descartes (1596—1650). Csak most fogták fel fontosságát azon összeköttetésnek, mely körül már kétezer esztendő óta fáradoztak.

Descartes jutott legelőször azon szerencsés eszméhez, mely szerint a görbe vonalokat, mint pontoknak bizonyos törvényesség szerinti sorozatát, a közönséges nyelvből a számtani jelképes nyelvbe átvitte, és mindazon pontoknak fekvését, melyek ugyanazon törvénynek alá vannak vetve, két egyenes (x és y) által meghatározta. Descartesnak új módszere tehát abban állott, hogy a görbe vonalokat két változó határozatlan egyenlete által fejezte ki.

Egy görbe vonal egyenlete ennél fogva magában foglalja annak minden sajátságait. Ennek feltalálásában fekszik Descartesnak legnagyobb érdeme, melyet magának a mennyiségtan körül szerzett.

Könnyen beláthatjuk, mily nagy és messzható volt az átalakulás, melyen a mértan ennek következtében ment keresztül. Ezen új mértan elemző mértannak neveztetett, megkülönböztetésül az összetétitől, mely számításokkal nem élt.

Az elemző mértan csakhamar mindenütt kedvező fogadtatásban részesült. Franciaországban leginkább *De Beaune*

foglalkozott vele, Németalföldön *Schoolen*, *Vassenaer*, *Huygens*, *De Witt*, *Hudde*, és több mások.

Az elemző mértannak nagy eredményei egy időre háttérbe szorították az összetéti mértant, mely csak lassanként emelkedhetett fel megint. A két módszer ez időtől fogva bizonyos tekintetben ellentétet képezett. Mindazonáltal előnyeik folytán egymást kölcsönösen kiegészítik, mígnem belőlök egy általános módszer fog alakulni.

Miután Descartes mértana és a végtelennek elemzése gyors, sőt nem sejtett kifejtésük által már némileg kimerítve voltak: az összetéti mértan ismét emelkedni kezdett, a görög munkák szorgalmas tanulmányozásának folytán.

A mértan ezen két részének elválása egymástól azon hibás következtetéshez vezethető, mintha a szakadás, melyben a tárgy itt előttünk feltűnik, a tudomány hátramaradása volna. De ezen hátramaradás valóban csak látszólagos; mert a tárgy új volt, az elkülönzés tehát szükségessé lett, hogy későbbben a legbensőbb kapcsolatba jöhessen.

Első és legjelentékenyebb bővítését nyerte az elemző mértan *Parent* (1666—1716.) által, ki, körülbelül ötven esztendővel Descartes után, három változónak alkalmazása által egy görbe felületet egy egyenlet által fejezett ki. (*Mémoires de l'Académie* 1700). Azonban *Clairant* *) „*Traité de courbes a double courbure*“ című munkájában, melyet már 16 éves korában írt, csak 1731-ben alkalmazta a térbeli összrendezetek tanát, mely a kettős görbületű görbék elméletét megalkototta.

A lángeszű *Tschinhusen* (1651—1708.) mértani vizsgálataiban arra törekedett, hogy a mértan tételeit minél egyszerűbben és könnyebben állítsa elő, meggyőződve lévén arról, hogy a valódi módszernek könnyen felfoghatónak kell lennie. És azon alapigazságok, melyek tudományunk sarkköveit képezik, valóban mindig az egyszerűség és könnyűség jellemét viselik. Azért mi is beleegyezzünk *Gorgone* eme szá-

*) Clairant már 12 éves korában a tudományos világ előtt „*A négy mértani görbék*“ című munkája által lett ismeretessé. (*Miscellanea Berolinensia*. Tom. IV. anno 1734).

vaiba: „nem szabad azon hiedelemben lennünk, hogy egy elméletet tökéletesen felfogtunk, míg úgy nem bírjuk azt, hogy valakinek úgy szólván az utczán kevés szavakkal megmagyarázhassuk.“

Kevés esztendővel, miután *Kepler* a testek tartalmának meghatározására vonatkozó módszerét kifejtette, *Cavallerie* (1598—1647.) a tudományt az oszthatatlannak mértana által gazdagította meg. Ezen híres elmélet, mely ötven esztendőn keresztül az egészleti (Integrale) elmélet helyét elfoglalta, egyszerűsége kezdete azon korszaknak, melybe az újkor nagy haladásai esnek. Azon bámulatos eredményekből, melyekhez a mértan mai napig jutott, látjuk, hogy különösen két nagy eszme volt az, mely ezen eredményeket szülte: az egyik *Cavallerie*-nek tana az oszthatatlanról, és a másik *Descartes*-nak görbékre alkalmazott elemző mértana. Az előbbi a régi mértanhoz csatlakozott, és az ezen módszer által tett találmányokat úgy tekintették, mint ha a régi mértanhoz tartoznának; míg ellenben a másik, mint valódi elemző segédeszköz, a mértant egészen új, valódi tudományyá alakította.

De míg ekkép a mértan módszerei szerint két részre oszlott, ezek mellett még egy harmadik irány is fejlődött ki, melyet *újabb mértannak* neveznek. Ennek első nyomaira pedig már *Euklidnek* *Pappus* által fentartott Porismáiban akadunk. Bővebb kifejtést nyert ezen tárgy *de Gua*, *Cramer*, *Waring* s több mások által; a jelen század kezdetén pedig leginkább *Biot*, *Möbius*, *Magnus*, *Ponçolet* stb. által.

Hasonló módon *Chasles* és *Plüker* érezték szükségét annak, hogy az eddigi összrendezeti rendszer bilincsei alól meg kell szabadulni; — és ez volt az első lépés az elemző mértan magasabb kifejlődéséhez.

Ezen új mértan, mely elvontsága, egyszerűsége s általánossága által kitűnik, — és minek példáját már *Pascal*, és *Desargues* a kúpszeletekről szóló műveikben adták, és melyeknek segítségével már *Monge*, *Carnot*, *Chasles*, *Plüker* a század elején messzeható és termékeny elveket állítottak fel, — nem él semmiféle számtani számításokkal sem. És ámbár az ábrák mérése viszonyait (metrische Verhältnisse) és azoknak a fekvésre való vonatkozását ép oly sikeresen veszi te-

kintetbe, mint Descartesnak mértana: mindazonáltal mégis csak bizonyos nemű távolságok oly viszonyaival foglalkozik, melyekhez hosszabb számítások nem kívántatnak.

Descartesnak elemző mértana és az újabb mértan között igen lényeges különbség létezik. Az elsőben a pont képezi az *egységet*, és azon elemet a kiterjedés többi részeinek mintegy képzésére használja. — Az újabb elemző mértanban pedig ezen kiindulási pontot az *egyenes vonal* vagy *sík* képezi, ahhoz képest, a mint a sík-, vagy a térelemző mértanról van szó. A kiterjedés ezen különböző fölfogási módjai, mint Gorgone, Ponçolet stb. világosan mutatták, a legnagyobb befolyással vannak a mértan további kifejlődésére.

Ezen újabb elemző mértan elvontságát és könnyűségét az elemző mértani tények magyarázatára nézve, a következőkben fogjuk megmutatni.

Ha az egyenes vonal kifejezéseinek mennyiségeit, melyek Descartes rendszerében zerussal hasonlítottak össze, egyszerű római s illetőleg görög betűkkel jelöljük meg, úgy hogy

$$Ax + By + C \quad \text{vsin}\alpha + y\cos\alpha - p$$

vagy

$$A_1x + B_1y + C_1 \quad \text{vsin}\beta + y\cos\beta - p_1$$

helyett rendre M, N, α, β -t teszünk: a következő, az egyenes vonalokra vonatkozó egyszerű kifejezéseket nyerjük:

$$M=0, N=0, \alpha=0, \beta=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

minélfogva

$$M \pm mN=0, \alpha \pm m\beta=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

oly egyenes vonalok, melyek ezen egyeneseknek

$$M=0 \quad N=0$$

s illetőleg

$$\alpha=0 \quad \beta=0$$

metszési pontján mennek keresztül *).

*) Mert ha valamely mértani helynek egyenlete

$$M=0,$$

másiké pedig

$$N=0,$$

Szintügy világos, hogy, ha három vonal

$$\alpha=0, \beta=0, \gamma=0$$

ugyanegy ponton megy keresztül, azoknak egyenletei bizonyos állandó mennyiségekkel, pl. m, n, p -vel szoroztatván összegül, zerust eredményeznek; azaz

$$m\alpha + n\beta + p\gamma = 0 \quad (3) *$$

A mondottak következtében

$$\alpha - m\beta = 0 \quad (4)$$

oly egyenesnek a kifejezése, mely

$$\alpha=0 \text{ és } \beta=0$$

egyeneselek metsző pontján megy keresztül. A benne foglalt mennyiségek α és β azon függvényeket jelentik, melyek valamely tetszés szerinti xy pontból ezen egyenesekre

$$\alpha=0 \text{ és } \beta=0$$

bocsáttatnak; m tehát azon függvényeknek egymáshoz viszonyát fejezi ki: azaz

$$m = \frac{\alpha}{\beta} \quad **)$$

akkor

$$M \pm mN = 0$$

oly mértani helyet tüntet elő, mely az adott két helynek közös pontjait tartalmazza. — Mert világos, hogy, ha m állandó mennyiség, akkor azon összerendezettek, melyek ezen két egyenletnek eleget tesznek, az

$$M \pm mN = 0$$

egyenletének is meg fognak felelni.

*) Mert hogy ezen három egyenes vonal

$$\alpha=0, \beta=0, \gamma=0$$

egy ponton menjen keresztül, szükséges, hogy azon összerendezettek, melyek $\alpha=0$ és $\beta=0$ zerussal teszik egyenlővé, — a föltét következtében — az egyenletnek harmadik tagját is zerussal tegyék egyenlővé, azaz: a két egyenes metsző-pontjának összerendezettei egyszerűs-mind a harmadik egyenesnek is összerendezettek; minél fogva mind a három egyenes, egy és ugyanazon ponton megy keresztül.

**) Mert ha MN egyenes vonal, melynek egyenlete

$$x \cos \alpha + y \cos \beta = p,$$

és ha Q azon x_1, y_1 pont, melyből a QP függélyes bocsátandó: akkor, a mint azt a 2-dik ábra mutatja,

$$QP = ST = SK - TK;$$

de mivel

$$SK = SR + RK,$$

$$\text{és} \quad m_1 = \frac{Nn}{Nn_1} = \frac{\sin NKQ}{\sin NKM}$$

ezen sugárkéve összhangzatlan viszonya pedig

$$\frac{\sin PKQ \cdot \sin NKM}{\sin PKM \cdot \sin NKQ}$$

következik, hogy négy egyenes vonalnak összhangzatlan viszonya $\frac{m}{m_1}$ által fejeztetik ki. *)

Ha a sugárkéve akkép van összeállítva, hogy ha egy átmetsző által metszetik, viszonyul *minus egyet* eredményez: akkor

*) Ha azon egyenes vonalokat, melyek

$$\alpha=0 \text{ és } \beta=0$$

metszéspontján keresztül mennek, általában ezen egyenletek által fejezzük ki:

$$\alpha - m\beta = 0, \alpha - m_1\beta = 0, \alpha - m_2\beta = 0, \text{ és } \alpha - m_3\beta = 0,$$

akkor ezeknek összhangzatlan viszonyát a következő kifejezés fogja meghatározni:

$$\frac{m_3 - m_1}{m_3 - m_2} : \frac{m - m_1}{m - m_2}.$$

Mert ha (4. ábra) KM, KN, KP, KQ azon sugárkéve, mely a fennemlített egyenleteknek megfelel; és ha az illető egyenesnek M, N, P, Q pontjait oly egyenesben vesszük, mely QQ₁ távolságra $\beta=0$ -sal párhuzamos: akkor, a mint tudjuk,

$$m = \frac{MM_2}{MM_1}, m_1 = \frac{NN_2}{NN_1}, m_2 = \frac{PP_2}{PP_1}, m_3 = \frac{QQ_2}{QQ_1}$$

következőleg a felállított viszonyt az egyenlő nevező elhagyása miatt így is írhatjuk:

$$\frac{\frac{QQ_2}{QQ_1} - \frac{NN_2}{NN_1}}{\frac{QQ_2}{QQ_1} - \frac{PP_2}{PP_1}} : \frac{\frac{MM_2}{MM_1} - \frac{NN_2}{NN_1}}{\frac{MM_2}{MM_1} - \frac{PP_2}{PP_1}} = \frac{QQ_2 - NN_2}{QQ_2 - PP_2} : \frac{MM_2 - NN_2}{MM_2 - PP_2}$$

A tett föltevések szerint azonban

$$QQ_2 : PP_2 : NN_2 : MM_2 = QS : PS : NS : MS,$$

az említett arány tehát a következőbe megy át:

$$\frac{QS - NS}{QS - PS} : \frac{MS - NS}{MS - PS},$$

vagy az ábra tekintetbe vétele mellett:

$$\frac{QN}{QP} : \frac{MN}{MP}.$$

De ezen viszony nem egyéb, mint az adott sugárkévének összhangzatlan viszonya; miből tehát a felállított tételnek igazsága kitünik.

azt összhangzónak (harmonisch) nevezzük, ennél fogva a következő sugárkéve :

$$\alpha=0, \beta=0, \alpha-m\beta=0, \alpha+m_1\beta=0$$

összhangzó ; mert

$$\frac{m}{m_1}=-1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

A Descartesi rendszernek minden

$$ax+by+c=0$$

egyenletét a három-vonalu rendszerben mindenkor mint egy-nemű egyenletet állíthatjuk elő, úgy hogy :

$$mM+m_1M_1+m_{11}M_{11}=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

az előbbi egyenesnek kifejezését képezi, ha M, M_1, M_{11} oly három egyenesnek egyenletei, melyek nem egy és ugyanazon ponton mennek keresztül.

Ezen feladat megoldása tehát nem egyéb, mint az m, m_1, m_{11} együtthatók meghatározása. E végett tegyük föl :

$$\begin{aligned} M &= Ax + By + C \\ M_1 &= A_1x + B_1y + C_1 \\ M_{11} &= A_{11}x + B_{11}y + C_{11} \end{aligned}$$

mely egyenletek a tett feltevésnek megfeleljenek. Ha ezen értékeket az egy-nemű egyenletben helyettesítjük, ezt nyerjük :

$$(mA+m_1A_1+m_{11}A_{11})x+(mB+m_1B_1+m_{11}B_{11})y+mC+m_1C_1+m_{11}C_{11}=0$$

Ezen egyenletnek egybevetése a Descartes-i rendszerrel, a következő feltéti egyenletet adja :

$$\begin{aligned} a &= mA + m_1A_1 + m_{11}A_{11} \\ b &= mB + m_1B_1 + m_{11}B_{11} \\ c &= mC + m_1C_1 + m_{11}C_{11} \end{aligned}$$

a miből m, m_1 , és m_{11} -t könnyen megtalálhatjuk.

Ha a három egyenes

$$x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$$

alakban volna adva, és ezen jelképek által

$$\alpha=0, \beta=0, \gamma=0$$

képviselve : akkor az inént származtatottak folytán a Descartes-i rendszer minden más egyenesének egyenlete, ha ezt az

adott három egyenes által kifejezzük, volna:

$$m\alpha + m_1\beta + m_{11}\gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (10)^*).$$

Ez által tehát egy, *háromoldal összrendezettből* álló rendszert képeztünk, melyben egy pont fekvése három állandó egyenestől való távolsága által határozatik meg, és egy egyenes vonal az ezen távolságok közti egynemű (homogen) egyenlet által fejeztetik ki. Minden egyenesnek egyenlete tehát az említett rendszerben oly tagok által kifejezhető melyek megint egyenes vonalakat képviselnek, mi által képesek vagyunk, a föladatokat minden közvetlen vonatkoztatás nélkül a pontok összrendezeteire nézve, az egyenletek bizonyos sora által megoldani.

Ezen egyneműségben fekszik az új összrendezetti rendszernek legkiválóbb előnye. Ennek tagadhatlan elsőbbsége Descartes rendszere felett, abból is kitűnik, hogy az utóbbiban valamely adott feladatnál a legnagyobb egyszerűségnek elérése a két tengelynek megválasztásától függ, míg ellenben a háromvonalu összrendezetti rendszer alkalmazásánál három alapvonal fölött tetszés szerint rendelkezhetünk.

*) Ha az együththatók meghatározása valamely teljesítendő föltételtől tétetik függővé, akkor ezt figyelembe kell venni. Mert ha például a föladat úgy volna adva, hogy az

$$m\alpha + m_1\beta + m_{11}\gamma = 0$$

egyenes két ponton, $x_1 y_1$ és $x_2 y_2$ -n menjen keresztül, akkor az egyenleteket következőképen kellene felállítani:

$$m\alpha_1 + m_1\beta_1 + m_2\gamma_1 = 0$$

és

$$m\alpha_2 + m_1\beta_2 + m_2\gamma_2 = 0$$

[α_1 ; β_1 ; γ_1 ; α_2 ; β_2 ; γ_2 alatt rendre a következő mennyiségeket kell érteni:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha - p \\ \beta_1 &= x_1 \cos \beta + y_1 \sin \beta - p_1 \\ \gamma_1 &= x_1 \cos \gamma + y_1 \sin \gamma - p_{11} \\ \alpha_2 &= x_{11} \cos \alpha + y_{11} \sin \alpha - p \\ \beta_2 &= x_{11} \cos \beta + y_{11} \sin \beta - p_1 \\ \gamma_2 &= x_{11} \cos \gamma + y_{11} \sin \gamma - p_{11} \end{aligned}$$

továbbá meg kellene határozni $\frac{m_1}{m_2}$ és $\frac{m}{m_2}$ értékeit és ezeket a (10)

alatti egyenletben helyettesíteni, minek folytán volna:

$$\alpha(\beta_{11}\gamma_1 - \beta_1\gamma_{11}) + \beta(\alpha_1\gamma_{11} - \alpha_{11}\gamma_1) + \gamma(\alpha_{11}\beta_1 - \alpha_1\beta_{11}) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

$$\text{De} \quad \alpha \sin A + \beta \sin B + \gamma \sin C = 0 \quad . \quad . \quad (17)$$

egyenlet egy oly egyenest képvisel, mely a Descartes-i rendszer kezdetpontjától véghetetlen távolságban fekszik. Hogy valóban egyenes vonalt képvisel, kitetszik abból, hogy az egyenes vonal, általános alakjában benne foglaltatik. Továbbá az említett egyenlet az alapháromszög síkjában, véges távolságban fekvő pontokat sem tartalmazhatja, mert egy ily pont összrendezetteire nézve

$$\alpha \sin A + \beta \sin B + \gamma \sin C$$

mindig állandó és soha sem lehet egyenlő zérussal.

Ezen elmélkedés azon következtetésre vezet, hogy a visszás (paradox) egyenlet [hiszen egy állandó mennyiség egyenlő legyen zérussal] oly egyenest képvisel, mely az összrendezetti kezdetponttól véghetetlen távolságban fekszik.

Ezen tantét segítségével képesek vagyunk a háromlalu összrendezetti rendszer oly egyenesének egyenletét találni, mely valamely más egyenessel párhuzamos. Mert, a mint tudjuk, két párhuzamos vonalnak egyenletei a Descartes-rendszerben csak egy állandó által különböznek egymástól. Ha tehát az adott egyenes ily alakban volna adva:

$$m\alpha + m_1\beta + m_{11}\gamma = 0$$

akkor a vele párhuzamos vonal egyenletének ilyen alakúnak kell lennie:

$$m\alpha + m_1\beta + m_{11}\gamma + K(\alpha \sin A + \beta \sin B + \gamma \sin C) = 0$$

mert az adott egyenletől csakis egy állandó mennyiségben különbözik.

$$\begin{aligned} & a\alpha + b\beta + c\gamma = T \\ \text{vagy} \quad & a\alpha + \frac{b\beta + c\gamma}{a} = T. \end{aligned}$$

De mivel

$$b : a = \sin B : \sin A$$

és

$$c : a = \sin C : \sin A$$

azért

$$a\alpha + \frac{a\beta \sin B + a\gamma \sin C}{\sin A} = T;$$

a miből következik, hogy

$$\alpha \sin A + \beta \sin B + \gamma \sin C = \frac{T \sin A}{a}.$$

A mondottak segélyével képesek vagyunk, a háromoldalú összrendezettekkel a legnagyobb könnyűséggel és egyszerűséggel tantételeket származtatni, és egyéb vizsgálatokat tenni. T. i.

I. Egy háromszög szögeinek három felező vonala ugyanazon egy ponton megy keresztül.

A háromszög oldalainak egyenletei legyenek :

$$\alpha=0, \beta=0, \gamma=0;$$

ekkor az A, B, C szögek felező vonalainak egyenletei az (5). egyenlet folytán a következők lesznek:

$$\beta-\gamma=0, \gamma-\alpha=0, \alpha-\beta=0 \quad . \quad . \quad . \quad (18).$$

De mivel ezen három egyenletnek összege egyenlő zérussal, azért az általuk képviselt vonalak ugyanazon egy ponton mennek keresztül.

II. Egy háromszög két külső szögének felező vonalai a harmadik szög felező vonalán metszik egymást.

Tegyük föl, (6. ábra) hogy B és C szögek külsőleg feleztetnek; ekkor felező vonalaiknak egyenletei lesznek :

$$\alpha+\beta=0, \alpha+\gamma=0 \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Különbségük, $\beta-\gamma=0$, a metszéspontjukon keresztül menő egyenest adja; de ezen egyenes egyszersmind az A szögöt felező egyenes; a mi bebizonyítandó volt.

III. Egy háromszög (7. ábra) magasságai *egy* pontban metszik egymást.

Az $\alpha=0$ és $\beta=0$ egyenesek metszéspontján keresztül menő egyenesnek egyenlete ez: $\alpha-m\beta=0$. De mivel ennek az ellenkező oldalon függélyesen kell állania, azért az m-nek meghatározása magából ezen megjegyzésből következik; lesz t. i.

$$m=\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\sin DCE}{\sin DCA}=\frac{\cos B}{\cos A},$$

a függélyeseknek (Perpendikel) egyenletei lesznek tehát:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \cos A - \beta \cos B = 0 \\ \beta \cos B - \gamma \cos C = 0 \\ \gamma \cos C - \alpha \cos A = 0 \end{array} \right\} . \quad . \quad . \quad . \quad (20).$$

Miután pedig ezen három függélyesnek összege egyenlő zérussal, azért egy és ugyanazon ponton mennek keresztül.

IV. Azon vonalak, melyek a háromszög felező pontjait

annak csúcsaival összekötik (7. ábra), ugyanazon pontban metszik egymást.

Az $\left. \begin{matrix} \alpha=0 \\ \beta=\alpha \end{matrix} \right\}$ ponton keresztül menő egyenesnek

egyenlete ez:

$$\alpha - m\beta = 0.$$

A föltevés szerint azonban:

$$m = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\sin B}{\sin A},$$

a keresett egyenesek tehát lesznek:

$$\left. \begin{matrix} \alpha \sin A - \beta \sin B = 0 \\ \beta \sin B - \gamma \sin C = 0 \\ \gamma \sin C - \alpha \sin A = 0 \end{matrix} \right\} \dots \dots \dots (21);$$

de mivel ezeknek összege egyenlő zérussal, azért mindnyájan egy ponton mennek keresztül.

V. Ha egy háromszögben három oly egyenest húzunk, mely ennek szögeit felezi, pl. AO, BO, CO (8. ábra); továbbá a csúcsokon keresztül három tetszésszerű egyenest olyképen, hogy *egy* pontban messék egymást, pl. AO₁, BO₁, CO₁: akkor három más egyenes, mely a felező egyenesekkel ugyanazon hajlás alatt húzatik, mint AO₁, BO₁, és CO₁, ugyanazon pontban fogja egymást metszeni.

Mert azon tetszésszerű egyeneseknek egyenletei, melyek egy pontban metszik egymást, ezek:

$$\begin{aligned} m\alpha - k\beta &= 0 \\ k\beta - n\gamma &= 0 \\ n\gamma - m\alpha &= 0 \end{aligned}$$

azonban azon egyenesek egyenletei, melyek az előbbiekkal ugyanazon hajlási szögek alatt húzatnak, mint AO, BO, CO, a következők:

$$\begin{aligned} k\alpha - m\beta &= 0 \\ n\beta - k\gamma &= 0 \\ m\gamma - n\alpha &= 0 \end{aligned}$$

vagy

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha}{m} - \frac{\beta}{k} &= 0 \\ \frac{\beta}{k} - \frac{\gamma}{n} &= 0 \\ \frac{\gamma}{n} - \frac{\alpha}{m} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

a miből kitetszik, hogy mindhárman egy ponton mennek keresztül.

VI. Határoztassék meg azon egyenesnek egyenlete, mely párhuzamosan egy háromszög alapjához ennek egyik csúcspontján húzatik keresztül.

Ha $\gamma=0$ vonalhoz (9. ábra) a párhuzamost keressük, akkor azt ezen egyenlet képviseli:

$$\gamma - k(\alpha \sin A + \beta \sin B + \gamma \sin C) = 0.$$

De mivel ezen egyenesnek az

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 0 \\ \beta &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ metszési ponton is keresztül kell mennie, azért}$$

k-t úgy kell venni, hogy γ és $\sin C$ az egyenletből eltűnjék, és ekkor a keresett egyenlet lesz:

$$\alpha \sin A + \beta \sin B = 0 \dots \dots \dots (23).$$

Első pillanatra látjuk, hogy ezen három egyenes:

$$\alpha = 0; \beta = 0; \alpha \sin A + \beta \sin B = 0, \text{ az}$$

$\alpha \sin A - \beta \sin B = 0$ egyenessel — mely egy oldálnak felezési pontját a háromszög átellenében fekvő oldalával egybeköti — *összhangzatos sugárkévét* képez. Ebből következik, hogy egy határos távolságu egyenesnek középpontja egy véghetetlen távolságban fekvő ponttal, ezen adott távolság végpontjaira nézve, összhangzatosan van egybekötve (harmonisch conjugirt).

Az egyenesnek szerkesztése.

Itt meg fogjuk mutatni: 1) hogy lehetséges, minden egyenes vonalnak egyenletét más adott egyenletek tagjai által kifejezni, és 2) miképen kell egy egyenes vonalt a háromvonalu összkiosztotti rendszerben szerkeszteni.

E célból képzeljük magunknak, hogy

$$\alpha = 0, \beta = 0; \gamma = 0 \dots \dots \dots (24)$$

három oly egyenes vonal, mely nem egy ponton megy keresztül.

túl Legyenek ezek (10. ábra) MO, NO, MN; ezen három egyenes által minden, az ábrában előfordulható vonalt ki fejezhetünk.

Az MP egyenesnek egyenlete lesz:

$$m\alpha - m_1\beta = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

mivel az $\alpha=0$ és $\beta=0$ egyenesek metszéspontján megy keresztül.

Az NQ egyenesnek egyenlete lesz:

$$m_1\beta - m_2\gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

ugyanazon oknál fogva.

Az QR egyenesnek egyenlete lesz:

$$m\alpha - m_1\beta + m_{11}\gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

mivel oly egyenesnek tekinthető, mely

$$\text{az} \quad \left. \begin{array}{l} m_1\beta - m_2\gamma = 0 \\ \alpha = 0 \end{array} \right\} \text{ metszési ponton, valamint az} \\ \left. \begin{array}{l} m\alpha - m_1\beta = 0 \\ \gamma = 0 \end{array} \right\} \text{ ponton megy keresztül.}$$

OK-nak egyenlete lesz:

$$m\alpha - m_2\gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

mivel oly egyenesnek tekinthető, mely

$$\text{az} \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \gamma = 0 \end{array} \right\} \text{ metszési ponton, valamint az egyenesnek} \\ \left. \begin{array}{l} m\alpha - m_1\beta = 0 \\ m_1\beta - m_2\gamma = 0 \end{array} \right\} \text{ pontján is megy keresztül.}$$

OR-nak egyenlete lesz:

$$m\alpha + m_2\gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

mivel az $\left. \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \gamma = 0 \end{array} \right\}$ ponton keresztül megy, és az általuk képezett

szöget külsőleg felezi (ezért a második tagnak előjele tevéleges); vagy oly egyenesnek is tekinthető, mely az

$$\left. \begin{array}{l} m\alpha - m_1\beta + m_2\gamma = 0 \\ \beta = 0 \end{array} \right\} \text{ metszési ponton keresztül megy.}$$

RK-nak egyenletét megtaláljuk, ha meggondoljuk, hogy az

$$\left. \begin{array}{l} m\alpha - m_1\beta = 0 \\ m_1\beta - m_2\gamma = 0 \end{array} \right\} \text{ egyenesnek metszéspontján, vala-}$$

mint az

$m\alpha - m_1\beta + m_2\gamma = 0$)
 $\beta = 0$, ponton is keresztül megy ; mind-

két esetben RK-nak egyenlete lesz :

$$m\alpha - 2m_1\beta + m_2\gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (30).$$

Ha az itt talált egyeneseket egybeállítjuk, lesz :

I.

1. MQ ; $\alpha = 0$
2. NO ; $\gamma = 0$
3. KO ; $m\alpha - m_2\gamma = 0$
4. RO ; $m\alpha + m_2\gamma = 0$

II.

1. RQ ; $m\alpha - m_1\beta + m_2\gamma = 0$
2. RM ; $\beta = 0$
3. RO ; $m\alpha + m_2\gamma = 0$
4. RK ; $m\alpha - 2m_1\beta + m_2\gamma = 0$

III.

1. KP ; $m\alpha - m_1\beta = 0$
2. KQ ; $m_1\beta - m_2\gamma = 0$
3. KR ; $m\alpha - 2m_1\beta + m_2\gamma = 0$
4. KO ; $m\alpha - m_2\gamma = 0$

Ezeknek megtekintéséből látjuk, hogy négy-négy vonal egy-egy összhangzatos sugárkévét képez , mivel ugyanazon alakkal bírnak, mint a (8) alatt foglaltatott összhangzatos sugárkéve *) , mi által egy tökéletes négyszög összhangzatos tulajdonságai vannak elemző úton származtatva.

*) A II. és III. alatti sugárkévek egyenleteit , összhangzatos jellemük könnyebb felfogása végett, következő alakra is lehet hozni :

$$(m\alpha - m_1\beta + m_2\gamma) = 0$$

$$\beta = 0$$

$$(m\alpha - m_1\beta + m_2\gamma) + m_1\beta = 0$$

$$(m\alpha - m_1\beta + m_2\gamma) - m_1\beta = 0$$

Ha (11. ábra) az MNO háromszög csúcsaiból, melynek oldalai rendre

$$\alpha=0, \beta=0, \gamma=0$$

által vannak megjelölve, oly egyeneseket húzunk, melyek egy és ugyanazon K pontban találkoznak, akkor ezeknek egyenletei a következők lesznek:

$$\left. \begin{array}{l} MM_1 \quad m_1\beta - m_2\gamma = 0 \\ NN_1 \quad m_2\gamma - m\alpha = 0 \\ OO_1 \quad m\alpha - m_1\beta = 0 \end{array} \right\} (31)$$

mivel ezen három, a háromszög csúcsain keresztül menő egyenes ugyanazon pontban találkozik.

Minden az ábrában előforduló egyenest a következő egyenletek által lehet kifejezni:

Az O_1N_1 vonalnak egyenlete, mivel mind az

$$N_1 \left\{ \begin{array}{l} \beta = 0 \\ m_2\gamma - m\alpha = 0 \end{array} \right.$$

mind az

$$O_1 \left\{ \begin{array}{l} \gamma = 0 \\ m_1\beta - m\alpha = 0 \end{array} \right. \text{ ponton keresztül megy, lesz:}$$

$$m_1\beta + m_2\gamma - m\alpha = 0 (32).$$

Az O_1M_1 egyenesnek egyenlete, mivel az

$$O_1 \left\{ \begin{array}{l} \gamma = 0 \\ m\alpha - m_1\beta = 0 \end{array} \right.$$

és

$$M_1 \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ m_1\beta - m_2\gamma = 0 \end{array} \right.$$

pontokon keresztül megy, lesz:

$$m\alpha - m_1\beta + m_2\gamma = 0 (33).$$

Hasonlóképen az M_1N_1 egyenesnek egyenlete, mint-hogy az

$$M_1 \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ m_1\beta - m_2\gamma = 0 \end{array} \right. .$$

és

$$\begin{aligned} (m\alpha - m_1\beta) &= 0 \\ (m_1\beta - m_2\gamma) &= 0 \\ (m\alpha - m_1\beta) + (m_2\gamma - m_1\beta) &= 0 \\ (m\alpha - m_1\beta) - (m_2\gamma - m_1\beta) &= 0 \end{aligned}$$

és
$$N_1 \begin{cases} \beta=0 \\ m_2\gamma - m\alpha=0 \end{cases}$$

pontokon keresztül megy, lesz :

$$m\alpha + m_1\beta - m_2\gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34).$$

Az MB egyenesnek egyenlete, mivel az

$$M \begin{cases} \beta=0 \\ \gamma=0 \end{cases}$$

és

$$B \begin{cases} \alpha=0 \\ m_1\beta + m_2\gamma - m\alpha=0 \end{cases}$$

pontokon keresztül megy, lesz :

$$m_1\beta + m_2\gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35).$$

Az NA egyenes egyenlete, mivel az

$$N \begin{cases} \alpha=0 \\ \gamma=0 \end{cases}$$

és

$$A \begin{cases} \beta=0 \\ m\alpha - m_1\beta + m_2\gamma=0 \end{cases}$$

ponton keresztül megy, lesz :

$$m\alpha + m_2\gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36).$$

Az OC egyenesnek egyenlete, mivel az

$$O \begin{cases} \alpha=0 \\ \beta=0 \end{cases}$$

és

$$C \begin{cases} \gamma=0 \\ m\alpha + m_1\beta - m_2\gamma=0 \end{cases}$$

pontokon keresztül megy, lesz :

$$m\alpha + m_1\beta = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37).$$

Ha végtére rendre azon egyenesek egyenleteit keressük, melyek az

$$A \begin{cases} m\alpha + m_2\gamma=0 \\ \beta=0 \end{cases}$$

és $B \begin{cases} m_1\beta + m_2\gamma=0 \\ \alpha=0 \end{cases}$

vagy

$$A \begin{cases} m\alpha + m_2\gamma=0 \\ \beta=0 \end{cases}$$

és $C \begin{cases} m\alpha + m_1\beta=0 \\ \gamma=0 \end{cases}$

vagy

végtére a

$$B \left\{ \begin{matrix} m_1\beta + m_2\gamma = 0 \\ \alpha = 0 \end{matrix} \right. \quad \text{és} \quad C \left\{ \begin{matrix} m\alpha + m_1\beta = 0 \\ \gamma = 0 \end{matrix} \right.$$

pontokon keresztül mennek: akkor látjuk, hogy mindegyik esetben ugyanazon egyenest nyerjük, t. i.

$$m\alpha + m_1\beta + m_2\gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38);$$

a miből következik, hogy az A, B és C pontoknak egy és ugyanazon vonalban kell feküdniök, mely vonalok egyenlete a (38) alatti képlet.

Hogy tehát képesek legyünk, minden egyenes vonalt, mely az

$$m\alpha + m_1\beta + m_2\gamma = 0$$

egyenmű alakban adva van, szerkeszteni, mindenekelőtt azon egyeneseket kell keresnünk, melyek az MNO alapháromszög OMN, MNO, NOM szögeit rendre ilyen arányban osztják:

$$m_1 : m_2 : m_2 : m; \text{ és } m : m_1;$$

ezen egyenesek azután az

$$\alpha = 0, \beta = 0 \text{ és } \gamma = 0$$

egyenesekekkel találkoznak; ekkor az ekkép nyert metszési pontok a keresett egyenesben fekszenek. *)

*) Az említett osztást egész egyszerűen véghez vihetjük az által, hogy pl. az OMN szög valamely pontjából az egyik függélyest, m_1 -t, $\gamma = 0$ (12. ábra) vonalra, a másik függélyest, m_2 -t, $\beta = 0$ vonalra bocsátjuk, továbbá ezen függélyesek végpontjaiból párhuzamosokat húzunk az $\alpha = 0$ és $\beta = 0$ vonalakhoz, melyek azután P pontban fogják egymást metszeni. MB tehát azon vonal, mely az M és P pontokat köti össze; mert a

$$\left. \begin{matrix} \beta = 0 \\ \gamma = 0 \end{matrix} \right\} \text{ ponton keresztül megy}$$

és az adott szöget külsőleg $\frac{m_2}{m_1}$ viszonyban osztja; egyenlete tehát lesz:

$$\beta + \frac{m_2}{m_1}\gamma = 0$$

vagy

$$m_1\beta + m_2\gamma = 0$$

Az adott egyenes

$$m\alpha + m_1\beta + m_2\gamma = 0,$$

melyet az alapháromszög átmetszőjének (Transversale) lehet tekinteni, ennek oldalait vagy ezeknek meghosszabbításában, azaz külsőleg, vagy csak az egyiket külsőleg, a többit pedig belsőleg metszi. Az utóbbi esetben az egyenletnek egy tagja tagadó jellel fog birni. El-

Ha az eddig mondottakat röviden összefoglaljuk, látjuk, hogy a két, szóban forgó összkendezett rendszer összkendons-
lításánál, a Descartes-i rendszernek két tengely, az új összkendezett rendszernek pedig egy háromszög szolgál alapul; és hogy ez utóbbiban egy pont összkendezett helyébe — mint a Descartes-i rendszerben történik — azon viszony lép, mely azon függélyesek közt létezik, melyek az illető pontból az alap-egyenesekre bocsáttatnak. Miután tehát mindkét rendszerben egy pont meg van határozva, azért minden egyenes vagy görbe vonalt pontok sorozatának tekinthetünk, és az összkendezett függésének törvényeit annak egyenlete által fejezhetjük ki. A Descartes-i rendszerben az egyenes vonalnak egy első foku egyenlet két változó közt, a három oldalú rendszernek egy első foku egyenlet három változó közt felel meg.

A három-oldalu összkendezett rendszernek lényeges sajátága továbbá az egyeneműség, valamint az is, hogy ezen rendszer egyenleteinek tagjai oly kifejezések, melyek magukban véve ismét egyenes vonalakat képviselnek; — míg ellenben a Descartes-i egy és két-oldalu rendszerben, a mértani alakzatoknak egyenletei látszólag különeműek, és egyenesen (direkt) a pontok összkendezettjeinek vonatkozását foglalják magukban.

A Descartes-i kifejezéseknek ezen látszólagos különeműségét megszüntetjük, ha azokba a hosszegységet hozzuk be; legyen ez például z, akkor mint a Descartes-i rendszer valamely egyenes vonalának elemző mértani kifejezését nyerjük:

$$Ax + By + Cz = 0.$$

Ha ezt a három-oldalu rendszer valamely egyenesének egyenletével

$$m\alpha + m_1\beta + m_2\gamma = 0$$

összkendonslítjuk, látjuk, hogy

ből látjuk, hogy az egyenletnek szerkesztése akkor sem szenved változást, ha egy tagja tagadó. Ha két vagy mind a három tag tagadó volna, akkor ezeket csak (—1)-el kellene szorozni, hogy az egyenletet az előbbi esetek egyikére lehessen visszavezetni.

$$Ax + By + Cz = 0$$

ezen rendszerben valamely egyenest oly módon képviselhet, ha x , y és z , egyenes vonalaknak tekintetnek, vagyis ha

$$x=0, y=0, z=0.$$

De a feltevés szerint z mint egység állandó mennyiség. $z=0$ tehát oly egyenesnek egyenlete, mely az összrendezetti rendszer kezdetpontjától véghetetlen távolságban fekszik.

Ebből kitetszik, hogy a Descartes-i rendszer egyenletei az általános három-vonalu rendszer egyenleteinek csak különös alakjai, melyekben azok előfordulnak, ha két alapvonal összrendezetti tengelynek vétetik, míg a harmadik végtelen távolságban fekszik.

Miután azon összefüggést kimutattuk, mely e két rendszer között van, czélszerűnek látom néhány példán megmutatni, miképen kell a görbe vonalakat ezen rendszerben tárgyalni és magyarázni.

Minden másod rendű görbe vonal, mely az

$$\alpha=0, \beta=0, \text{ és } \gamma=0$$

háromszög körül van leírva, ezen egyenlet által képviseltetik:

$$m_1\beta\gamma + m_1\gamma\alpha + m_2\alpha\beta = 0, \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

mivel a háromszög minden csúcsa

$$\begin{cases} \alpha=0 \\ \beta=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \beta=0 \\ \gamma=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha=0 \\ \gamma=0 \end{cases}$$

neki megfelel.

Hogy ezen görbe vonal kör legyen, szükséges, hogy, miután a görbe vonal egyenletében α , β , γ helyett azoknak eredeti jelentését tettük, x^2 és y^2 együtthatói egyenlők, xy együtthatója pedig zérussal egyenlő legyen. Ennélfogva föltéti egyenletekül ezeket nyerjük:

$$\left. \begin{aligned} m\cos(\beta+\gamma) + m_1\cos(\gamma+\alpha) + m_2\cos(\alpha+\beta) &= 0 \\ m\sin(\beta+\gamma) + m_1\sin(\gamma+\alpha) + m_2\sin(\alpha+\beta) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad (40)$$

a melyekből az együtthatók viszonya következőkép határozható meg:

$$\left. \begin{aligned} \frac{m_1}{m} &= \frac{\sin(\gamma-\alpha)}{\sin(\beta-\gamma)} \\ \frac{m_2}{m} &= \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\beta-\gamma)} \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41);$$

de mivel

$$\left. \begin{aligned} \sin C &= \sin(\alpha - \beta) \\ \sin A &= \sin(\beta - \gamma) \\ \sin B &= \sin(\gamma - \alpha) \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (42)$$

hol A, B, C az alapháromszög csúcsai, — azért mint a kör egyenletét nyerjük:

$$\left. \begin{aligned} \beta \gamma \sin A + \gamma \alpha \sin B + \alpha \beta \sin C &= 0 \\ \text{vagy } \gamma(\beta \sin A + \alpha \sin B) + \alpha \beta \sin C &= 0 \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (43)$$

mely kör a háromszög körül van leírva.

A kör egyenletének utolsó alakjából képesek vagyunk egyszerre mind azon érintőjének egyenletét is származtatni, mely érintő az alapháromszög csúcsán megy keresztül.

Mert ha az utolsó egyenletben γ -t vagy $\beta \sin A + \alpha \sin B$ egyenlővé teszszük zérussal, akkor mindkét esetben az egyenlet így alakul:

$$\alpha \beta = 0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (44),$$

a miből kitetszik, hogy $\gamma = 0$ a kört azon két pontban metszi, a melyben ez az

$$\alpha = 0 \text{ és } \beta = 0$$

vonalakkal is találkozik. Hasonlóképen $\beta \sin A + \alpha \sin B$ egyenes is a kört ugyanazon pontokban metszi, a melyekben ez az α és β egyenesekkel találkozik. De

$$\beta \sin A + \alpha \sin B = 0$$

az

$$\alpha = 0 \text{ és } \beta = 0$$

metszés-pontján keresztül megy, ennél fogva a kört csak egyetlenegy pontban találja, azaz: a körnek érintője C csúcsban.

Hasonló módon találjuk, hogy

$$\left. \begin{aligned} \alpha \sin C + \gamma \sin A &= 0 \\ \text{és } \beta \sin C + \gamma \sin B &= 0 \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (45)$$

is a kör érintői B és A csúcsokban.

Ha ezen érintőket ilyen alakban írjuk:

*) Erről könnyen meggyőződhetünk, ha meggondoljuk, hogy α és β azon szögek, melyeket az összrendezetti rendszer kezdetpontjából az alapháromszög oldalaira bocsátott függélycek az X tengellyel képeznek. Az ábra világosan mutatja, hogy

$$C = [170^\circ - (\alpha - \beta)],$$

ennél fogva

$$\sin C = \sin(\alpha - \beta).$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\beta}{\sin B} + \frac{\alpha}{\sin A} &= 0 \\ \frac{\alpha}{\sin A} + \frac{\gamma}{\sin C} &= 0 \\ \frac{\beta}{\sin B} + \frac{\gamma}{\sin C} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

látjuk, hogy azok a háromszög (14. ábra)

$$\gamma=0, \beta=0 \text{ és } \alpha=0$$

ellenoldalaival C_1 , B_1 , A_1 pontokban találkoznak, melyek mind oly egyenesben fekszenek, a melynek egyenlete:

$$\frac{\alpha}{\sin A} + \frac{\beta}{\sin B} + \frac{\gamma}{\sin C} = 0 \dots \dots \dots (47).$$

Minden másodrendű görbe vonalnak, mely az alapháromszögbe beírva legyen, ilyen alakkal kell birnia:

$$\begin{aligned} m^2\alpha^2 + m^2_1\beta^2 + m^2_2\gamma^2 - 2m_1m_2\beta\gamma - 2mm_2\alpha\gamma - 2mm_1\alpha\beta &= 0 \\ \text{vagy } m_2\gamma(m_2\gamma - 2m_1\beta - 2m\alpha) + (m\alpha - m_1\beta)^2 &= 0. \end{aligned} \quad (48).$$

Mert ha azon helyet keressük, melyben az alapháromszög egy oldala, például $\gamma=0$, a görbe vonallal találkozik, azaz ha az adott görbe vonalban $\gamma=0$ tétetik, akkor lesz:

$$m^2\alpha^2 - 2mm_1\alpha\beta + m^2_1\beta^2 = 0 \dots \dots \dots (49).$$

De mivel ezen egyenletnek két egyenlő gyöke van, azért γ egyenes a görbe vonalat két, és pedig egybeeső pontban vágja, azaz: az egyenes a görbe vonalnak érintője. Hasonló módon

$$\beta=0 \text{ és } \alpha=0$$

is érintők.

Az előbbi föltéti egyenletből, γ egyenesnek a görbe vonallal találkozására nézve, következik:

$$\pm(m\alpha - m_1\beta) = 0,$$

a miből látjuk, hogy azon egyenesnek, mely a találkozási ponton megy keresztül, egyszersmind

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 0 \\ \beta &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ metszéspontján is keresztül kell mennie.}$$

Hasonló módon találjuk, hogy azon egyeneseknek, melyek a görbe vonalak találkozási pontján

$$\alpha=0 \text{ és } \beta=0$$

vonalakgal, valamint a $\beta\gamma$ és $\alpha\gamma$ egyeneseknek metszési pontján mennek keresztül, egyenletei lesznek:

$$m_1\beta - m_2\gamma = 0$$

$$m_2\gamma - m\alpha = 0.$$

Ebből kitetszik, hogy azon egyenesek, melyek a csúspontoktól a görbe vonal érintési pontjaihoz húzatnak, egymást ugyanazon pontban metszik.

Az

$$m_2\gamma - 2m_1\beta - 2m\alpha = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

egyenes számára, valamint akkor is, ha $\gamma = 0$ tétetik, a teljes négyzetet nyerjük:

$$(m\alpha - m_1\beta)^2 = 0$$

a miből következik, hogy a (48) alatti egyenes

$$2m_1\beta + 2m\alpha - m_2\gamma = 0$$

a görbe vonalat ugyanazon pontokban érinti, melyeken az

$$m\alpha - m_1\beta = 0$$

egyenes is keresztül megy.

Ugyanazon módon a görbe vonal többi két megfelelő (correspondierend) érintőjét is megtaláljuk ilyen alakban:

$$\left. \begin{aligned} 2m_1\beta + 2m_2\gamma - m\alpha &= 0 \\ 2m_2\gamma + 2m\alpha - m_1\beta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Ezen három érintő az alapháromszög ellenoldalaival,

$$3m_2\gamma = 0$$

$$3m\alpha = 0$$

$$3m_1\beta = 0$$

olyan pontokban találkozik, melyek mind egy egyenesben fekszenek, a melynek egyenlete:

$$m\alpha + m_1\beta + m_2\gamma = 0.$$

Például: Határozassék meg az alapháromszög, azon föltétel alatt, hogy egy másodrendű görbe vonal azon pontoknak helye legyen, melyekből ha az alapra függélyest bocsátunk, ezen függélyesnek négyzete állandó viszonyban álljon azon függélyesek szorozmányához, melyeket ugyanazon pontokból a háromszög többi oldalaira bocsátunk.

Tegyük föl, hogy M legyen azon pont, mely a tett föltevésnek megfelel, úgy hogy:

$$\alpha\beta - k\gamma^2 = 0,$$

hol α, β, γ azon egyenesek, melyek az illető másodrendű vo-

nal tetszés-szerinti pontjából a háromszög oldalaira bocsátattnak.

Hogy tehát azon helyeket megtaláljuk, melyekben az $\alpha=0$ és $\beta=0$ egyenesek a mondott görbe vonalat vágják, tegyük a fönnebbi egyenletben előbb az α -t, azután a β -t egyenlővé zérussal; mindkét esetben lesz:

$$\gamma^2=0,$$

azaz: α és β egyenesek a görbe vonalt két-két egybeeső pontban vágják, α egyenes tehát a görbe vonalat

$$\left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \gamma=0 \end{array} \right\} \text{pontban, } \beta \text{ egyenes pedig}$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta=0 \\ \gamma=0 \end{array} \right\} \text{pontban vágja.}$$

Az α és β egyenesek tehát a görbe vonal érintői, és γ annak érintési húrja (Berührungsssehne).

Hogy a görbe vonal kör legyen, e szerint k -t kell meghatározni. Ez az által történik, hogy az

$$\alpha\beta - k\gamma^2 = 0$$

görbe vonalban α , β , γ helyett azoknak eredeti alakját tesszük, minek következtében lesz:

$$(x\cos\alpha + y\sin\alpha - p)(x\cos\beta + y\sin\beta - p_1) = K(x\cos\gamma + y\sin\gamma - p_2)^2$$

miből ezen föltéti egyenlet következik:

$$K\cos 2\gamma = \cos(\alpha + \beta)$$

$$\text{és} \quad K\sin 2\gamma = \sin(\alpha + \beta)^*),$$

a miből négyzetre való emelés és összeadás által lesz:

$$K=1.$$

A keresett körnek egyenlete tehát:

$$\alpha\beta = \gamma^2.$$

Miután a mondottak szerint az alapháromszög két oldala a kör érintője, és a harmadik annak érintési húrja: következik, hogy a háromszögnek, mely a tett föltevésnek a körre nézve megfelel, egyenszárunak kell lennie.

*) A másodrendű görbe vonalak általános egyenlete szerint, a körre nézve:

$$A=C \text{ és } B=0.$$

Ezen föltétet a körre nézve következőképen lehet kifejezni:

Ha egy kör körzetének valamely pontjából a kör két érintőjére és annak érintési húrjára függélyeseket bocsátunk, akkor az utóbbi négyzetének egyenlőnek kell lennie a két elsőnek szorzományaival.

Legyenek például $E=0$ és $E_1=0$ két körnek az épszőgü Descartesi rendszerre vonatkozó egyenletei; ekkor

$$E - mE_1 = 0$$

oly körnek egyenlete, mely a két kör közös pontjain megy keresztül. — Egyetlenegy esetben, ha t. i. $m=1$, nyerjük a húregyennek (Chordale) egyenletét

$$E - E_1 = 0,$$

mely a két kör közös pontjain megy keresztül.

A húregyennek sok és nevezetes tulajdonságai közül ez alkalommal csak a következőket fogjuk kiemelni:

Tudjuk, hogy a kör egyenlete, ha abban egy adott tetzésszerinti pontot helyettesítünk, azon érintő nagyságának négyzetét adja, melyet ezen pontból a körhöz húzunk *). Ennél fogva $E=0$ egyszersmind azon érintőnek négyzete, melyet valamely xy tetzésszerinti pontból az $E=0$ körhöz húzunk. Ugyanez áll erre nézve is: $E_1=0$.

A húregyennek egyenlete tehát

$$E = E_1$$

mutatja, hogy azon érintők, melyeket a húregyen valamely pontjából a két körhöz vonunk, egyenlők.

Ezen eredmény akkor is bír érvényességgel, midőn a két kör nem vágja egymást. Ezen esetben a húregyen függélyesen áll a körök középpontjait összekötő vonalon, oly pontban, mely a középponti vonalat úgy vágja, hogy az ez által keletkezett részek négyzeteinek különbsége egyenlő a suga-

*) Az adott kör egyenlete legyen például:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 - r^2 = 0, \text{ ekkor a 16. ábra szerint}$$

$$MO^2 = (x_1-a)^2 + (y_1-b)^2,$$

a kör érintője tehát M pontban lesz:

$$MT = MO^2 - r^2 = (x_1-a)^2 + (y_1-b)^2 - r^2,$$

azaz: valamely érintőnek négyzetét nyerjük, ha a kör egyenletében azon pontot helyettesítjük, melyből az érintő a körhöz húzatott.

ak négyzetének különbségével; mert az érintők természetesen csak ezen esetre nézve egyenlők *).

Három körnek: $E=0$, $E_1=0$, $E_{11}=0$, húregyei lesznek:

$$E-E_1=0$$

$$E_1-E_{11}=0$$

$$E_{11}-E=0.$$

Mivel ezen három egyenletnek összege egyenlő zérussal, következik, hogy három körnek húregyei ugyanazon pontban metszik egymást, mely közös pontot *húregyen-középpontnak* (Chordalencentrum) szoktak nevezni.

Ha $E=0$ és $E_1=0$ által két kúpszeletet jelölünk meg, akkor

$$E \pm m E_1 = 0$$

mindig oly kúpszeletnek egyenlete, mely a két adott kúpszeletnek valódi vagy képzelt metszéspontjain megy keresztül. Ha a kúpszeletek egyike egyenes vonalak rendszerévé válnék, azaz ha $E_1 = \alpha\beta$ volna: akkor

$$E \pm m \alpha \beta = 0$$

oly kúpszelet, melynek metszeshúrjait $E=0$ -sal az $\alpha=0$ és $\beta=0$ egyenesek képezik.

Képzeljük magunknak végre, hogy az $\alpha=0$ és $\beta=0$ egyenesek mind közelebb jutnak egymáshoz, úgy hogy végre egybeesnek és $\alpha=\beta$ lesz; akkor a metszési pontok ketteje is egybe fog esni, azaz a második kúpszelet

$$E \pm m \alpha^2 = 0$$

az elsőt $E=0$ két pontban érinti, melyeknek közös érintési húrja $\alpha=0$.

De ha továbbá $\alpha=0$ egyenes az $E=0$ kúpszeletnek érintője volna, akkor az érintési húrnak említett két pontja egybeesnék, azaz

$$E \pm m \alpha^2 = 0$$

*) Mert a 17. ábra szerint:

$$t^2 = m^2 - n^2$$

és

$$t_1^2 = m_1^2 - R^2,$$

de mivel t egyenlő kell hogy legyen t_1 -el, következik, hogy ez csak akkor lehetséges, ha

$$m^2 - R^2 = m_1^2 - R^2$$

vagy

$$m^2 - m_1^2 = R^2 - R^2, \text{ mint fentebb.}$$

kúpszeletnek az $E=0$ kúpszelettel négy egymásra következő közös metszési pontja volna; a mit *harmadrendű érintésnek* szoktak nevezni.

Ha azonkívül még a második kúpszelet $E=0$ két egyenes vonal rendszerévé válnék, ha tehát

$$E=\gamma\delta: \quad \text{akkor} \\ \alpha\gamma\pm m\beta\delta=0$$

oly kúpszeletet képvisel, mely az α , β , γ , δ négyszög körül van leírva, mivel az utóbbi egyenletnek a következő négy föltétel mindegyike megfelel

$$\begin{array}{cc} \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \beta=0 \end{array} \right\} & \begin{array}{l} \beta=0 \\ \gamma=0 \end{array} & \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \delta=0 \end{array} \right\} & \begin{array}{l} \gamma=0 \\ \delta=0 \end{array} \end{array}$$

Ha az említett egyenesek ketteje egybeesik, akkor

$$\alpha\gamma\pm m\beta^2=0$$

oly kúpszeletet képvisel, melynek érintői

$$\alpha=0 \quad \gamma=0,$$

érintési húrja pedig $\beta=0$.

Minden, a mit itt mondottunk, azon esetre is vonatkozik, ha az egyenes vonalak ezen alakban is adva vannak:

$$Ax+By+C=0$$

Ha $A=0$, $B=0$, $C=0$, $D=0$ és $F=0$, akkor

$$AB-CD=0$$

oly kúpszeletnek egyenlete, mely az A és B valamint a C és D egyenesek metszéspontján megy keresztül.

Az $AB-F^2=0$

egyenlet pedig oly kúpszeletnek egyenlete, mely az A és B egyeneseket azon pontokban érinti, melyekben azok az F egyenes által metszetnek. Hasonlóképen $CD-F^2=0$ is oly kúpszelet, mely a C és D egyeneseket azon pontokban érinti, melyekben azok F által metszetnek.

Mivel tehát ezen egyenletek mindegyike következménye a másiknak, látjuk, hogy ezen három kúpszelet egymást ugyanazon négy pontban metszi.

Lényeges módosítást szenvednek ezen képletek, ha a bennök előforduló egyenesek egyike véghetetlen távolságban fekszik az összerendezetti rendszer kezdetpontjától. Ez esetben ezen egyenesnek képlete volna $\text{Const}=0$.

Ha például $AB - F^2 = 0$ kúpszeletben $F = \text{Const.}$ volna, és f^2 által képviseltetnék : akkor

$$AB - f^2 = 0$$

oly kúpszeletnek az egyenlete, mely az A és B egyeneseket véghetetlen távolságban fekvő pontokban metszi, azaz : $A = 0$ és $B = 0$ a kúpszelet közelítői (Asymptoten).

Ha meggondoljuk, hogy α, β, γ mennyiségek azon függvényeseket jelentik, melyek a kúpszelet valamely pontjából az alapháromszög oldalaira bocsáttattak : akkor az említett képletek mindegyikének egyszerű magyarázása által a következő eredményhez jutunk :

I.

Ezen egyenlet

$$\alpha\gamma - m\beta^2 = 0$$

jelenti, hogy azon függvényesek szorozmánya, melyek a kúpszelet valamely pontjából, annak két állandó érintőjére

$$\alpha = 0 \text{ és } \gamma = 0$$

húztak, állandó viszonyban van azon egyenesnek négyzetéhez, mely a kúpszelet érintési húrjára $\beta = 0$ húzatott.

II.

Az

$$\alpha\gamma - m\beta\delta = 0$$

egyenlet jelenti, hogy azon függvényesek szorozmánya, melyek egy kúpszelet valamely pontjából a kúpszeletbe beírt négyszög két ellenoldalára bocsáttatnak, állandó viszonyban áll a másik két oldalra bocsátott függvényes szorozmányához.

Ezen szép feladatot, mely az újabb elemző mértan szerint egy elemző mértani ténynek egyszerű magyarázata által oldatik meg, Pappus a régi mathematicusok szírtjének nevezte, melyen minden, annak megoldására irányult törekvésük hajótörést szenved.

Euklides és Apollonius is megkísérték rajta éles eszüket. Descartes ezen feladatot ismét az által hozta hírbe, hogy legelőször rajta alkalmazta általános alakban új mértanát, és Pap-

pus problemájának nevezte *). Newton ezen tantétet tisztán mértani úton bizonyította be, későbbben egészen feledésbe ment. Azon — úgy szólván — terméketlenség, melyre ezen fontos tantét századokon át kárhoztatva volt, holott belőle a kúpszeletek minden sajátságait lehet származtatni, és azon csekély fontosság, melyet korunk legutolsó tizedéig Pascal és Desargues tételének — Pappus ama tantéte következményeinek — tulajdonítottak, emlékezetünkbe hozzák Bailly emez igaz szavait (Histoire de l'astronomie moderne Tom. II. pag. 60.) „Úgy látszik, hogy az eszméknek is, szintúgy mint nekünk, van gyermekségük és bizonyos kezdetleges gyengeségük; keletkezésüknél még nem tudnak magok teremteni, és termékenyítő erejüket csak az időtől nyerik.“

A Pascal-féle vonalak, melyeket itt röviden említék, bizonyítják a három-vonalu összerendezettek módszerének könnyűségét és életrevalóságát.

Ezen tantét: hogy valamely kúpszeletbe beírt hatszög (18. ábra) ABCDEF ellenoldalainak metszéspontjai M, N, P egy egyenesben fekszenek, a következő módon bebizonyítható :

Legyenek ezen oldalak :

$$\alpha=0, \beta=0, \gamma=0, \delta=0, \epsilon=0, \eta=0 ;$$

akkor, mivel a kúpszeletnek az ABCD pontokon kell keresztül mennie, a következő vonatkozás keletkezik :

$$\alpha\gamma - \beta\lambda = 0 ,$$

hol $\lambda=0$ azon egyenest jelenti, mely a hatszögnek A és D pontjain megy keresztül. A kúpszeletnek azonban a tett feltevés szerint a DEFA négyszögön keresztül is kell mennie, minélfogva lesz :

$$\delta\eta - \epsilon\lambda = 0.$$

De a kúpszelet ugyanezen feltevésnél fogva a BECF át-hajtott (umgeschlagen) négyszögön is keresztül megy, melynek

*) Descartes ezen feladatot ekkép fejezi ki : „Ha több egyenes vonal adva van, kerestessék azon pontnak helye, melyből, ha az egyenes vonalakhoz függélyes, (vagy más hajlításu) vonalakat húzunk, ezen vonalak egynehányának szorozmánya állandó viszonyban álljon a többiek szorozmányához.

két-két ellenoldalát $\beta\epsilon$ és $\mu\nu$ által jelöljük meg; az ezen négyszögön keresztül menő kúpszeletnek egyenlete tehát lesz:

$$\mu\nu - \beta\epsilon = 0.$$

Az előbbi két kifejezés azonosságából ugyanazon kúpszelet számára, következik, hogy:

$$\alpha\gamma - \beta\lambda = \delta\eta - \epsilon\lambda,$$

a miből továbbá lesz:

$$\alpha\gamma - \delta\eta = (\beta - \epsilon)\lambda.$$

Ezen egyenlet baloldala nyilván egy az

$$\alpha = 0, \delta = 0, \gamma = 0, \eta = 0$$

oldalak által képezett négyszöggel, tehát az ANQDPQA négyszöget képviseli; míg jobboldala két egyenest

$$\lambda = 0 \text{ és } \beta - \epsilon = 0$$

képvisel. De mivel $\lambda = 0$ természet szerint az AD pontokon keresztül menő átló, szükséges, hogy $\beta - \epsilon = 0$ a P és N pontokon keresztül menő átló legyen. Azonban ezen utóbbi átló alakja szerint a $\begin{matrix} \beta = 0 \\ \epsilon = 0 \end{matrix}$ metszési ponton, tehát M ponton is megy keresztül; a miből következik, hogy azon három pont, melyben a hatszög ellenoldalai egymással találkoznak, egy és ugyanazon egyenesben fekszik.

Az első és harmadik egyenlet azonosságából hasonló módon következik

$$\alpha\gamma - \mu\nu = (\lambda - \epsilon)\beta,$$

melyből szintúgy mint az első esetben, következtethetjük, hogy ezen három pontnak:

$$\begin{matrix} \delta = 0 & \eta = 0 & \beta = 0 \\ \nu = 0 & \mu = 0 & \lambda = 0 \end{matrix}$$

a $\lambda - \epsilon = 0$ egyenesben kell feküdnie.

Az utolsó két egyenlet azonosságából pedig látjuk, hogy

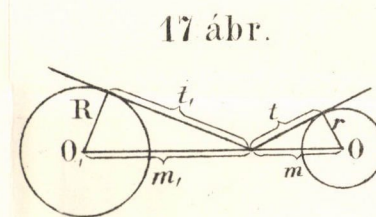
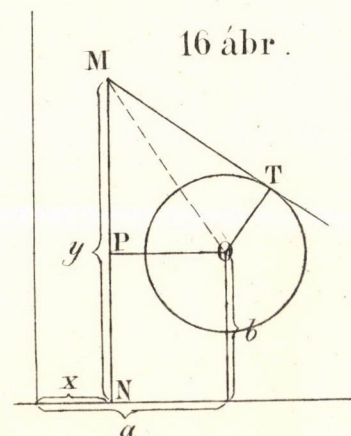
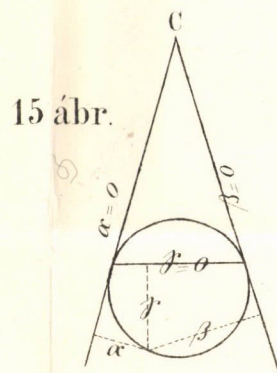
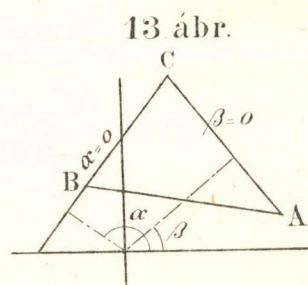
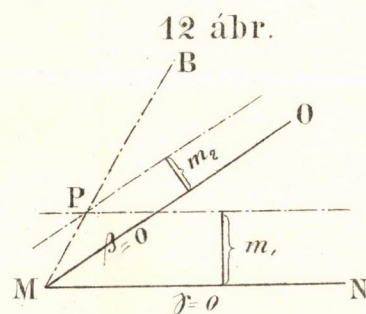
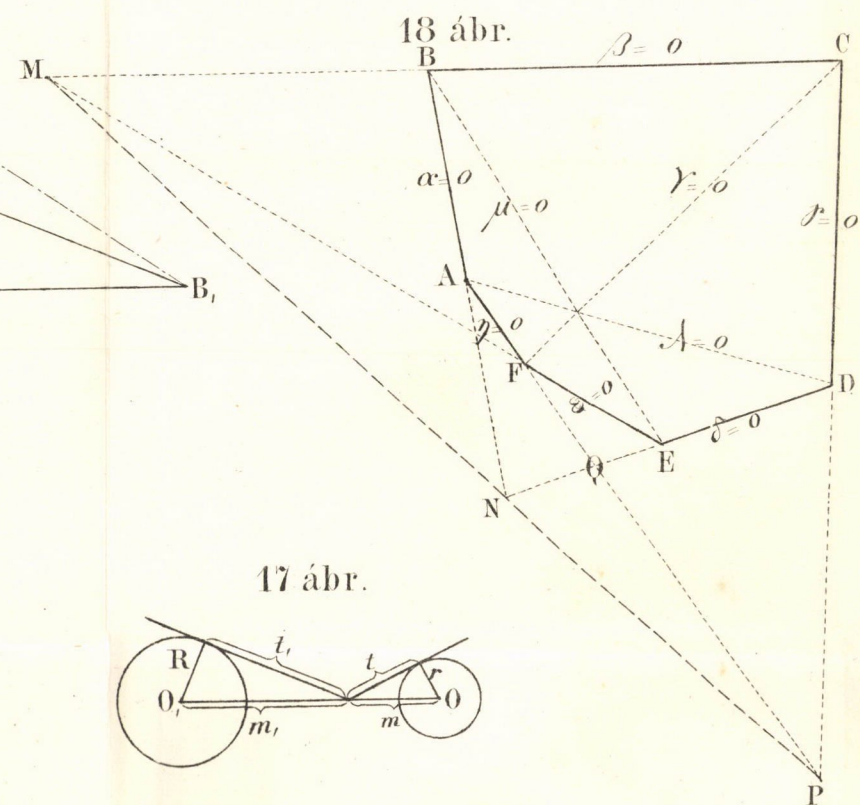
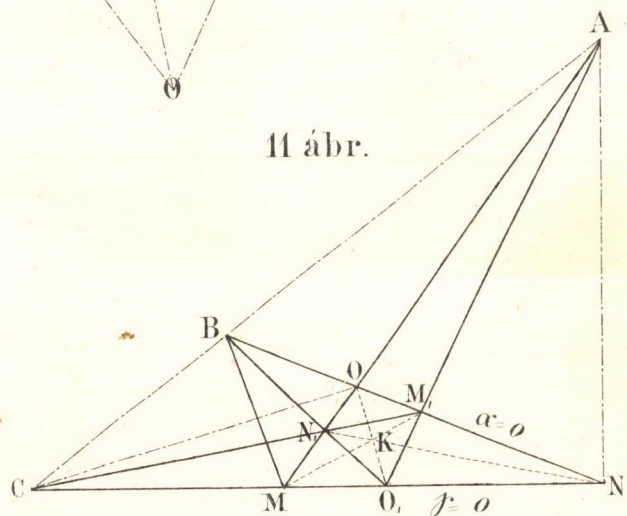
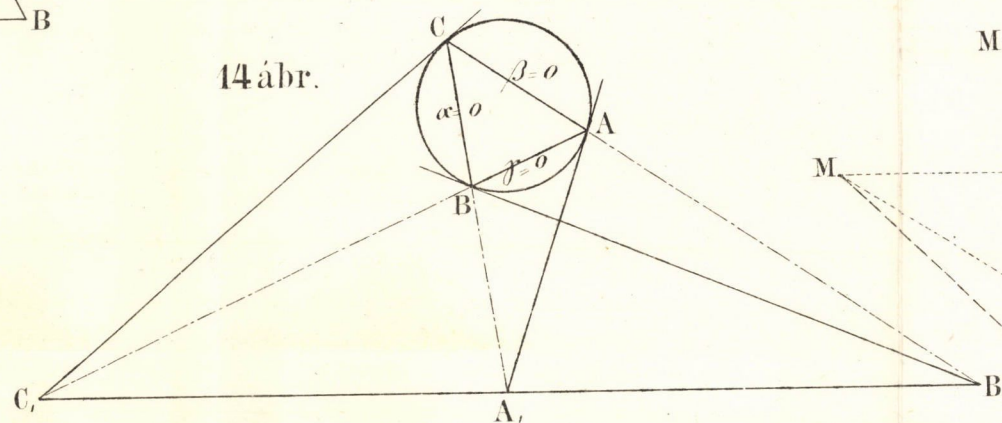
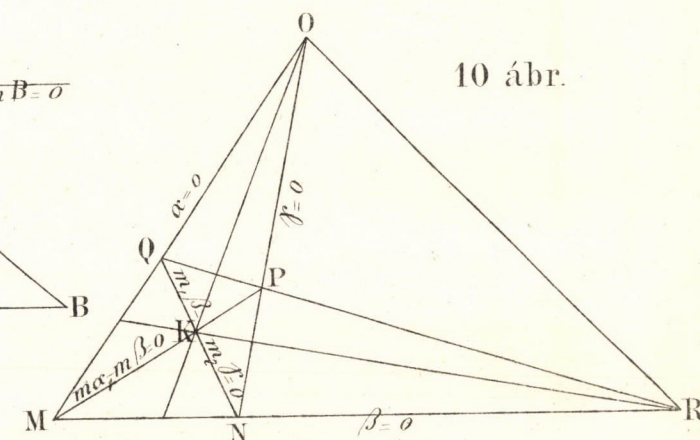
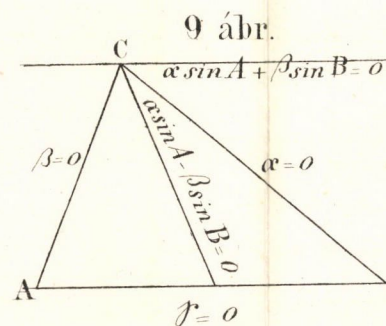
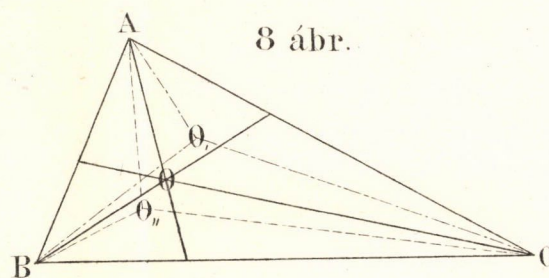
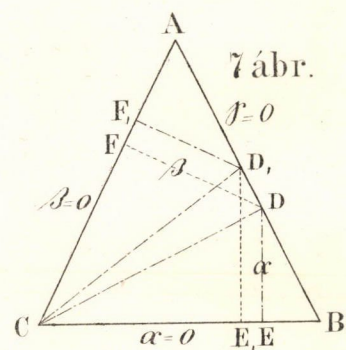
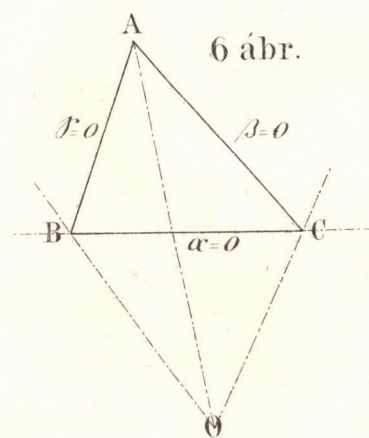
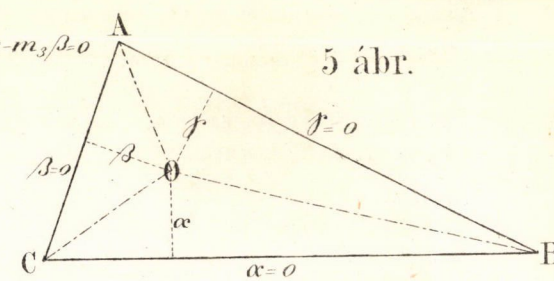
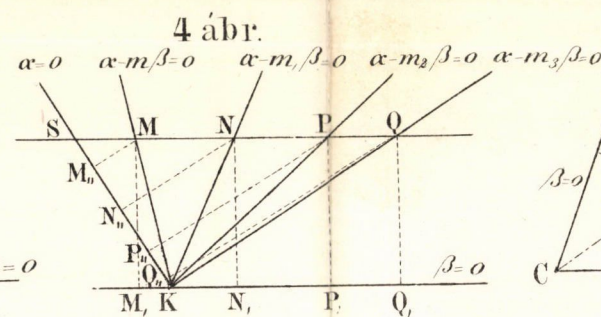
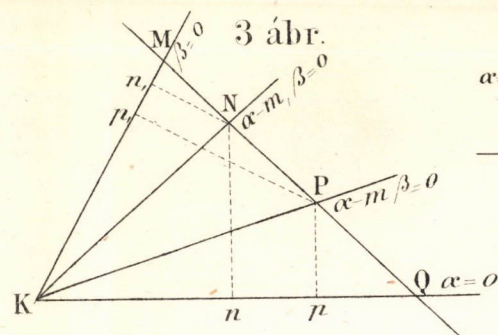
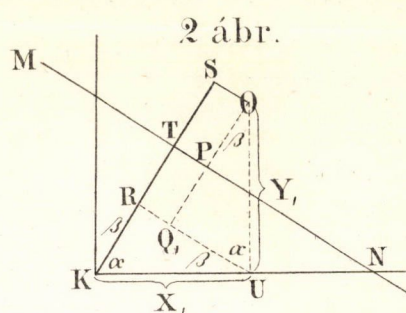
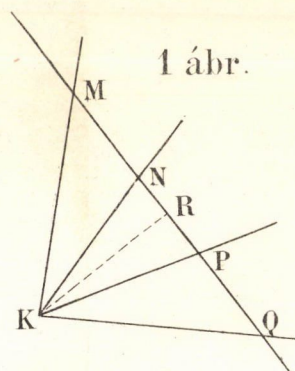
$$\mu\nu - \delta\eta = (\beta - \lambda)\epsilon;$$

a miből hasonló magyarázat segítségével következik, hogy a megfelelő négyszög ellenoldalainak metszéspontjai egy egyenesben fekszenek, melynek egyenlete:

$$\beta - \lambda = 0.$$

Ha ezen három Pascal-féle vonalt:

$$\beta - \epsilon = 0, \epsilon - \lambda = 0, \lambda - \beta = 0,$$



North



tekintjük : látjuk, hogy ezek egy és ugyanazon pontban metszik egymást.

Úgy hiszem már ezen rövid vonások is eléggé mutatják, mily hatása van az újabb mértan ezen eszméjének az egész mennyiségtanra. Az újabb mértan nemcsak teljes önállósággal lép Descartes elemző mértana mellé, hanem azt fölülmúlta, sőt, mint látszik, háttérbe is fogja szorítani. A Descartes-féle elemző módszer nélkülözi azon *általános elvet*, mely *új mértani igazságok föltalálására szükséges*. Mert azon haladás mellett is, melyet a Descartesi elemző mértan tett, még sem nélkülözhetette az összetéti módszert; és feladata inkább az, hogy összetétiileg talált igazságokat bebizonyítson és általánosítsa, mintsem hogy új mértani fölfedezéseket tegyen. Az újabb elemző mértan ezen utóbbi célzt tökéletesen elérte, miért is azt valóban feltalálási módszernek lehet nevezni. Az újabb elemző mértan az első lépés, az *összetéti és elemző* módszer egyesítéséhez, melyek addig egymással ellentétben voltak. A számítás itt mindinkább háttérbe lép, a hossz-függvények (lineare Funktionen) és a sugárkéve képezik azon mozgékony elemet, melynek segítségével a legfontosabb tantéteket nagy könnyűséggel lehet bebizonyítani.

Ha a mértan történetére pillantunk, látjuk, hogy ez a mennyiségtan minden ágai közül a legtanulságosabb.

Észre vesszük, hogy az emberek, mióta gondolkodni kezdtek, mindig csak az egyest (das Einzelne) ügyekeztek felfogni, és csak azt fogták fel tisztán.

Későbbben egyes mértani tantétek feltalálása csak mellékesnek tekintetett; oly módszereket kerestek, melyek a buvárlás segédeszközeit egyszerűsítik; az elválasztott tantéteket egyesíteni, és azokat mint általánosabb tantétek következményeit feltüntetni iparkodtak. Végre azon törekvés lépett előtérbe, mely szerint bizonyos egyszerű elv segítségével a téralakzatok minden viszonyait és tulajdonságait kifejtteni, és azokat mint egy első és legmagasabb törvény kifolyásait felfogni lehessen.

Az egység utáni ezen törekvésben fekszik korunknak egyik fő-jellemvonása. Ezen cél után kell az embereknek törekedniök, ha rendeltetésüket el akarják érni. — Több

mint két évezred óta fáradoznak e körül, és minden egyes ember öntudatosan vagy öntudatlan dolgozik rajta. S e szerint legyen szabad reménylenem, hogy nincs távol azon idő sem, melyben a mértannak ezen két módszere karöltve együtthatva, mindig magasabbat, és pedig mind egyszerűbb úton fog teremteni, és végre *egybe* olvadni. Ezen eszme a tudomány történelmében egy elmúlt korszak végét és egy újnak kezdetét fogja képezni.

A TÁTRA SZIKLAZUZADÉKAIRÓL.

KALKBRENNER KÁROLY L. T.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉSE.

(Olvastatott a természett. és math. oszt. jan. 2-dikai gyűlésén. 1865.)

A tudományok mezején való törekvéseim csekély eredményei mellett, megválasztatásomban a magy. tud. Akadémia levelező tagjává csak azon gondoskodásnak tanuságát látom, melylyel e mélyen tisztelt Testület a hazai tudomány mezején nyilatkozó minden mozzanatot felkarolni, és gyengébb kísérleteket, szerényebb törekvéseket is elismerése által felbátorítani szokott. — Midőn tehát a nekem kijelelt, s engemet nagyon is megtisztelő helyet örömteljes köszönettel elfogadom; mélyen érzem a reám rótt kötelezettségek nagyságát, s ezért főfeladatomnak tekintendem, azoknak erőmhöz képest megfelelni, és a tudományosság általam választott terén fokozott buvárkodási buzgalmat kifejteni.

Ezen tér igenis korlátolt, félreeső s természeténél fogva még nem is méltányoltatik kellőleg. A *gombák* és *algák*, melyek jelenleg tanulmányozásom tárgyai, habár a buvárkodásnak bő és hálados anyagot nyújtanak is, nem oly közérdekűek, hogy azokat székfoglaló értekezésem tárgyául választani bátorkodtam volna.

Szabadjon tehát ez egyszer előadandó tárgyam megválasztásánál rendes szakom körén túl mennem.

Gyakori kirándulásaim alkalmával a magas Tátrába, ennek növényzete nem vevé figyelmemet kizárólag igénybe. A havasi világ közepett, látván a csúcsokat, melyek szédelgő magasságra tornyosúlnak, a szomorú kö-sivatagokat, melyek azokat környezik, az egymásra halmozott sziklaromokat, melyek romboló katastróphákról és a vad természeti erő dühöngéseiről tesznek tanuságot, a gondolkozó szellem mélyen megrendül; mert oly jelenségek által látja magát környezve, melyeknek megkísértett magyarázata által az elmélkedés háttartalan terére sodortatik.

Ezennel néhány efféle jelenségre bátorkodom a t. Akadémia figyelmét felhívni, midőn a *Tátra sziklazuzadékait* választom értekezésem tárgyává.

Zúz- és görely-képezmények mindenütt fordulnak elő, hol a sziklát az elmállás terményei s a növényzet óró szönyege nem borítják. A természeti erők ernyedetlen munkássága folyvást hat a hegyek rombolására, és pedig létök első pillanatától fogva.

Tekintsük közelebbről a hegyek emelkedésének geologiai menetét.

Párologva emelkedik az eruptív kőzet a tátongó örvényből, melyet előtolulása a földkérgén szakított. Midőn a rajta fekvő neptúni képletek rétegeit felemeli, oldalt veti, szétrepesztí és összemorzsolja: természetes, hogy részéről is felületén összerombolva, töredékekkel boríttatik. A föld erőszakos rázkódtatásai, melyek nélkül ily katastróphák nem gondolhatók, hasadásokat idéznek elő, melyek mélyen a hegység belsejébe szolgálnak; az egyenlőtlen meghülés, mely az izzó kőzet és hideg légkörny érintkezése által eszközöltetik, hasonlólag még további repedezéseknek tényezője. Így látjuk ezt tetteleg, kopár sziklafalakon és ormokon: hogy azok nem mindenütt tömör és egyöntetű kőtömegekből állanak, hanem számtalan keresztül-kasul futó hasadékokkal telvék, és hogy épen ezen hasadékhálózat a hegység alakzatát, szurdokainak és kidomborodásainak képződését, a szikla csoportozatok elkülönítését, és szirteinek meg ormainak alakját föltételezi.

Hogy mily mélyen hatnak e hasadékok a föld belsejébe, azt a közönséges, ásvány- és meleg források velünk gyaníttatják.

Ezen ős eredetű repedezések által már eleve meg van vetve a hegység bomladozásának alapja.

A megrepedezett szikla számtalan pontokon ki van téve a meteori befolyásoknak. Mihelyt bármily csekély hasadék mutatkozik, az esővíz azonnal benyomul, s a tél fagyától jéggé meredve, kitágulása által szétrepeszti a nedves kőzetet. Ezen tűnemény gyakori ismétlése által a kőzet elveszti összefüggését, és lassanként töredékekre bomlik, melyek mint laza görelyek fedik felszínét. A zivataros időjárás lesújtó villámai itt nem csekély szerepet játszanak. ¹⁾

A meteori tényezők mechanikai munkásságához csatlakoznak még a vegyfolyamok, melyek a megkezdett rombolás művét folytatják.

Az elmállás által a kőzet összefüggése lazul, és agyagos vagy homokos földrészekre porlik. Közönségesen ezen vegyfolyam a kőzet felületén igen lassan halad előre, mert évszázadok szükségesek, hogy a márvány sima felületét megtámadja, vagy egyes kovarcszemcsét és csillámlemezt a kemény gránitfalból lerájon. Sokkal hathatósabban működik ezen erő a hegyek belsejében. Az aknák, melyeket az érzekeső bányászat órányi távolságokra a hegyek belsejébe váj, nemkülönben az alagútak, melyekkel megmászhatlan hegyeket át-fúrnak és a népek közlekedésének a havasokon keresztül utat törnek, arról tanuskodnak, hogy a hegyek zöme nem mindig oly sértetlen, mint azt feltenni szoktuk. Csak ritkán mutatják azon szilárdságot, melylyel a felszíni szikla bír. Sok helyütt a kőzet át van ázva, és a likacsából szivárgó víz által fehéres iszappal borítva; gyakran egész rétegek pépszerű lágysággal bírnak, olyannyira iszapos pallaggá vannak elmállva, hogy a bányász összes szaktudománya alig elégséges a szétmállott rétegek nyomásának megfelelő faépítményeket és kőboltozatokat emelni.

Igen természetes, hogy a vegybomlás folyama ott, hol azt a földmeleg egyenlősége és a folytonos nedvesség gyámolítja, gyorsabban jár le, és tovább terjed, mint a felszínen, hol annak menetét a légmérsék változatai és a gyakori kiszá-

radás gátolják, vagy éppen a közet megkeményedését elősegítik. ²⁾

Habár az elmállás közvetlenül csak homok és agyag tömegeket eredményez, és így a tulajdonképeni sziklazuzadék képzésénél alárendelt szerepet látszatik vinni: tetteleg mégis annak egyik igen fontos tényezője, a mennyiben a ferdén futó rétegek elmállásával egész sziklafalak lesiklását idézi elő, és borzasztó hegyomlásokat okoz.

Ennyi a sziklazuzadékok képződéséről általában.

Hol az előfordúl, ott a hegység közetének természetéhez képest jelentékeny változásokat szenved. Úgy találjuk p. o., hogy homokkő, márga és lemezes palakő rendesen nem nagy kiterjedésű görelyt képez, sem pedig nagyobb szerű tuskókat nem hullat le, hanem homok-agyagos murva tömegekre bomlik szét, melyeknek burkolatából a szilárdabb rétegek csak imitt-amott mint padok és táblák állanak ki.

Itt kiválólag a vegybomlás működik.

Másként áll a dolog a mészkő-hegységekben, melyeknek szivós közete a meteori befolyásoknak hathatósan ellent állván, kevesebb elmállott anyagot, ellenben sokkal több sziklatuskókat képez. Helyenként a mészkőnek, főleg hol az dolomitá válik, hajlama van szerfözlött szétrepedezni, és számtalan szegletes koczkás, néhány hüvelyk nagyságu, darabokra szétbomlani, melyek legördülve meredek romkúpokat képeznek, de többnyire rövid idő alatt buja növényzettel takarva, fekete korhany-rétegek alá temettetnek. ³⁾

A jegeczes pala, gránit és gneisz hegységeket is, nagyobbára aránylag csekély elmállás mellett, bőséges görelyképződés jellemzi.

Mindenekelőtt a Tátra az, mely görelyeinek roppant mennyisége által különösen feltűnik.

Ha a hegység tövéhez közeledünk, látjuk a völgy-nyílásokból a havasok tomboló vizeit elötrönni, melyek egy fehéren fénylő, emberfő- és hordó nagyságu görelyekkel szélesen szegélyezett kömederben, hatalmas gránit-gömbökön át, tova zajlanak. Hol a tomboló ár magát mélyen bevájta, vagy a magas partok kimosása által az úgynevezett fehér falakat, mint például a „Stöschen“ és Felkai víz mellett képezte, a kopár helye-

ken meglátszik, hogy épen ezen igen kevés homokkal és romhuladékkal kevert görelyek az egész völgyfeneket betöltik, és helyenként 100—200 sőt több látnyi vastagságu réteget képeznek. Itt annyi romanyag hever, hogy felhalmozva már magában egy tekintélyes hegyet alkotna. Ha az erdőségen áthatolva, a meredekebb lejtőkre jutunk, akkor az ott elterülő áfonyabokrok- és moha-vánkosokból képezett foszlányos növényköpeny mellett is kivehetjük, hogy az erdőtalaj csupa összevissza hányt szikladarabokból áll. Fölérve a havasi régiókba, itt hasonló, csak hogy még vadabb sziklatuskók tömkelegére bukkanunk. Kietlen, szürke romhalmok egész sorozata húzódik a sziklafalaktól le a völgy fenekéig; kietlen, szürke, csak életveszéllyel áthatolható kötengerek borítják a magasabb fekvésű lapályokat; s a felsőbb régiókban mindenütt, hol barna gránitkúpok nem merednek föl, szemünk elláthatlan kiterjedésben romokkal és ismét romokkal találkozik. Ha elvégre a legmagasabb csúcsok egyikére felérünk, hol a közellevő szirteknek és ormoknak egész tömkelege tárul fel előttünk, mint például a Krivánon: oly körszemlének leszünk tanuivá, mely zordonságánál fogva szívünket megdermeszti. Egy zöldellő pont, egy szelidebb körvonal sincs sehol! Mintha csak az őskor mesés óriásai érc buzogányaikkal zúzták volna össze a gránitesúcsokat, oly vadon és szakadozottan merednek horgas ormaikkal és hegyes lapjaikkal az égnek, leomlott óriási tagjaikkal vadul fenyegetőzve az örvények mélyéből.

Szakavatottak állítása szerint, a laponiai havasok kivételével, Európa hegységeinek egyike sem közelíti meg a Tátrát vadságban és zordonságban; mely állítás a fenebbiek szerint nem látszik alaptalannak, főleg ha a Tátra roppant kopárságát vesszük tekintetbe, mely részint repedékességének közvetlen eredménye, részint pedig a hegység alakzatának és éghajlati viszonyainak tulajdonítható. Hábár a tyrolí és schweizi havasok egyes csoportozatai zordonságban a Tátrának mit sem engednek, sőt azt talán felül is múlják: mégis egészben véve szelidebb és kerekdettebb alakzatuk mellett enyhébb jelleggel bírnak; mit ama részenkénti takarónak, melylyel fedvék, köszönhetnek. Sűrű erdők borítják felfelé húzódva oldalait, messzire nyúló gypeszőnyegek ruházzák

magaslataikat, s még legmagasabb csúcsaik sem mondhatók egészen kopároknak. Az örökös hó az, mely a tetőket kúp-alakra domborítja, s a jégnek jege az, mely a völgyöblözeteket betölti. És a hó, jég, erdő és rét ama takarója kölcsönzi a tyroli és schweizi havasok körvonalainak, minden nagyszerűségek mellett, ama szelidséget, mely az egyes csoportozataik merevségével oly festői ellentétben áll; és mely azokban a romképződést némileg enyhíti, s a meglevő görelytömegeket szemünk elől annyira eltakarja, hogy azok a hegység általános kifejezésére kevés jelentőséggel bírnak, s a havasi tájképek kellemét alig zavarják.

Egészen ellenkezőt találunk a Tátrában, hol a sűrű hó és jég-takaró épen úgy mint egy dús növényyszőnyeg hiányzik, és hol a havasi régiónak 3—4000' széles öve egy szakadatlan kopár kösivatag.

Az éghajlati viszonyok mellőzésével, ezen tünemény alapokait, nézetem szerint, a következőkben találjuk:

A Tátra emelkedő közete, a gránit, oly roppant erővel tódult fölfelé, hogy a rajta fekvő Trias-rétegeket nem csak fölemelte, hanem egészen félrevetette, és szabadon merev, éles és hasadozott ormokban tornyosult a magasba ⁴⁾. Alkatrészeinek természeténél fogva mindenkor hajlandó a repedésre és romok képzésére, melyeket a hegység az elemek behatásai folytán nagy mennyiségben vállairól alá hullat, ellenben kevésbé hajlandó elmállás által földrészekre porladozni. Mindezekből következik, hogy a meglevő csekély mállási termények nem elégségesek a felhalmozott romokat, hézagaik betöltése által, állandósítani; hogy a növényzet a laza körtegek közt elégséges támpontot nem talál, s azért feladatának, a kopár görelyt korhany-rétegek alá temetni, csak kis mértékben felelhet meg; hogy tehát a gránit védtelenül a meteori befolyások martalékává lesz: a romképzés folytonosan és nagyobb meg nagyobb mérvben előre halad; és miután tömegesen felhalmozott termékei üsödöktől fogva sehol sem takartatnak be, azok a kárpáti tájképnek egyik legkiválóbb jellemvonását képezik.

Az elősorolt esetek következő rövid tételbe foglalhatók össze:

„A Táttra azért oly vad és zord, mert gránitjának mechanikai szétrombolása annak vegyészeti bomlását jóval felülmúlja.“

Ezzel, úgy hiszem, a romképződést illetőleg a leglényegesebb dolgot kifejeztem. Forduljunk most más, nem kevésbé fontos jelenségekre, s vegyük szemügyre a *görelyek elosztását és elhelyezését.*

A Tátrát takaró köromok túlnyomó része származása helyén vagy ahhoz közel találtatik. Ez nyilvánvaló azokra nézve, melyek például a Kriván tetőjén, a Lomniczi-csúcson, vagy ehhez hasonló pontokon taláztatnak; úgy azokra nézve is, melyek oly hegygerinczeket és lejtőket borítnak, melyek fölött magasabb sziklafalak nincsenek, mint például a Kolbachi gerinczen. Ezek többnyire roppant, 8—12 lábnyi átmérőjű, éleiken lekopott kőkoczkákból állanak, melyek, mintha csak összeráztak volna, egymás irányában ferde szöglet alatt hevernek, többé-kevésbbé hatalmas réteget képezve, mely a hegységet köpenyszerűleg burkolja. Tán nem tévedünk, ha e köromokat ős hömpölyöknek nevezzük, melyek a hegység emelkedése alkalmával, vagy kevésbé azután, képeztettek, és eredeti helyükről csak későbbi földrengések által, melyek a hegységet alakjaiban megingatták, mozdíttattak el.

A hömpölyök egy nem csekély része azonban, származási helyétől távol találtatik. Más helyekre vitetett át és helyeztetett el, a mindenben uralkodó súlyerő hatása által.

Lássuk legelőbb, miként nyilatkozik ezen erő a mindennapi viszonyok közt.

Ha a havasi vándor derült, verőfényes napokon, vagy csendes éjjelen a magasabb bérczöblözetek egyikében időzik: akkor az őt környező ezen régiók sajátságos nesztelen csendét olykor-olykor halk csengés és azt követő dőbörgés zavarja meg, mely rendetlen időközökben messze távolról hozzáig elhat. Ezen zajt egyes kődarabok okozzák, melyek a bérczektől elválva a mélységbe zuhannak, és esésök által kisebb kőomlatagokat mozgásba hoznak. A zerge lépte, a ragadozó madár szárnycsapása, egy erősebb léghuzam gyakran elégséges arra, hogy a meredek lejtők laza hömpölyeit az

egyensúlytól megfosztva, és ezek azután feltarthatlanul sodor-
tatnak a súlyerő által a mélység felé.

Hol efféle köromok függőleges vagy azt megközelítő fa-
lakról omlanak le, azoknak tövénél széles omlványokat képez-
nek, melyekben a meglehetősen egyenlő nagyságú töredékek
többszörféle egymásfelett szilárdul települve találhatók. Hol ellen-
ben a falak feletti meredek lejtők tölcser alakban összeszorúlva,
egy zugban vagy csatornában futnak ki, ott egy nagyobb terület
göreye pontosúl össze, mely a meredek mélyedésen keresztül
gördül, és midőn abból kiér, sugárosan szétterül, s többé-ke-
vésbé szabályos omlékkúpokat képez, melyeknek talpán a
legnagyobb, csúcsán ellenben a legkisebb köromok települnek.
A kőzetnek ezen elrendezése, mondhatni osztályozása, termé-
szetszerűleg onnan következik, hogy itt a hömpölyök nem füg-
gőlegesen esnek és fekvé maradnak, hanem növekedő sebessé-
ggel a meredek lejtőn legördülnek; mely alkalommal a na-
gyobb hömpölyök fokozott súlyerejük folytán hatalmas ugrá-
sokkal minden akadályon keresztül hatolva az omlékkúp tal-
pához érnek, míg a kisebbek a talaj egyenetlensége által fel-
tartóztatva közel a csúchoz telepednek le.

A romhalom és omlékkúp kisebb-nagyobb meredeksége
némi tekintetben a hömpölyök nagyságától függ. Középnagy-
ságú hömpölyök halmaza 20 foknyi, kisebbeké 25—30 fok-
nyi lejtősséggel bír. 35—40 foknyi emelkedés mellett egyedül
lapos, $\frac{1}{2}$ —2' hosszúságú töredékek képesek megtelepedni,
de ezek is csak oly kevés szilárdsággal, hogy a vándor lépte
alatt omlatagszerű mozgásba jönnek. — 45 fok mellett a me-
redék sziklalapok mélyedéseit és egyenetlenségeit már csak
jelentéktelen kőszálkák és morzsák töltik be, oly területet
képezve, melyen még a havasi füvek egyes csomói és kisebb
hórétegek megmaradhatnak. — 50 foknyi meredekségen egye-
dül a zerge és az azt üldöző vakmerő vadász által megmász-
ható kopár-szikla uralg, hol a görey-képzés majdnem egészen
megszűnik.

A Tátrának mindig tovább-tovább képződő gorc- és
omlékkúpjai tehát, a *mindennapi viszonyok* közt folytono-
san működő súlyerőnek eredményei.

Ezen viszonyok azonban koronként megzavartatnak.



A havasi völgyekben nem szokott mindig a derült nyári napok csendje uralkodni. Jön az őszi zivataraival, és sokat lerombol, mi szilárdnak látszik. Jön a tél repesztő fagyával, s ha a tavaszi langyos szellő esőterhelte szárnyaival a szirtek rovátkait csapkodva, a hegyek fagyos kötélékét megoldja, akkor ezek lerázzák magokról laza hömpölyeiket és szétszórják, mint a fa őszi leveleit. Ilyenkor nem tanácsos a függő sziklafalak alatt időzni. Minthogy továbbá azon időben, mikor a havasok ormai a nap melegétől megolvadnak, a völgyeket nagyobbára még sűrű hólepel fedi: természetes, hogy a lezuhanó kőtuskók a sima hómezőkön sokkal tovább hömpörögni és nagyobb mérvben elszéledni képesek, mint ez más körülmények között történhetett, és hogy ekként oly helyekre is eljuthatnak, hová egyenetlen gyep- és szikla-földön soha el nem érhettek volna.

És ez nem történik mindig csak a csekélyebb töredékekkel. Már megjegyeztük, hogy a belső rétegek elmállása egész sziklafalak összeomlását is képes előidézni⁵⁾. A Tátra külseje eléggé tanuskodik ezen dulasok ismételt folyamáról. Így tehát könnyen felfogható, hogy ily roppant tömegek, ha lassan hanyatlani kezdenek, s azután a szédítő magasságból iszonyú erővel lezuhanva a meredek sziklaföldbe ütköznek, ezer darabra fognak szétzúzatni és töredékeiket roppant hajtó erővel messzire fogják szétszórni. Könnyen megfogható, hogy az ekként szétszórt kövek, szélesb téreken is áthaladni, és a völgynek ellenkező oldalán is tetemes magasságra feljutni képesek, mi azon kérdés megfajtésénél: mi módon juthatott e vagy ama sziklatuskó oda a hol találjuk? kellő figyelenbe veendő. Az ilyen sziklaomlások nagyon vad romhalmokat képeznek, melyek torlaszszerűen a völgyön keresztül nyúlnak. Az omlás közvetlen helyét nagy és csipkézett kőtuskó csoportozatok borítják el, az omlás távolabbi irányvonalát azon temérdek száz és ezer mázsányi sziklakoczkák jelölik meg, melyek itt nagy mennyiségben szétszórva hevernek. Ez által a hegység külseje feltűnő változásokat szenved. Mert míg a kisebb omlások, melyek a hegyek kinyúló ormait megtompítják, az egyenes irányban és minden oldalról a völgyekbe lenyúló görelyekkel, azoknak egyhangu és kietlen

kifejezést adnak : a bérczomlások még növelik a hegység me-revségét, miután hasadozott csúcsokat, sima és függélyes fala-kat hagynak hátra, másrészt pedig egész szikla-csoportozato-kat hullatnak a völgybe, és azt a vad regényesség és változa-tosság varázsával ékesítik.

A súlyerő által a völgyekbe gördített köromok további elterjedésének egyik főtényezője a *víz szintező eleme*. A ha-vasi patakok nagy esésüknél fogva, különösen ha a felolvadt hó-tömegek által megáradnak, magokkal ragadják a kisebb hőmpköveket, s kölcsönös dörzsölés által gömbölyü kavicscsá köszörülvé, a hegyekből a síkra leviszik. A lapos és széles omlékkúpok, melyek a völgyek nyílásaiból, nevezetesen a menguszfalvi és koprovai völgyből, órányi távolságra a la-pályra lenyúlnak, valamint azon roppant kavics-rakodmányok, melyek az egykori tómedenczéket betöltik, és a jelenleg lé-tező lapályokat képezik, a hegyek belsejéből fakadó vizek évezredes munkásságának eredményei.

Ezen munkásság hathatósan gyámolittatik és fokoztatik a Tátra völgyeinek kiváló és sajátos alakzata által. Ezeknek legnagyobb része a legfelsőbb lépcsőzeten széles öblözetekbe terjed ki ; középső részök, magas sziklafalaktól környeztetik, lefelé haladtokban pedig szűk és mély vágású szurdokban végződnek. Ily szerkezet mintegy arra van teremtvé, hogy az erőszakosan működő elemek rombolását elősegítse.

Gondoljunk azon örökös harcra, melyet az oroszországi sivatagok fagyos viharai a magyar rónák forró légfolyamaival ezen magasságokban vívnak ; képzeljük magunknak a szikla-taréjakon alászálló légoszlopot, mely a völgy mentében ro-hanva a magas sziklafalak közt összeszorittatik ; és sejdíteni fogjuk, hogy mily romboló erőt képes az kifejteni, ha ösz-szesűrítve a szűk völgytorkolatokba leér.

Hát még a víz tömöttebb eleme !

Ha a hegyekben zivatarok dühöngnek és felhőszakadá-sok állnak be, a különben oly békés havasi völgy vad és lázas jelenetek színhelyévé válik. A magaslatokról és lejtőkről rohanva tódul az ezer águ ár a szűk és meredek völgyfenéke-be. Hullám hullámra tornyosodik, víztömeg víztömeget borít, a csörgedező havasi forrás tomboló zuhataggá, a sekély hegyi

patak zajongó folyammá válik, s a rakonczátlan ár bősziült sebességgel rohan a völgy lejtőjén lefelé. Ilyenkor a magasabban fekvő hegyoldalak sem mentek a pusztításoktól. A felhőkből leomló víztömegek a lejtőket fedő görely-rétegekbe nyomódnak, a hézagokat betöltő homokot és murvát kimosásák, a kőtuskókat megingatják és súlyok által lefelé szorítják. Így azután megtörténik, mint az 1813-ik évben a Kolbachgerinczen és a Nagyszáloki-csúcson történt, hogy a görelyek vonalonként a rajtok levő növényzettel együtt mozgásba jönnek, és a völgybe sodortatnak. Víz, fa, szikla és iszap összevissza keverve zúdúlnak lefelé, s tömegeik súlya és a rohanó sebesség által oly nyomást fejtenek ki, melynek néha háznagyságu sziklák sem bírnak ellentállni. Beszélük, hogy sötét éjszakákon ily viharos jelenetek alkalmával a hullámok alatt gyenge fény mutatkozik, melyet az egymáshoz csapott kőtuskók roppant dörzsölése idéz elő. Különben kevés ember lehetett e borzalmasan szép tűnemények tanuja, mert élő lénynek nem tanásocs ilyenkor az ordító pandæmoniummá változott havasi völgyben időzni. Egyébiránt a völgytorkolatok patak-medreiben lerakodott tuskók szemlélete meggyőz arról, hogy ily roppant tömegek csak az előadotthoz hasonló erőszakos katastróphák által helyeztethettek oda.

Az eddig leírt jelenetek elégségesek a legtöbb tűneménynek megfejtésére, melyek a görely elhelyezését illetőleg a Tátrában észleltettek. Könnyen megkülönböztetjük az ösgörelyt az újabb omlékkúp-képezményektől vagy a sziklaomlások töredékeitől, és megismerjük, mely rakodmányok köszönhetik a vizek rendszeres munkásságának, és melyek a rendkívüli katastrópháknak létüket. Megítélhetjük továbbá, mely domborodások és mélyedések jöttek létre az eredeti görelyrétegnek leszakadása és kimosása által.

Mind a mellett vannak ezeken kívül oly tűnemények, melyeknek létrejöttét az eddigelé kiemelt tényezők közremunkálásának tulajdonítani nem lehet.

Ugyanis találunk a Poprádi-tó felett egy omlékgátat, mely a völgy hosszában vonúl el, és minthogy az a legközelebbi völgylejtőktől mindkét oldalról mély bevágások által van

elzárva, tehát az azokról legördülő omladékoktól nem származhatott.

Feljebb a balra eső hegy lejtőjén ismét észreveszünk egy félkör alakú omlékgátat, mely egy mellékvölgy torkolatát zárja el, s melyen egy medret vájt havasi patak rohan le. Alakjáról és fekvéséről ítélvén, ez sem képződhetett az egyszerűen leomló, de még kevésbé a vizek által összehalmozott hömpölyökből.

Még nagyobb magasságban látjuk a Hinszka vagy Békátó völgymedenczéjét oly üsgörelly-rétegektől fedve, melyek éleiken megkopva minden lehető szögletek alatt összehalmozva vannak. Ezen rétegek felett, és pedig azoknak domború emelkedettségén, ismét más vízszintesen lerakott tuskók hevernek, melyek jelentékeny nagyságuk, éles sértetlen élcik, és mohosabb külsőjük által különböznek a többitől. Lehetetlen, hogy ezek a súly és hajító erő vagy a vizek közremunkálása által juthattak volna mostani helyükre; a miért is önkénytelenül azon nézet elfogadására szoríttatunk: hogy itt eraticus tűneményekkel van dolgunk, és hogy ezen omlékgátak és tuskók őskori jégnek lételével vannak kapcsolatban. E nézetet azon tűnemények is támogatják, melyeket több más, legmagasabban fekvő katlantavakon észlelhetünk. Ezen tavak háttére rendesen majdnem függélyes sziklafalak körszine által környeztetik; homlokzatukat kőgátok szegélyzik, melyek által az alsó völgylépcsőzettől vannak elzárva. Most azonban észreveszszük, hogy azon omlékalmok, melyek a háttér sziklafalaitól egész a partig, sőt a tó fenekéig húzódnak, nagyobbára apró hömpkövekből (milyenek jelenleg is képződnek) állanak, és hogy éppen az előgát igen nagy és éles ormu tuskókból áll, s még a meredek lejtő is, mely a mélyebb völgyrészbe vezet, ilyenekkel mintegy be van vetve. Itt azon kérdések merülnek fel: miként lehet az, hogy éppen e nagy körömök nem fekszenek közvetlenül azon sziklafalak lábainál, melyektől kétségkívül származnak? — miként lehet az, hogy nem telepedtek a tó mélységébe, s azt be nem töltötték? miként jöhettek a víz felületén keresztül, hogy előrészn lerakodva azon sajátos kőgátat képezhessék? Én ezekre más feleletet nem találok, mint azt: hogy a völgykatlanok, melyekben e

tavak vannak, valamikor hó- és jégmezőkkel voltak borítva, melyek jégnek természetével bírtak, azaz a leomlott s felszínükön levő köromokkal előre haladtak és előrészők megolvadásával ezen tuskókat mint vándorköveket szétszórták vagy jegnesánczokká összehalmozták.

Ezen hypothesis egyáltalában nem merész. Már mások is hasonlóan értelmezték az említett tünetényeket. Koristka két nagy jegnesánczról beszél, melyeket s Zakopana körüli völgyekben észrevett, és Fuchs Frigyes karczolt kövekről tesz említést, melyek mint a jegnekorszak ereklyéi, a magasabb völgykatlanokban találhatnák.

Nincs is abban semmi szokatlan vagy meglepő, hogy a Tátra oly tünetényeket mutat fel, kivált ha azon általános okokat tekintjük, melyek közép Európában a jeges korszakot idézték elő. Escher von der Linth alapos vizsgálódásai folytán az akkori korszak hidegének növekedése az európai continens alakzata által tételeztetett föl.

A mostani Európa melegének leggazdagabb forrását, a Zahara pusztát, akkora még a tenger vize borította, s az nem enyhíthető, úgy mint jelenleg, forró légfolyamaival a zord éjszak hidegét.

Oroszország azon része, mely most a fehér és keleti tengerek közt egy sík sorompót képez, még nem volt emelve, és ennek folytán a jeges tenger akadálytalanul küldé jégmezőit Németország éjszaki partjaira, sőt még belsejébe is.

A' la Manche csatorna még nem létezett, és a Golfolyam, melynek langyos árai jelenleg Angolország, Skandinávia és Európa éjszaknyugoti részeinek szelíd éghajlatot kölcsönöznek, jótékony befolyását ezen Continens légmérsékével még nem éreztethető.

Ezen körülmények combinált közremunkálása a légmérsék jelentékeny alábbszállását eredményezte; minek következtében a schweitz-i havasok jegnéi oly nagyszerű kiterjedést nyertek, hogy délre egész Turin közelébe, éjszakra pedig a Rajna völgyébe nyúltak, hol az éjszokról oda úszott jégmezőkkel találkozottak. Ily eredmények előállítására a fentebb említett okok elégségesek valának, minthogy Escher számításai szerint az évi közép légmérséknek 3 fokkal alábbszállása

elegendő volna, a jegnekorszak tünetényeit újolag és egész terjedelmében előidézni.

Ezen általános viszonyok a Tátrára sem maradhattak befolyás nélkül; és csak az lehet feltűnő, hogy míg Helvetiában az őskori jegnék, jelenségek után ítélve, roppant kiterjedést nyertek, a Tátrában létüknek csak csekély nyomai maradtak vissza.

Itt nem találni csiszolt lapokat és kördomborodásokat, melyek a jégfolyamok egykori medrét jelölnék; azon kevés, részben kérdéses jegnesánczok, melyek eddigelé észleltettek, mind 4—5000' magasságban jönnek elő, holott a mostani schweitzzi jegnék végsánczai nagyobbára ezen magassági vonalon alul vannak.

Itt azon kérdés merül fel: vajjon a Tátra őskori jegnéi csupán azon magasságra szorítkoztak-e, melyen a jegnesánczok ekkoráig találtattak, vagy pedig sokkal mélyebbre terjeszkedtek, és csupán azért nem észleltettek, mivel nyomaikat a későbbi idők elenyészttették?

Ez utóbbi állítás mellett szól: hogy a netalán előforduló csiszolt lapok a völgyeket borító és a sziklafalak mellett magasan elnyúló omlékhalomok alá temetve lehetnek; hogy az alsó völgyiszurdokokban a vizek erőszakoskodásainak a jegnesánczok ellentállni és magokat fentartani képesek nem voltak; és hogy a vándortuskók, melyek netán a síkra értek, mélyen azon kavicsrétegek alá kerülhettek, melyekkel azóta a vizek a síkot elárasztották. De mind ezek csak lehetőségek, tetszés szerinti nézetek, melyek mindaddig, míg valami biztos tényre nem alapíttatnak, kevésbé alkalmasak azon állítás indokolására: hogy a Tátra őskori jegnéi valaha mélyen le, sőt egészen a síkra juthattak volna.

Még azon körülmény is, hogy az Alföldön vándorkövek jönnek elő, melyek — Szabó tanár kitételével élve — „jégpostán értek oda“, a fenebbi állítás következtetésére csak kevés értékkel bír; mert igen nagy elhamarkodottság volna e szónál „jégposta“ azonnal jegnékre gondolni. A télen befagyott tengerár jégdarabjai elégséges szállítási eszközül szolgálhattak a kisebb teriméjű tuskóknak a Tisza-melléki rónára történt levitelére; és azon kevés, a Szepességen elszórva talált, kötuskók

hasonló medium által érhettek fekhelyükre. Ezek tehát nem jogosítanak azon feltevésre, hogy a Tátra egykori jegnéi felette nagy kiterjedésűek lettek volna.

Ellenben több körülmény szól az első állítás mellett, t. i. *hogy azon jegnék már eredetileg azon magasságra szorítkoztak, a hol jelenleg jegnesánczaikat találjuk.*

E mellett szól: mindenek előtt a hegység jelen állapota.

A Tátra hó- és jégzegény hegység. Daczára jelentékeny, a normalis hóvonalt jóval felülmúló magasságának, mégis csak kevés maradandó hófoltokat mutathat fel, melyek érdemetlen tiszteletben részesítenének, ha azokat jegnének neveznők. Ezen tünetény okai, már is annyira fejtegetettek, hogy azokat csak érintenem szabad. Ezek abban kereshetők: hogy a hegység csak egy lánczolatot képez, és minden oldalról izolálva van; hogy csak keskeny csúcsokban és csekély tömegű taréjokban nyúlik a hó-regiókba, és egyáltalában széles kúpokkal és lapos völgyöblözetekkel nem bír, melyek hatalmas örökös hó-tömegek lerakódását lehetővé tennék; hogy végre a meleg magyar róna közelléte a hórétegek gyors olvadását idézvén elő, azok csak kevés és különösen zord helyeken maradhatnak meg.⁶⁾

Az utóbbi körülmény kivételével a többi említett viszonyok, mint ma, a Diluvium idejében is fenállottak, s úgy akkor mint jelenleg a jegnék képződésére kedvezők nem lehettek. Minthogy a Kárpátok a jelen időben jegnéket nem mutathatnak fel, épen nem csudálatos, hogy őskori jegnéik is jelentéktelen kiterjedéssel bírtak.

Ehhez járul még egy körülmény!

Mostanában tapasztaljuk, hogy éjszaki Helvetia légmérséki viszonyai Magyarország éjszaki részének ebbeli viszonyaitól tetemesen eltérnek; és nincs bebizonyítva, hogy azok a jegnekorszakban egészen hasonlók lettek volna, vagyis más szavakkal: nincs bebizonyítva, *hogy a hűsítő momentumok, melyek az Alpesekre befolytak, a Tátrára is hasonló mértékben hatottak volna.*

Ezen bofolyások, több jelenségből ítélve, különösen éjszaki és nyugoti Európában jutottak érvényre, kevésbbé annak délkeleti részein. Itt, úgy látszik, ellenkező behatások ál-

tal paralyzáva voltak. Akkoron ugyan nem léteztek Pannónia és Dacia meleget sugárzó rónái, hanem a Löss-tenger édesvizü medenczéi; melyeknek öblei és az éjszaki Kárpátokon túl messzire terjeszkedtek, délnek pedig a kasp-arali mélyedésen át egészen Ázsia belsejéig nyúltak. E szerint a Kárpátok egy földközi tenger (Binnenmeer) vizeitől környeztetek, mely a jeges tengertől elzárva, a déli áramlásoknak nyitva állott, s a szerint alkalmas volt enyhébb mérsékénél fogva a túlságos hideget csökkenteni, s a jegneképződést bizonyos szűk határok közé szorítani.

Nem tagadhatni, hogy a negyedkori tengerek kiterjedése, összefüggése és természeti tulajdona felőli ismeretünk sokkal csekélyebb, semhogy azok befoyásáról egyes környékek helyi légmérsékére többel mint sejt elemmel bírhatnánk; és ennél fogva a mondottakban kifejezett nézet nem igényelhet nagy fontosságot, ha csak az által nem, ha bebizonyodnék, hogy a máramarosi és erdélyi havasokban az ősvilág jegnéinek épen semmi vagy csak csekély nyomai találhatnának; mert ez minden esetre azon következtetésre jogosítna, *hogy a jegne-időszak alacsony légmérséke nem éreztette egész zordonságát ama környékekkel.*

Eddigi vizsgálódásaink a Tátra sziklazuzadékai felett, részint *azok képződésére*, részint pedig *elterjedésükre* vonatkoztak; most pedig azon kérdéshez jutunk: *mily nagy koruak és, összehalmazódásuk s letelepülésök mekkora időszakot kívánt meg?*

A mint megjegyeztük, a sziklazuzadék képződése már a bércek emelkedésével kezdődött. Ha tehát a Tátra emelkedésének időpontját a harmadkori időszak végére tesszük, ezzel egyszersmind kimondjuk, *hogy e sziklazuzadékok képződése a negyedkori időszak kezdetén túl nem terjedhetett.*⁷⁾

A görelyek tehát geologiai szempontból koránt sem örvendhetnek valami különös nagy kornak, mert a Diluvium, és Alluvium korszakai, melyeknek képleteihez sorozhatók, a teremtés nagy könyvének csak néhány véglapját töltik be; és mégis történetök mily roppant időközt foglal magában! a föld felülete mily változatokon, a szerves természet mily átalakulásokon ment keresztül létrejöttük folyama óta és alatt?

A harmadkori pompás subtropicus növényzet, mely a pannoniai tenger korálszirtekkel körülövezett szigeteit ékesítette vala, a Tátra emelkedésével elenyészett. Déli Szepes Daphnogene-, borostyán- és füge-ligetei, a Cassia, Sapindus és Celtis neműek, melyek a tülevelűek, csészések és juharok családjából őskori alakzatokban a Hegyalja erdőségeit képezték vala, iszap-rétegek alá temetettek; ámde mint korábbi catastropháknál, úgy itt is a meglevőnek elenyészte egy újabb létnek lőn tényezőjévé. A földgömböt egy új teremtmő erő fuvalma hatotta át, utat törve egy újabb kornak, mely a jelen teremtésnek hajnala.

A negyedkori időszak kezdetekor a mostaniakhoz hasonló éghajlati viszonyok uralkodtak, befolyásuk alatt oly növényzet fejlődén ki, mely kevés kivétellel a jelenlegivel ugyanazonos. — Fenyves és tölgyes erdők borították a hegységeket, azokban óriási emlősök laktak, melyek közül különösen az Elephas antiquus, Rhinoceros leptorhinus és Bos priscus kiemelendők. Erdeink még jelenleg is ama növényzet utódjaiból állanak; de azon korszak állati teremtményeinek hasonló tartósság nem jutott osztályrészül, az éghajlat rögtöni meghidegülése meghozta számukra a halált, és egy új időszakot nyitott meg. Az előbbi vastagbőrűek helyébe másokat látunk lépni. A mammuth (Elephas primigenius) és egy újabb szarvorrú (Rhinoceros tichorhinus) lépett föl, mindkettő tömött szőrösség által kitünő, és elődeiknél alkalmasabb az éghajlat zordonságának ellentállni. Ezekkel egyetemben a bölény és az óriási szarvas tévelyegtek az ösvénytelen erdőségekben, fenntartásukért ama korszak barlanglakta medvéivel és hyenáival küzdve. Nem kevés jelenség a mellett szól, hogy ezen kora időszakban már az ősember is földünk színterére lépett, ki tájainkon és amaz ádáz vadak veszedelmes közelében, felette fáradságos troglodyta életnek lehetett kitéve.

Ezen teremtés is, miután évezredekig tartott vala, nagyobbára elenyészett. A reá törő viharos jeges korszak a vastagbőrűek csontjait a Löss-tengerek kavicszátonyai és agyagrétegei alá temette, és midőn ezen tengerek lassan lefolytak, végre azon időpont állott be, melytől a geologia a jelenleg is fennálló alluvialis korszak kezdetét számítja.

Ezen futólagos vázlatból belátjuk, hogy a Diluvium elnevezés alatt tulajdonképen három elkülönített korszak foglaltatik egybe, és bár a geológiai idôszakok évek szerinti tartamát meghatározni igen kétes kísérlet, mégis az itt kérdésben levô korszakok tartamának kiszámításánál, legalább egy megközelítô mérték alkalmazását kockáztathatjuk.

Heer⁸⁾ számításai szerint már a jegnekorszak magában 6000 évnél kevesebbre nem tehető, és egyáltalában nincs ok a mamuth és Elephas antiquus korszakainak rövidebb tartamot tulajdonítani, miután mindkét idôszakból oly rakodmányok vannak, melyeknek keletkezése bizonyára roppant idôközöket igényelt. Az alluvialis korszak hozzá számításával, melynek tartama Szabó tanár által 10,000 évre becsültetik, azon eredményhez jutunk, *hogy a negyedkori idôszak kezdete, illetôleg a Tátra emelkedése ôta legalább 25 évezred folyhatott le*; bámulatos idôköz a történeti évkönyvek számaival szemben!

És mégis a Tátra nem csak a geológiai idôszámításnál, hanem külsejénél és megóvott állapotánál fogva is Európa legújabbkorú hegyei közé tartozik.

Jóllehet bérceztetőin 25 évezred gördült le, sziklaormait felbarázdálva, és óriási tagjait részben összezúzva, még sem kerüli ki figyelmünket az, hogy a Tátra más hegyekkel összehasonlítva, úgy szólván még befejezetlen állapotban van, s annak még számtalan fejlődési fokon kellend keresztül mennie. Völgy-képzôdése még koránt sincs befejezve, vizei még állandó medret nem ástak, még mindig laza görely-rétegek környezik azt minden oldalról. A régibb képletekbôl álló hegységek már tömött gyepfölddel bírnak, melytôl csak imitt amott látszik ki egy-egy kôszál; ellenben évezredek hosszú sora szükséges arra, hogy a Tátra odáig jusson, és még nagyobb idôköz kívánatik arra, hogy végre elrevesedett óriási tagjai ônsúlyuk alatt összeomljanak és az elmállásnak s bomlásnak azon foka álljon be, mely a hegység aggkorát jelôli. Ezen idô kiszámíthatlan, de el fog-e azért maradni?

Eddigi vizsgálódásaink a hegyekben mûködô természeti erôk munkásságát engedék megismernünk, és látjuk, hogy pusztító befolyásuk a hegység rombolására és kisebbítésére van ír-

nyozva. Láttuk, hogy a vegybomlás végre a legszilárdabb hegytömegeket is feloldja; hogy a súlyerő az elvált romokat folytonosan a mélységbe vonja; hogy a vízár az omladékokat magával ragadja, a szögletes töredékeket sima kavicscsá köszörülve, a hőmpölyeket homokká és iszappá zúzva, ragadmányát elvégre a hegyi patakok által a folyókba, a folyók által pedig a tengerbe szállítja. A dolgok ezen menetét tekintve, meg kell vallanunk, hogy a Tátra büszkén meredező csúcsai, melyeket most a zerge lépte és a sas szárnycsapása alig érint, idővel kénytelenek lesznek a völgyekbe alászállani, hogy tovább-tovább hengerítve, végre a keleti tenger fenekén találjanak nyughelyet; meg kell vallanunk, hogy a Tátránál büzkébb hegységek is, az Alpesek, úgy mint a Pyrénées, a Himalaya mint a Cordillerák, ugyanezen törvénynek alávetve, végre nagyszerű rom- és omlék-halmokká fognak szszeroskadni. Mert hová vezethet a folytonos, számíthatatlan évezredekben át folytatott működése azon természeti erőknél, melyeket jelenleg is munkásságban látunk? nem máshová, mint degradációjára, kisebbitésére, és szintezésére nem csak a hegységeknek, hanem az összes föld felületének is!

Csak egy erő létezik, mely a föld felületének lassankénti lejebbítése ellen munkálhat, mely új hegylánczatok képzése által a földgömb újjászületését előidézni, s azt egy újabb teremtés színhelyévé változtatni képes lenne; s ez: a föld belsejében izzó gőzök és olvadt tömegek terjedékeny és ropszto ereje. Ez volt azon erő, mely földünk felületének egykori erőszakos átalakulásait előidézte. Hanem a föld belseje jelenleg már tetemesen meghűlt. Humboldt ⁹⁾ kétségbe vonja, hogy még most is elég erővel bírna az Alpesek és Cordillerák emelkedéséhez hasonló katastróphákat előidézni. Úgy látszik, hogy ezen erő inkább már csak vulcanicus tüneményeket vagy legfeljebb egyes földrészek kidomborodását vagy sulyedését képes előidézni. Hanem ha egyszer odáig jut a dolog, hogy a föld magvának elhamvadó heve a merev földkérget szétrepszteni többé nem képes: akkor a földgömb sorsa is be van fejezve! *A vegy- és suly-erő s a vizek szintező ereje nem fog nyugodni, míg nem az egykoron élettelmes Contin-*

*seket szépségöktől megfosztva, lakatlanná teszi, és ismét oda le-
vonja, honnan kiemelkedtek, — a tengerek mélyébe!*

Jegyzetek

¹⁾ Néhány év előtt a Szepes-Olaszi hegységben egy körülbelül 10' hosszú mészkőtuskó a villán által aszklafaltól elválasztva a mélységbe vettetett.

²⁾ A Szlovinkai, Cypriani, Latzenberg és Mathaei bányákban a hegység a faépitményekre oly nagy nyomást gyakorol, hogy a függőleges támaszok 5 — 6 év alatt csaknem felényire a földbe sülyednek.

³⁾ A legnagyobbyszerű repedezések példái déli Tirol és Karinthia-mészkő és dolomit havasaiban találhatók, hol helyenként a lát-szólagos tömörszikla keresztül-kasul annyira szét van repedezve, hogy a támpontot kereső kéz markolása alatt összemorzsolódik, és hogy már egy sziklafal esetleges leomlásából eredt megrendülés sokszor elégséges a szomszéd sziklafalak leomlásának egész sorozatát előidézni. Ekként megtelnek a felsőbb hegyivölgyek folyvást megújuló görelytömegekkel, melyeket a vízómlások állomásonként a síkra szállítanak. Azon pusztítások, melyeket a Brenta és Piave a lombardiai síkon elkövet, valamint azon számos kellemetlenségek, melyekkel a mészkőhavasok vizei földmívelőt ostromozzák, kinek gondosan mivelt földjeit romok alá temetik, és évszázadokra a mivéléstől elvonják, tanuskodnak a mészkő tömegek elmállásáról.

⁴⁾ Koristka „Die hohe Tatra in den Centralkarpaten“ 9. lap. „Der Granit und Gneis — bildet in der Regel flache Rücken und Domförmige Kuppen, während er in der hohen Tatra ganz aus der Art schlägt und bizarre und groteske Formen annimmt, wie solche sonst nur der Klippenkalk und der Quaderlandstein zu bilden pflegen.“

⁵⁾ A Beudant által elnevezett Gneis-Granit, mely a Tátrának legtöbb csúcsát képezi, sok helyütt váladékos rétegek által keresztül levén hálózva, tökéletesen réteges kőzetnek látszik. A kinyúló ormokon és ágakon a hasadozás oly jelentékeny, hogy a grá-nittömeg egyes, déli irányba hajló, lapokra látszik szétomlani; és minthogy ezen hasadékok többnyire a könnyen elmálló mezőpáttal betöltvén, könnyen felfogható, hogy ez által számtalan sziklaomlásokra adatott alkalom, minek következtén a szélnek és az időjárás mostoha-ságainak leginkább kitett magasabb csúcsok és ormok ama szakadozott és csipkézett külsőt nyerték, melylyel jelenleg bírnak.

⁶⁾ K. C. Leonhard Geológiája III. 489. „offenbar wird die Entstehung der Gletscher nicht allein durch Temperaturbedingungen herbeigeführt, es scheint auf eine im Verhältnisse zur Höhe angränzender Schneegebirge bestimmte Tiefe und Breite der Thäler erfor-

derlich zu sein, welche nicht überschritten werden darf, wenn sie sich mit Gletschern füllen sollen.

7.) Koristka a Tychi- és Koprowavölgyi ősgörcölyekről ezt mondja: „man hält sie theils für tertiär, theils für Diluvial“ mi a Tátrának a harmadkori időszak alkalmával lett emelkedését föltételezni. C. Vogt (Lehrbuch der Geologie) a Kárpátokat, Pyraeneeket, juliai Alpesekeket, a Balkánt s. a. t. azon hegyek közé sorozza, melyek emelkedése a harmadkori időszak alkalmával és pedig a Nummulita mészlerakodása után következett be, mely nézet a kárpáti bérczlánczolat több részeire vonatkozólag teljes alapossággal bír. Mi a középonti lánczolato^s, a tulajdonképeni magas Tátrát illeti, annak emelkedése okvetetlenül valamivel későbbi, egyidejű Schweitznak keletnyugati Alpeseivel; mert itt épen úgy mint amott az újabb harmadkori rétegek, és pedig a Tátrában eocen homokkő, az Alpeseiken ellenben az ezzel homogén felső molasse-képletek együtt emeltettek. Egyébiránt a hegyek emelkedésének megfelelő korszakok alapos ismerete csak a tökéletesen keresztül vitt és befejezett vizsgálatoknak utolsó érett gyümölcse; de a Tátrára nézve a vizsgáladások még korántsem tekinthetők befejezetteknek.

⁸⁾ Les charbons feuilletés de Durnten et d' Utnach par professeur O. Heer. Genève. 1858.

⁹⁾ Fragmens de Géologie et de Climatologie asiatique.

AZ
ÁLLANDÓ NYOMÁS ÉS ÁLLANDÓ TÉRFOGAT
MELLETTI HŐFOGHATÓSÁGOK KÜLÖNBSE-
GÉRŐL.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉS

GREGUSS GYULA LEV. TAGTÓL.

(Olv. febr. 27-kén 1865.)

A természet törvényeinek kinyomozásához a kísérlet és megfigyelés múlhatatlan szükséges, de egymagában nem elegendő; van a haladásnak egy másik, szintoly elkerülhetetlen tényezője is — a fölvétel (hypothesis). Kísérlet és megfigyelés gyakran csak egybegyűjti a tényeket, de rendszeresen összekapcsolni nem bírja; meghatározza a tünetényeket, de meg nem magyarázza; kívülről befelé hatolva gyakran oly hézagokhoz ér, melyek szélén megállapodni kénytelen. S csak miután ezt valami szerencsés fölvétel áthidalta, folytathatja tovább sükerrel útját. A fölvétel belülről indul kifelé, fürkészve az észrevehetlen egybekötő szálakat, s iparkodván ezeket úgy tovább füzögetni, hogy a jelenségek mint szükségképeni fejlemények mutatkozzanak. De ily szolgáltatokat a fölvételtől csak úgy várhatunk, ha gondosan számba veszi a kiderített tényeket, s az önkényt szigorú fegyellemmel, a bátorságot óvatossággal egyesíti; — különben a világító szövétnek helyett bolygó tüzet követünk, mely megtéveszt és posványokba vezérel. Észrevétel és fölvétel, kölcsönösen egymásra támaszkodva, lassan-lassan a természettant erőtanná alakítják. Ezen ösvényre tért, mint tudva van, az újabb hőtan

is, s ez által oly kérdéseket tolt előtérbe, melyek közvetlen az anyag szerkezetére, a legkisebb alkatrészekben munkálkodó erőkre vonatkoznak.

A fölvételeknek alig nyílik valahol tágabb tere, mint épen az említett kérdésekben. Mert a roppant kicsi kevésbbé hozzáférhető, mint a roppant nagy. Tisztábban belátunk a világegyetem, mint az apró porszem szerkezetébe. Ismerünk törvényeket, melyek az égi testek járását szabályozzák; de vajmi keveset tudunk még azon erők működési módjáról, melyek a test részecskéit összetartják, mozgásra indítják. A parányelmélet a testek szerkezetére azon képet alkalmazza, melyet a világ-egyetem tár elénk. Szerinte a test, súlylyal bíró, de további részekre nem bontható s mérhetlen apró alkatrészekből, a parányokból vagy atomokból szerkeződik össze. Több egyféle vagy különféle parányok csoportozatából képződik a részecske vagy molecule. E parányokat s illetőleg részecskéket átmérőjükhöz képest szerfölött nagy közök választják el egymástól, melyeket egy rendkívül ruganyos, a nehézkedésnek nem hódoló anyag tölt be: az éther. Fokozzuk az arányokat, s mindenik porszem a világ-egyetem képét tükrözteti vissza kicsiben: a parányok az égi testek képét viselik, melyeket szintén átmérőjükhöz képest nagy közök választanak el egymástól; a parányok csoportosulatai, a részecsek, az egyes naprendszereknek felelnek meg, s ezek összessége képezi végre a testet. E kép ismeretes, s így nagyjában kielégítő: ámde részleteiben még alig találunk egy-egy biztosabb vonást. Minő a parányok alakja s különböző helyezkedése, miféle törvényeknek hódolnak az ott működő vonzó s taszító erők, miféle pályafutásokra indítják ezek a parányokat, — mindezek oly kérdések, melyekre mostanig csak sejtelmekkel, a tünéményeknek többé-kevésbbé megfelelő fölvételekkel válaszolhatunk. A megfigyelt jelenségek, nevezetesen a villanyosság s delejesség nyilatkozatai, a fény- és hőtünémények, úgyszólván csak a felszínre került eredmények, melyek gyökereikkel mélyen lenyúlnak a parány-világba, s minél mélyebbre nyúlnak, annál inkább egybeszövődnek.

E szövevényes rejtekekbe száll le az újabb hőtan is. Ennek körében forogván értekezésem, legyen szabad a teljes-

ség kedvéért, üsmert dolgokat ismételve, e tanról néhány általános megjegyzést előre bocsátnom.

A hő meg fény oly sok jelenségben nyilatkoznak együtt, s különösen a sugárzó hő tűneményei oly megegyezést mutatnak a fénytűneményekkel, hogy rokonságukat, s úgy szólván eredetök közösségét nem igen vonhatjuk kétségbe, s nem találjuk mérésnek az állítást, mely szerint a fény nem egyéb, mint látható meleg. Csodálnunk kellene, hogy e rokonságot már előbb nem ismerték föl határozottabban, ha számba nem vennők azt, hogy a meleg iránt van ugyan általános érzékünk, de nincs rá külön szervünk, mint van szemünk a fényre, fülünk a hangra. E körülmény minden esetre nehezíti az eligazodást, mert a tűnemények, melyekre külön szervünk nincs, nem is gyakorolhatnak ránk oly különleges, összpontosított, határozott benyomást. Találékonyság, éles elme, szorgos megfigyelés kipótolták e hiányt, s most már nem kétséges többé, hogy hő- meg fénysugarak lényegökre nézve egyenlő törvényeknek hódolnak. Így hát a hullámnzás elméletét, mely a fénytanban oly meglepően hangzik össze a tényekkel, a hőtanba is áttültették, s a súlytalan folyadék helyét itt is a parányok rezgése foglalta el. Ámde itt még koránsem érte el az elmélet a biztosság oly fokát, mint a fénytanban; különbözök még a nézetek nem csak a rezgések módjáról, hanem a rezgő parányokról is, hogy t. i. a testparányoknak, vagy pedig az étherparányoknak rezgése képezi-e voltaképen a hőtűnemények alapját. Ennek további feszegetése azonban nem tartozik ide; itt beérhetjük azon egész általánosságban tartott felfogással, hogy az, a mit hűnek nevezünk, a parányok rezgésében gyökerezik. Minél gyorsabban rezegnek a parányok, annál nagyobb az eleven erejük, tehát az általok végzett munka is. Az elmélet szerint a test hőmérséke ezen eleven erővel arányos, és melegíteni annyit tesz, mint a testben felhalmozott eleven erőt gyarapítani.

A hő meg munka közötti kapcsolatot teljesen igazolják a hatások, melyeket a hő a testekre gyakorol. Mert munkát végez a meleg, midőn a testeket kitágítván, mint taszító erő, mint az összetartás (cohaesio) s a külső nyomás ellen működő erő jelentkezik; munkát végez a meleg, midőn a testeket megolvasztja, gőzzé változtatja; tehát ismét az összetartással

száll szembe, s a parányok vagy részecsek egyensúlyi helyzetét erőszakosan megváltoztatja. Erről az oldalról a számítás könnyebben hozzáférhet a tűneményekhez, s ez irányban a hő erőtana (mechanische Wärmetheorie) már is szép eredményeket bír felmutatni, a nélkül, hogy a parányok rezgésére vonatkozólag valami határozottabb fölvetelre kellene támaszkodni. E tannak sarkalatos elve, hogy a hő meg a munka egyenértékű. Fölösleges volna itt bizonyítgatni, mennyire összehangzik ezen elv a tapasztalással, mily okszerűen fejti meg azon ismeretes jelenségeket, hogy az összeszorított gáz fölmelegszik, hogy általában a surlódás, ütés, nyomás meleget fejleszt, — az által, hogy ez esetekben a test bizonyos munkát vesz föl kívülről, s azt mint meleget szolgáltatja vissza; s viszont, hogy a hirtelen kitérülő gáz meghűl azon okból, mert munkát végez, mely a meleg egy részét megemészt. Ezen elv fölmutatta a lappangó hő rejtékét: a meleg, melyet a test megolvadásakor vagy elgőzölgésekor fölszed a nélkül, hogy hőmérséke fokozódnék, eltűnik mint meleg, mert az olvasztással vagy elgőzöltetéssel járó munkában üti ki magát.

Számos vizsgálatok alapján a hőegység egyenértéke munkában 424 méterkilogrammiban van megállapítva. A hőmennyiség tehát, mely 1 kilogrammnyi, 0 foku víz hőmérsékét 1 fokkal emeli, oly munkának felel meg, mint 424 kilogrammnak 1 méternyire való emelése. Viszont a munkaegység egyenértéke hőben $\frac{1}{424}$ hőegység.

Egységekül a következőkben is a kilogramm és méter van véve, a hőmérsék pedig a 100 foku hőmőre vonatkozik.

Ezeknek előrebocsátásával előveszem feladatomat, mely a testek hőfoghatóságára vonatkozik. Hőfoghatóságnak, vagy arányhőnek, fajmelegnek, mint tudva van, azon hőmennyiséget nevezzük, melyet a test súlyegysége megkíván, hogy hőmérséke egy fokkal emelkedjék. Egyazon test hőfoghatósága különböző, a szerint a mint a test szilárd, csepegős, vagy terjengős állapotban van, és többé-kevésbé változik a hőmérsékkel is; e változások azonban nem vágnak e fejtegetés körébe. De azonkívül megkülönböztetünk mindenik testnél két rendbeli hőfoghatóságot, a szerint a mint a test állandó nyo-

más, vagy állandó térfogat mellett melegszik. Ha ugyanis a test melegedés közben tágul, a felszínére ható külső (p. o. légköri) nyomást folyvást egyenlőnek vehetjük azon kifelé ható nyomással, feszüléssel, mely a test kitérülésében nyilatkozik; a hőfoghatóság, melylyel a test ily körülmények között bír, a test hőfoghatósága állandó nyomás mellett. Értékei már számos testre nézve kísérletek útján meg vannak határozva, s a *Dulong*-féle törvény értelmében a szilárd elemeknél a paránysúlyhoz megfordított arányban állanak. Ellenben ha a külső nyomás öregbítése által a melegedő test tágulását megakadályoztatjuk, akkor térfogata nem változik, s a hőfoghatóság, melylyel ily körülmények között bír, a test hőfoghatósága állandó térfogat mellett. *Redtenbacher* ezt a test igazi (rationell) hőfoghatóságának nevezi. Értékeiről nagyon hézagos a tudomásunk. Legjobban ismerjük e tekintetben a gázféléket. A csepegősök közül a víz és higany hőfoghatóságát határozta meg *Zeuner**), számítás útján, azon adatokra támaszkodva, melyeket *Sturm* és *Colladon*nak meg *Aimé*-nek a csepegősök összenyomása körül tett kísérletei nyújtanak. Nem sokkal több az, mi a szilárd testekre nézve eddig kiderített; néhány fémre szorítkozik, melyek hőfoghatóságát *Weber W.***) határozta meg azon hőmérséki változások alapján, melyeket a feszített hurok megnyúlásuk s összehúzódásuk közben szenvednek.

Mily kapcsolatban van e két rendbeli hőfoghatóság közötti különbség a testek halmozatával, s mily következtésekre indított e vizsgálat, — ez az, mit fejtegetni szándékozom.

A hő erőtanának alapelve szerint a hő meg munka egyenértékű. Midőn tehát valamely testet melegítünk, a kívülről beszolgáltatott melegnek megfelelő munkában kell nyilvánulnia. Lássuk, miféle munkákban használódik el a beszolgált-

*) Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie, Freiberg. 1860.

**) Poggendorff: Annalen. 20-dik k. *Weber* az állandó nyomás melletti hőfoghatóságokra a *Dulong*-féle értékeket hozta számításba; én *Regnault* értékeit vettem alapul, s ezért az állandó térfogat melletti hőfoghatóságok is, melyeket számításba hozok, kissé el-
 űtnek a *Weber* értékeitől.

tatott meleg, ha a testet állandó nyomás mellett melegítjük, s miféleképpen akkor, ha melegedés közben térfogata nem változik.

Ha a nyomás állandó, s e szerint a test kitágul: a kívülről szolgáltatott hő, a mellett hogy a hőmérsékét fokozza, egyúttal tágítási munkát is végez; e tágításnak pedig két erő szegül ellene: kívül, a test felszínére ható külső nyomás; belül, a részecsek összetartása. Ez esetben tehát a testnek juttatott meleg

a) a test kitágítása közben legyőzi a külső nyomást, vagyis *külső munkát* végez;

b) neveli a *hőmérsékét*, vagyis, a fűlvétel szerint, fokozza a parányok rezgési gyorsaságát, eleven erejét; — ez a *belső munkához* tartozik;

c) eltávolítván egymástól a test parányait vagy részecseit, le kell győznie részben az összetartást, a parányok vagy részecsek kölcsönös vonzódását. Ez is *belső munka*, melyet a tágítás külső munkájától külön kell választanunk; mert fülteve, hogy a test kívülről semmi nyomást sem szenvedne, s e szerint külső munkáról szó sem lehetne, a kitágításnak ez esetben is ellene szegülne az összetartás, melynek legyőzése bizonyos mennyiségű meleget igényel. Lehetséges, hogy ezenkívül még más nemű változások is történnek a test belsejében, melyek szintén bizonyos részét a melegnek megemésztik: de ezekről közelebb tudomásunk nem lévén, ugyancsak az imént jelzett belső munka rovata alá sorozandók.

Mennyi hőt kíván meg a külső s mennyit a belső munka, azt, ha bizonyos adatokat ismerünk, meg lehet határozni. De a belső munka kettős, s itt már nem választhatjuk külön, mennyi hő szükséges az egyikre, mennyi a másikra; nem tudjuk, hogy a testnek szolgáltatott melegeből mennyi fordúl a hőmérsék fokozására, s mennyit emésztnek meg a test belsejében előforduló egyéb változások, melyek között azonban a parányoknak egymástól való eltávolítása a legjelentékenyebbnek tekinthető. A munkát, mely ime tágításban nyilvánul, a *teljes belső munkájának* nevezhetjük.

Vegyük most a másik esetet, hogy a test térfogata melegítés közben nem változik. Ekkor a külső munka elesik,

s a testnek szolgáltatott meleget egészen a belső munka használja el. Ez itt is, mint az előbbi esetben, kettős: mert nem állíthatjuk itt sem, hogy a beszolgáltatott összes meleg mint érezhető meleg nyilvánkozik a hőmérsék emelésében, hanem föl kell vennünk, hogy a parányok eleven erejének vagyis a hőmérséknek fokozásán kívül ez esetben is bizonyos változások történnek a test belsejében, melyek a kívülről szolgáltatott meleg egy részét megemésztik.

Foglaljuk össze a mondottakat. Ha valamely testet melegítünk, a beszolgáltatott melegnek csak egy része érezteti magát mint meleg: ez a belső munkának azon része, mely a hőmérsék fokozásában nyilvánkozik; a többi meleg mint meleg eltűnik, mert egyenértékű munkában használdik el. Állandó nyomás mellett e munka kétféle: külső meg belső; állandó térfogat mellett csak belső.

Így fogván fel a melegedés folyamatát, első pillanatra kitűnik, miért nagyobb a hőfoghatóság állandó nyomás mellett, mint állandó térfogat mellett. Amott a meleg egy részét a külső munka emésztí meg, mely az utóbbi esetben el-esik. De nem csak ebben kell keresnünk a különbség okát. Föltehetjük ugyanis okszerűen, hogy, bármiféle legyen az a munka, melyet a hő az állandó térfogat mellett melegedő testben végez, e munka a test kitágulása esetében növekszik az által, hogy a test parányai vagy részecsei egymástól eltávolíttatnak, hogy tehát az összetartás legyőzendő. Épen azt az összetartás legyőzésére szolgáló munkát nevezünk az imént a tágitás belső munkájának. Mondhatjuk e szerint: az állandó nyomás melletti hőfoghatóság nagyobb, mint az állandó térfogat melletti hőfoghatóság, mivel amott a beszolgáltatott meleg egy részét a tágitás külső s a tágitás belső munkája kívánja meg. Következtethetjük egyúttal azt is, hogy a tágitás belső munkája annál több meleget igényel, minél nagyobb a test összetartása.

E tételek most mennyiségtani fejtegetések alapján igazolandók.

Vegyünk elő egy testet, melynek súlya legyen épen 1 kilogramm; térfogatát jelöljük v -vel, belső melegét pedig, mely a benne felgyűjtött belső munkát képviseli, s melyet néme-

lyek a test erélyének, energiájának is neveznek, U -val; hőmérséke legyen t^0 , a felszínére egyenletesen ható külső nyomás pedig p kilogramm a terület-egységre, mely nyomásról fölveszszük, hogy a test terjeszkedési erejével, feszítésével egyenlő.

Szolgáltassunk most e testnek kívülről meleget, még pedig először oly föltétel alatt, hogy térfogata nem változik, tehát v állandó; másodszor oly föltétel alatt, hogy a nyomás p legyen állandó. De mind a két esetben szolgáltassunk annyi meleget, hogy a test hőmérséke ugyanazon parányi mértékben t. i. dt -vel változzék.

Az első esetben, hogy a hőmérsék dt -vel gyarapodjék, a testnek kívülről $c_1 dt$ hőmennyiséget kell szolgáltatnunk, ha c_1 -vel jelöljük a test hőfoghatóságát állandó térfogat mellett. A test nem tágulván, e hőmennyiség egészen a belső munka gyarapítására szolgál. Itt tehát csak a belső meleg szenved változást. Nevezzük ezt dUp -nek, hol a p jelző figyelmeztessen, hogy ez a belső meleg gyarapodása változó nyomás mellett. Lesz tehát.

$$c_1 dt = dUp \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

A belső melegnek e gyarapodása, mint már említve volt, magába foglalja nem csak a hőmérsék fokozását, hanem azon meleget is, melyet a test belsejében előforduló, de közelebbről meg nem határozott egyéb változások igényelnek.

Tekintsük most a második esetet, midőn melegítés közben a test térfogata változik. Hogy a hőmérsék itt is, mint előbb, dt -vel gyarapodjék, $c dt$ hőmennyiséget kell a testnek szolgáltatnunk, ha c -vel jelöljük a hőfoghatóságot állandó nyomás mellett. E hőmennyiség részint külső, részint belső munkát végez.

A test térfogata, miközben a hőmérsék dt -vel gyarapodik, szintén parányi dv változást szenved, s miután e tágulása alkalmával p külső nyomást kell legyőzni, lesz a külső munka

$$p dv;$$

ha már most a munkaegységnek megfelelő hőmennyiséget

$\left(\frac{1}{124}\right)$ Δ -val jelöljük, e külső munka $Apdv$ hőmennyiséget kíván meg.

Ha továbbá a belső meleg gyarapodását az előbb használt jelzéssel megfelelőleg dUv -nek nevezzük, lesz

$$cdt = dUv + Apdv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

a hőmennyiség, mely a test hőmérsékét dt -vel s egyúttal térfogatát dv -vel gyarapítja. Főlöszlegesen ismételnem, hogy a belső meleg gyarapodása itt is a hőmérsék változásán kívül még magába foglalja mindazon meleget, melyet a test belsejében történt egyéb változás, névszerint pedig a tágítás belső munkája igényel.

Ha a 2) alatti egyenletből az 1) alatti egyenletet kivonjuk, lesz

$$dUv - dUp = (c - c_1)dt - Apdv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Vegyük szemügyre a baloldali kifejezést, a különbséget a belső meleg gyarapodásában. E gyarapodás sokoldalú, bonyolódott működésnek a foglalata; két nyilatkozatáról azonban határozottabban adhatunk számot: az egyik a hőmérsék emelése, a másik a tágítás belső munkája. Szabad már most föltenni, hogy, ha a test hőmérsékét ugyanannyival növeljük, de egyszer állandó térfogat, másszor állandó nyomás mellett, ez utóbbi esetben a belső meleg gyarapodása csak a tágítás belső munkája miatt nagyobb mint az előbbi esetben? vagy legalább, hogy a mi még ezenkívül különbség volna e két rendbeli gyarapodásnál, az oly elenyészőleg csekély, hogy számításán kívül hagyható? A következtetések, melyekre e fölvételből indulva jutunk, a fölvétel helyesége mellett bizonyítnak. Ezen okoskodás szerint az egyenlet baloldalán levő különbség nem egyéb, mint a tágítás belső munkájára megkívántató meleg, melyet dUv_1 -vel jelölhetünk. Így fogván fel a dolgot, a végtelen kis ideig tartó melegedés folyamatát ekként képzelhetjük: a testnek először meleget szolgáltatunk, mely a hőmérsékét dt -vel emeli, de a térfogat e közben maradjon változatlan, — a belső meleg ekkor dUp -vel gyarapodott; ezután a testnek újabb meleget szolgáltatunk, de úgy, hogy hőmérséke megmaradjon, térfogata ellenben dv -vel öregbedjék, — ezen újabb hőmennyiséget me-

rőben a térfogat változása igényli: a tágítás külső munkája $Ap dv$, s a tágítás belső munkája dUv_1 hőmennyiséget kíván. A folyamat végén az összes meleg, melyet a test felszedett, lesz $dUp + dUv_1 + Ap dv = dUv + Ap dv = edt$.

Ezen eredmény megegyezik *Redtenbachernek* főnebb említett nézetével, hogy voltaképen a c_1 az igazi hőfoghatóság; mert $dUp = c_1 dt$; tehát $cdt = c_1 dt + dUv_1 + Ap dv$, itt a két utolsó tag a tágítás munkájára fordított meleg, a hőmérséklet csupán az első tag $c_1 dt$ gyarapítja, tehát csakugyan c_1 fejezi ki azon hőmennyiséget, melyet a súlyegység 1 foknyi melegedésére megkíván.

Mintán a tágítás belső munkája dUv_1 meleget kíván meg, miközben a hőmérsék dt -vel növekszik, 1 foknyi melegedés közben e munka $\frac{dUv_1}{dt}$ meleget használ el, s ezt röviden M -nek nevezve, a 3) alatti egyenletből kapjuk

$$M = (c - c_1) - Ap \frac{dv}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Az utolsó tagot másképp is írhatjuk. Ha ugyanis a test súlyegységének térfogatát 0^0 mellett v_0 -nek, terjeszkedési vagy tágulási hatóját pedig α -nak nevezzük, akkor $v = v_0 + \alpha v_0 t$, s ebből különböztétel útján, minthogy α -t e vizsgálatunknál állandónak tekintjük, $\frac{dv}{dt} = \alpha v_0$, mely értéket a 4) alatti egyenletbe helyettesítve lesz

$$M = (c - c_1) - Ap \alpha v_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5a)$$

Néha czélszerűbb a térfogat helyett a súlyt számításba hozni. Nevezzük a test aránysúlyát vagy fajsúlyát s -nek; ha a víz térfogati egysége γ kilogrammot nyom, lesz a test térfogati egységének súlya γs , tehát a súlyegység térfogata $v_0 = \frac{1}{\gamma s}$, mely értékkel az előbbi egyenlet így is írható:

$$M = (c - c_1) - A \frac{\alpha p}{\gamma s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5b)$$

Ezen egyenlet fejezi ki a főnebb felállított tételt, hogy a két rendbeli hőfoghatóságok közötti különbség $(c - c_1)$ egyenlő a tágítás belső munkájára megkívántatott meleggel M .

mel, s a tágítás külső munkájára szükséges meleggel, mely $Apav_0$.

Hogy a további következtetést, mely szerint a tágítás belső munkája annál nagyobb, minél nagyobb a test összetartása, igazolhassuk, alkalmazzuk ez egyenletet a különböző halmaztatu testekre, névszerint a gázokra, melyeknél az összetartás legescsekélyebb, s a szilárdakra, melyeknél az erősebb mértékben nyilatkozik.

Tökéletes gázokra nézve teljes érvénynyel bír az ismeretes „*Mariotte- s Gay-Lussac-féle*“ törvény; e föltevés mellett a hő erőtana a következő egyenletre jut:

$$c - c_1 = Ap\alpha \frac{v}{1 + \alpha t},$$

tekintetbe véve, hogy $\frac{v}{1 + \alpha t} = v_0$, ez egyenlet ily alakot ölt

$$c - c_1 = Apav_0,$$

s ha ezt az 5a) alatti egyenletbe helyettesítjük, lesz

$$M = 0.$$

Ez eredmény összhangzik a tökéletes gázokról való fel fogásunkkal. Ezekben ugyanis a részecsek összetartását végkép megszűntnek képzeljük, ennek legyőzésére tehát semmi munka sem kívántatik, azaz $M = 0$. E gázoknál a tágítás belső munkája elesvén, a belső munka ugyanaz marad, akár melegedés közben kitágulnak, akár térfogatukat megtartják. A kitágulás esetében pedig csak annyival több meleget kell a gáznak juttatnunk, a mennyit a tágítás külső munkája emészt meg, azaz $Apav_0$ -t.

Valósággal azonban az állandó gázok is, mint p. o. a levegő, csak többé-kevésbé megközelítik ama tökéletes gáz-állapotot, és csak bizonyos határokon belül hódolnak a *Mariotte- s Gay-Lussac-féle* törvénynek. A csepegősökké sűrítendő gőzök pedig még inkább eltérnek ezen állapottól. A terjengős testeknél sem lesz tehát az M szorosan véve $= 0$, hanem nagyobb vagy csekélyebb értéket kap, a szerint a mint e testek nagyobb vagy csekélyebb mértékben távolodnak el a tökéletes gáz-állapottól.

Hasonlítsuk össze például a levegőt s a szénsavat. Egy légköri nyomás és 0° hőmérsék mellett

a levegőre nézve $c=0.2377$; $c_1=0.1682$; $\alpha=0.00366$;

$$p=10334 \text{ kgr. } v_0=0.772875$$

a szénsavra nézve $c=0.2164$; $c_1=0.1684$; $\alpha=0.00371$;

$$p=10334 \text{ kgr. } v_0=0.505712.$$

Ezen értékeket az 5a) alatti egyenletbe helyettesítve, lesz

$$\text{a levegőnél } M=0.000558$$

$$\text{a szénsavnál } M=0.002272.$$

Nilván a szénsav jobban eltér a tökéletes gázállapottól, mint a levegő. A tágitás belső munkája mintegy 4-szer annyi melegbe kerül a szénsavnál mint a levegőnél.

Az imént feltüntetett eredményből a gázokra nézve még egy fontos következtetést vonhatunk. A tágitás belső munkája ugyanis M meleget emésztvén meg, a gáznak kívülről szolgáltatott hőből ugyancsak ennyivel kevesebb jut a tágitás külső munkájára. Más szóval: a gáz általátulása közben végzett külső munka csekélyebb, mint a neki szolgáltatott hőmennyiséghez képest lennie kellene. S ebből viszont következik, hogy midőn a gázt összeszorítjuk, nagyobb mennyiségű hő fejlődik, mint a mennyi az összeszorítás külső munkájának megfelel; mert ekkor ismét melegben üti ki magát azon belső munka is, melyet a kitágítás igényelt, s a mely meleg $=M$.

Forduljunk most a gázoktól az ellenkező sarkhoz, a szilárd testekhez. Ezeknél nyilatkozik az összetartás legerősebben, s ehhez képest a tágitás belső munkájának is több meleget kell megemészténie. Hogy a felállított egyenlet csak ugyan itt nagyobb értékeket ad az M számára, mint a gázoknál, azt már előre is gyaníthatjuk, ha tekintetbe vesszük hogy általán véve a szilárdak kisebb mértékben terjeszkednek s nagyobb aránsúlylyal bírnak mint a gázok, hogy tehát itt az α kisebb, az s nagyobb lesz, minek folytán a nemleges jegyű tag $\frac{Aap}{\gamma s}$, vagyis a tágitás külső munkájához szükséges meleg csekélyebb értéket kap. A szorosabb meghatározáshoz, mint látni, a $(c-c_1)$ értéke kívántatik meg, melyre nézve azonban tudomásunk még nagyon hízagos. *Weber*, mint említve volt, néhány fémre nézve meghatározta a hőfoghatósá-

got állandó térfogat mellett; s ha ezen értékeket számításba hozzuk, az 5b) alatti egyenlet következő eredményeket szolgáltat:

	$c - c_1$	$\frac{Aap}{\gamma s}$	M
	(a hőfoghatóságok közötti különbség)	(a tágitás külső munkájára fordított hő)	(a tágitás belső munkájára fordított hő)
Ezüst . .	0·0033 . .	0·00000013 . .	0·00329987
Platina . .	0·0057 . .	0·00000003 . .	0·00569997
Réz . .	0·0077 . .	0·00000014 . .	0·00769986
Vas . .	0·0077 . .	0·00000012 . .	0·00769988

E számokból kitűnik, hogy e testeknél a hőfoghatóságok közötti különbséget csaknem egészben a tágitás belső munkája, az összetartás legyőzése emésztí meg, melyhez képest a tágitás külső munkája rendkívül csekély hőmennyiséget igényel. Ha itt is, mint a gázoknál, a végletig megyünk: tökéletesen szilárd testnek az olyant kellene neveznünk, melynél a külső munka végképen $=0$; de ez csak akkor történhetnék, ha vagy, $v_0=0$, a mi nem képzelhető, vagy pedig ha $a=0$ azaz, ha a hő a testet épen nem képes kitágítani. Ez esetben, természetesen a tágitás belső munkája is elenyészik, valamint a hőfoghatóságok közötti különbség is. Ez az állapot volna sarkalatos ellentéte a tökéletes gázállapotnak, s e két véghatár között sorakozik valamennyi test. Egyébiránt látni, hogy már az elsorolt fémeknél is a tágitás külső munkájára igényelt meleg oly kis értékű, hogy ezt a tágitás belső munkájára fordított meleghez képest elenyészőleg csekélynek tekinthetjük.

Ezen eredményeket összefoglalva, a testeket, melyek e véghatárokat megközelítik, a következő vonatkozások által jellemezhetjük:

a gázoknál $c - c_1 = A p a v_0$, és $M = 0$, azaz: *a hőfoghatóságok közötti különbség egyenlő a tágitás külső munkájára fordított meleggel, a tágitás belső munkája pedig $=0$; más szóval: itt a hőnek csak a külső nyomást kell legyőznie, az összetartás pedig számba nem vétetik;*

a szilárd testeknél ellenkezőleg $c - c_1 = M$, és $A p a v_0 = 0$, azaz: *a hőfoghatóságok közötti különbség egyenlő a tágitás belső munkájára fordított meleggel, a tágitás külső munkája pedig*

$=0$; más szóval: itt az összetartás hatása annyira meghaladja a külső nyomását, hogy ez utóbbit mellőzhetjük.

A szóban forgó munkák alatt, mint a kifejtésből látható, azon munkákat kell érteni, melyeket a hőmérséknek 1 foknyi emelkedése közben végez a testnek szolgáltatott meleg. Magától értetlik az is, hogy ime vonatkozások, szigorúan véve a szélső állapotokat jellemezvén, egy testre nézve sem tökéletesen érvényesek.

A csepegőöket, melyek a gáznemű meg szilárd testek között közép helyet foglalnak, s melyekre nézve az adatok még fogyatékosabbak mint a szilárdakra nézve, ezúttal mellőzvé, áttérek kitűzött feladatomb második részére.

Az elősorolt fémekre nézve ugyanis csaknem teljes pontossággal $c - c_1 = M$. A hőfoghatóságok közötti különbségnek ezen értelmét alapul véve, megkísértettem e különbséget a fémek egyéb sajátságaival kapcsolatba hozni, s ez úton egyszersmind az állandó térfogat melletti hőfoghatóság meghatározásához jutni.

Az út, melyet követtem, a következő:

Ha két fémét összehasonlítunk e hőfoghatóságok közötti különbségre nézve, bizonyos, hogy eddigi fölvételeink értelmében ez annál nagyobb lesz, minél nagyobb a tágítás belső munkája. Két fémnél tehát a hőmennyiségek úgy fognak arányolni, mint megfelelőleg a szóban forgó munkák. Jelöljük az egyik fémnél a hőfoghatóságokat mint fönnebb, az aránysúlyt s -sel, a paránysúlyt q -val, a parányok közép távolságát egymástól d -vel; a másik fémnél ugyanez elemeket jelöljük a megfelelő nagy betűkkel.

Hasonlítsuk már most össze a hőmennyiségeket, melyeket 1 foknyi melegedés közben a két fém térfogati egysége a tágítás belső munkájára megkíván. Miután a $c - c_1$ hőmennyiség 1 kilogrammnak felel meg, a fém térfogati egységének súlya pedig γs kilogramm, az ennek megfelelő hőmennyiségek úgy fognak viszonylani, mint

$$S(C - C_1) : s(c - c_1).$$

Ezzel egyenlő viszonyt kell mutatnia a tágítás belső munkáinak is; a kérdés tehát most a körül forog, miképen fejezhetjük ki e viszonyt. Erre nézve a következő fölvételekből

indultam ki. Először is, a parányok eltaszítása, egymástól el-távolítása annál több munkával fog járni, minél nagyobb e parányok súlya, tehát minél nagyobb q . De továbbá a hő által legyőzendő összetartás, mint a parányok kölcsönös vonzó-dásának eredménye, okvetlen kapcsolatban van a parányok közép távolságával. Minél távolabb esnek ezek egymástól, an-nál csekélyebb lesz a vonzerő hatása, annál csekélyebb a hő által végzendő munka. Ha e kapcsolatot általában $f(d)$ -vel je-löljük, a tágitás munkájának e függvénynyel arányosan kell növekednie. E szerint a két fémnél a tágitási munkák úgy vi-szonylanak, mint

$$Qf(D) : qf(d);$$

ezt az igényelt hőmennyiségek viszonyával egyenlővé téve a következő aránylathoz jutunk:

$$C - C_1 : c - c_1 = \frac{Q}{q} f(D) : f(d)$$

A $f(d)$ alakja azonban ismeretlen; meghatározásánál újabb fölvetelhez kell folyamodni, s itt *G. Wertheim**) vizsgálataira támaszkodtam, ki a testek ruganyosságáról oly becses mun-kálatokat szolgáltatott. Az összetartásra ugyanis a test ruga-nyossági hatójából vonhatunk következtetést; minél nagyobb e ható, annál erősebben tartanak össze a test részecsei vagy parányai. *Wertheim* kísérleteiből azt vonja ki, hogy e ható csakugyan annál nagyobb, minél kisebb a részecsek- vagy egy-szerű testeknél a parányok közép távolsága egymástól. Kuta-tásainak eredményét továbbá egybevetve *Poisson* egyenleté-vel, melyet az a ruganyossági hatóra nézve elméleti úton le-hozott, azon következtetésre jut, hogy a részecske-vonzás meg hő-okozta taszítás eredője nagyobb arányban fogy, mint a mi-nőben a távolság négyzete növekszik, s hogy igen sok fémre nézve a tapasztalással még leginkább összeegyeztethető, ha a távolság ötödik hatványa hozatik számításba.

Ezen észrevételeket megkísértettem feladatomra is alkal-mazni. Kiszámítottam tehát az elésoroltam fémekre nézve a parányok közép távolságát, s úgy találtam, hogy csakugyan, minél kisebbek e távolságok, annál nagyobbak a két rend-

*) Poggendorff's Annalen. 2. Ergänzungsband. 1848.

beli hőfoghatóság közötti különbségek. Miután ez eredmény fölvétele mellett bizonyított, valószínűnek tartottam, hogy a függvény alakja $f(d) = \frac{1}{d^5}$. Ha ezt az értéket helyettesítjük, a fönnebbi arány következőleg alakul:

$$C - C_1 : c - c_1 = \frac{Q}{D^5 S} : \frac{q}{d^5 s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

s ez arány, mint alább ki fogom mutatni, a szóban forgó fémekre nézve legalább, tökéletesen helyt áll.

De előbb még a közép távolságokat szintén az aránysúly meg paránysúly által fogjuk kifejezni. Képzeljük ugyanis, hogy a test térfogati egységében n parány van, még pedig egyenletesen szétosztva, s ehhez képest oszszuk el a testet n egyenlő nagyságu s egyenlő alaku részletre, melyek mindegyikében egy-egy parány foglalja el a középpontot.

Egy-egy ily soklap térfogata lesz tehát $\frac{1}{n}$, átmérőjét pedig s

ezzel két-két parány közép távolságát egymástól $\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{3}}$ feje-

zi ki. E szerint $\frac{1}{d} = n^{\frac{1}{3}}$

Tekintetbe véve továbbá, hogy $nq = s$, tehát $n = \frac{s}{q}$, lesz

$$\frac{1}{d} = \left(\frac{s}{q}\right)^{\frac{1}{3}}$$

s ezen érték helyettesítésével

$$\frac{q}{d^5 s} = \left(\frac{s}{q}\right)^{\frac{5}{3}} = \frac{1}{d^2}$$

Ezen értékekkel pedig a 6) alatti arányt a következő egyszerű alakot ölti:

$$\frac{C - C_1}{c - c_1} = \frac{\left(\frac{S}{Q}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{s}{q}\right)^{\frac{2}{3}}}, \text{ vagy } . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7a)$$

$$\frac{C - C_1}{c - c_1} = \frac{d^2}{D^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7b)$$

azaz: *a hőfoghatóságok közötti különbségek a parányok közép távolságának négyzetével megfordított arányban állanak.*

E meglepőleg egyszerű egyenlet tehát azt fejezné ki, hogy a vonzó meg taszító erők együttes működésének eredménye utóvégre úgy nyilatkozik, hogy a parányok kölesönös eltávolításának, a tágitásnak munkája egyedül a távolság függvényeképen tűnik elő. Feltűnik pedig e függvény azon ismeretes alakban, hogy a hatás megfordított arányban áll a távolság négyzetével.

Igazolása esetében ez egyenlet a Dulong-féle törvényhez hasonló törvényt fejezne ki. Amannak értelmében ugyan is az állandó nyomás melletti hőfoghatóság s a paránysúly szorzata állandó mennyiség:

$$cq=a;$$

a mi egyenletünk értelmében pedig a hőfoghatóságok közötti különbségnek meg a parányok közép távolsága négyzetének szorzata állandó mennyiség, azaz:

$$(c-c_1)d^2=a_1.$$

Igaz ugyan, hogy ez egyenlethez merő fölvételek[á]nczolata vezetett: de e fölvételek egyike sem ellenkezik a valószínűséggel. Igaz, hogy ez okoskodás legfőlebb arról győzhet meg, hogy „így lehet,” koránsem arról, hogy „így kell lenni”. De ez utóbbit nem is igényli, mert oly téren mozog, hol ez idő szerint még minden lépten-nyomon fölvételekhez kell folyamodnunk, hol a megfigyelt tények közötti kapcsolatot még nagyrészt homály fűdi. A kérdés veleje utóvégre is az, vajjon összhangban van-e amaz egyenlet a tényekkel s e szerint csakugyan természeti törvényt fejez-e ki? Feleljenek erre a számok.

A már fönnebb elésorolt négy fémre nézve ismerjük mindazon adatokat, melyek az egyenlet igazolására szükségesek. Kapcsoljuk hát összesorra kettesével, s lássuk mily értékeket szolgáltatnak az egyenletben foglalt viszonyok.

	A kísérlet szerint	Az egyenlet szerint	különbség
	c_1	c_1	
Ezüst . . .	0·0537	0·05344	— 0·00026
Platina . .	0·0267	0·0263	— 0·00040
Réz . . .	0·0874	0·0880	+ 0·00060
Vas . . .	0·1061	0·10656	+ 0·00046

A legnagyobb eltérés a réznél mutatkozik, de ez sem emelkedik az ezredrészekig. De azonkívül alkalmaztam ez egyenletet a higanyra is; ez nem szilárd test, és állandó térfogat melletti hőfoghatóságát egészen más módon határozta meg *Zeuner*, mint már főnebb említve volt. Az egyenlet útján kiszámított érték itt is meglepőleg összevág a *Zeuner* által meghatározott értékkel, s ez eredmény még inkább megerősített azon véleményben, hogy ez egyenlet a testek bizonyos osztályára nézve csakugyan hiven tünteti föl a hőfoghatóságok közötti különbség kapcsolatát az aránysúlylyal és paránysúlylyal. *Zeuner* két rendbeli kísérletekre támaszkodva, e két értéket kapja a higanyra nézve:

$$c_1 = 0.02959 \text{ és } c_1 = 0.02906;$$

a különbség $= 0.00053$, tehát nagyobb mint a fenn kimutatott különbségek, egynek kivételével. A középérték tehát

$$c_1 = 0.02932,$$

egyenletünk szerint pedig

$$c_1 = 0.02885.$$

A különbség e két érték között csak 0.00047 .

Midőn az egyenletünkből folyó értékeket a más úton meghatározott értékekkel összehasonlítjuk, nem szabad felednünk, hogy az egyenletben előforduló mennyiségek szintén ingadozásoknak vannak alávetve, s nem lehetünk biztosak benne, vajjon a megfelelő közép-értékeket hoztuk-e számításba. Így például az egyik darab vas aránysúlya nem egyezik tökéletesen a másik darab vas aránysúlyával, sőt éppen e tekintetben jelentékenyebb eltérésekkel találkozunk; de e két darab vas hőfoghatósága sem tökéletesen ugyanaz; — s most már kérdés, hogy midőn a vas aránysúlyát 7.8439 -re, hőfoghatóságát 0.1138 -ra tesszük, eltaláltuk-e éppen az összetartozó közép értékeket? Midőn az alapul szolgáló adatokban ily ingadozások fordulnak elő, az egyenlet is csak bizonyos közép-értékekkel szolgálhat, melyektől nem kívánhatni, hogy a tényekkel teljes öszhangzást mutassanak. Ezeket fontolóra véve, teljesebb egyezés, mint a milyent ez egyenlettel elértünk, alig kívánható. Nem tartottam ennél fogva céltalan dolognak, ez egyenlet alkalmazását több egyszerű anyagra kiterjeszteni, s ez úton állandó térfogat melletti hőfoghatóság-

kat meghatározni. E számítás eredményei a mellékelt táblázatban vannak összeállítva ; elül azon öt test, melynek hőfoghathatósága más úton is meghatározott, utána pedig a többi, a parányok közép távolsága d szerint rendezve.

Mennyire közelítik meg ezen értékek az igazságot, s mily testekre alkalmazható még a felállított egyenlet, azt a további kutatásoknak, kísérleteknek kell eldönteni.

Ha a hő tovább fejtett elmélete, ha a tapasztalás mellette fog szólni, akkor ez egyenlet nem csak módot nyújt, hogy a legtöbb testre nézve már meghatározott adatokból az állandó térfogat melletti hőfoghathatóságot, mely még oly kevésbé ismeretes, kiszámíthassuk, hanem nagyobb jelentőségű lesz az által, hogy a két rendbeli hőfoghathatóságok közötti különbséget összekapcsolja a testeknek két, kiválóan jellemző elemével, a paránysúllyal meg aránysúllyal. E kapcsolat pedig egygyel szaporítná ismét a sugarak számát, melyek most még oly gyéren világítják meg a parányvilág rejtekeiben működő erők munkálkodását.

Hőfoghathatóságok táblázata.

A test neve	Arány súly s	paránysúly q (H=1)	a parányok köz. távolsága $d = \left(\frac{s}{q}\right)^{\frac{1}{3}}$	Hőfoghathatóság állandó nyomás mellett = c	Hőfoghathatóságok különbsége $= c - c_1$	Hőfoghathatóság állandó térfogat mellett = c_1
Ezüst	10·428	108	2·17976	0·0570	0·00356	0·05344 (0·0537)
Higany	13·596	100	1·94474	0·03332	0·00447	0·02885 (0·02932)
Éreny	21·5	98·7	1·66198	0·0324	0·00612	0·0263 (0·0267)
Réz	8·721	31·8	1·53917	0·0951	0·00714	0·0880 (0·0874)
Vas	7·8439	28	1·52830	0·1138	0·00724	0·10656 (0·10610)
Vilany	1·75	31·4	2·61796	0·1887	0·002466	0·18624
Dárdany	6·701	120	2·61626	0·0508	0·002469	0·0483
Mireny (Arzén)	5·959	75·2	2·32817	0·0814	0·00312	0·07828
Keneny (Bismut)	9·8222	106·4	2·21263	0·0308	0·00345	0·02735
Arany	19·2	199	2·18030	0·0324	0·00361	0·02879

A test neve	Arány súly <i>s</i>	paránsúly <i>q</i> (<i>H</i> = 1)	a parányok köz. távolsága $d = \left(\frac{s}{q}\right)^{\frac{1}{2}}$	Hőfogható- ság állandó nyomás mellett = <i>c</i>	Hőfogható- ságok kü- lönbsége = <i>c</i> – <i>c</i> ₁	Hőfogható- ság állandó térfogat mellett = <i>c</i> ₂
Ólom	11·3889	103·8	2·09044	0·0314	0·00388	0·02752
Ón	7·29	59	2·00774	0·0562	0·004195	0·05201
Kén	2	16	2·00000	0·2026	0·00423	0·19838
Horgany . . .	6·9154	32·2	1·66986	0·0955	0·00607	0·08943
Palladium . .	11·5	53·4	1·66834	0·0593	0·006072	0·05323
Kékeny (Kobalt)	8·5384	29·6	1·51346	0·1070	0·00738	0·09962
Cseleny (Mangan)	8	27·6	1·51103	0·1441	0·00740	0·1367
Álany (Nickel)	8·637	29·6	1·50768	0·1086	0·00743	0·1012

Jegyzés. Az utolsó rovatban a berekesztett számok a kísérletek alapján meghatározott hőfoghatóság értékeit adják.

A VÍZ ELLENÁLLÁSÁRÓL.

I-SŐ ÉRTEKEZÉS.

MARTIN LAJOS L. TAGTÓL.

(Olvast. 1864. October 30-án)

1.

A víziellenállás elmélete azon erőszeti kérdések egyike melyekkel az elemző mennyiségtan már feltalálása óta ugyan, de majdnem sikertelenül foglalkozik. A dolog nehézsége, úgy látszik, serkentette a matematikusokat; mert ha a víziellenállásról tárgyaló munkákat összeolvassuk, úgy azok számát jó kora nagynak fogjuk találni. Ezen munkák hosszú során végig tekintvén, azt tapasztaljuk, hogy ők a víziellenállás elméletét legkivált két úton akarják kifejteni, t. i. vagy a tiszta elmélet, vagy a tiszta gyakorlat útján. Nem tagadhatni ugyan, hogy mind a kettőn sok szép és hasznos találatot, de a természet tünényeivel összhangzó elmélettel még se szolgálnak.

A víz minden úszó testnek bizonyos erővel áll ellen. E mellett négy esetet kell megkülönböztetnünk. Lehet t. i. hogy mind a test mind a víz nyugalomban van; lehet megint, hogy a nyugvó test mozgásban levő vízben úszik; lehet ismét, hogy a mozgásban levő test nyugvó vízben úszik; s lehet végre, hogy mind a kettő külön-külön mozgásban vesz részt. Az első esetben a víz ellenállása csak azon nyugtani nyomásból álland, melyet a víz a test fölületére gyakorol. Ezen ellenállás a test fölülete szerint úgy van eloszolva, hogy az azon egy vízszintes síkban fekvő pontokra egyenlő deréklő nyomások esnek. A többi három esetben pedig a víz ellenállása ama víznyugtani nyomáson kívül még egy a test fölülete szerint fejlődő vízerőszeti nyomásból álland. Mind a négy esetről egyszerre szólni sok volna; elég ha e négy eset egyikéről és pedig

arról értekezünk, ha egy úszó test nyugvó vízben valamerre futásnak ered.

Newton (1687), Parent (1704) és Euler (1749) a vízi ellenállás elméletének kifejtésénél a lökés eszméjéből indultak ki. Úgy látszik, hogy mind a hárman tévedésben vannak, s hogy elméletek oly idegenszerű elven alapúl, melyből víz-ellenállási elmélet soha ki nem fejthető. Hiszen tudjuk, hogy minden lökésnél három időmozzanatot kell megkülönböztetnünk: t. i. a lökés-előttit, a lökés-alattit és a lökés-utánit. Lökés előtt a két lökö test egymással érintkezésben lehet ugyan, de egyéb összeköttetés, melynél fogva egymásra befolyással lehetnének, köztök nem létezik. Már pedig ha egy úszó testet s az azt körülvevő vizet nézzük, úgy senki sem fogja tagadhatni, hogy e kettő között már akkor is összefüggés volt, mikor az úszó test még nyugalomban volt. Ha tehát a test útnak ered, úgy az a vízre ugyan hatni fog, de ezen hatás lökés nem lehet; mert nincs olyan a lökést megelőző pillanat, melyben test és víz között semmiféle viszony fen nem állana. Az úszó test ha nyugszik is, a vele határos vízzel vízerőszeti viszonyban áll, mely, ha amaz haladni kezd, a folytonosság s nem a mulékony lökés törvénye szerint változik meg; a víziellenállás tehát nem lökésben, hanem a nyugvásakor fenálló vízerőszeti viszonyok mozgás közben beálló megváltoztatásában keresendő, mely viszonyváltozat mindaddig tart, a meddig csak a test mozgásban marad.

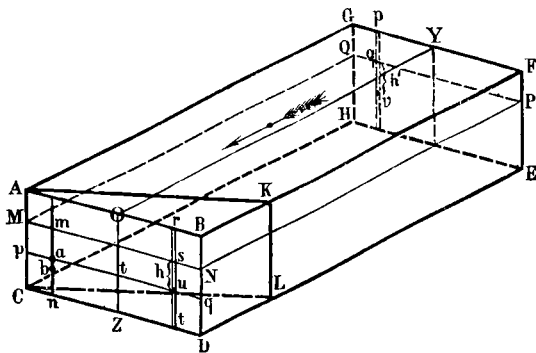
Minden nyugvó vízben úszó testnél, ha valamerre haladni kezd, tapasztalhatni, hogy a víz a haladó test előtt szétválván annak két széle felé szétfoly; a test háta megett pedig bizonyos törvény szerint ismét összefolyni igyekszik. Nem tagadhatni most, hogy a víziellenállás fejlődése ezen szét- és összefolyási tünetmények miképi alakulásával szoros összefüggésben van; s úgy látszik, hogy a vízi ellenállás elmélete helyesen csak úgy megfejtethető, ha ezen szét- és összefolyási tünetményekből indulunk ki. Kísértsük meg tehát a vízi ellenállást ama szét- és összefolyási tünetményekből lehozni.

Ily nézetből indulván ki, világos, hogy a végrehajtandó fejtemények a víz ellenállását két oldalról vesszük fel. Először is azon körülmények fognak megvizsgáltatni, melyek beállanak, midőn a haladó test az útjában levő vizet kitérésre

kényszeríti; — azután azok fognak tekintetbe vétetni, melyek a test megetti vízben észlelhetők, a midőn az, magára hagyatván ismét egyesülni s természetszerű helyzetét visszanyerni igyekszik. Értekezésem tehát két részre fog oszlani, melyek elsejében mindig csak a test homlokát, másodikában pedig csak a hátát szemléljük.

A testek igen különböző alakúak, s a víz minden külön alakú testnek különbözőleg áll ellen; honnét látható, hogy tárgyalásunknak elég nagy tere van. Hogy e tágas téren sikeresen haladhassunk, szükséges, hogy a végrehajtandó nyomozásokat tervszerűleg rendezzük. E végből is eleve az épszegletes négy oldalú hasábot fogjuk tekinteni. Ezen hasábot azután külön-külön fekvésű síkok által fogjuk vágni. Ismervén a víz ellenállását egy ilyen vagy épszögű vagy ferdén vágott hasábra, könnyű lesz azután akármely más testre általmenni. Mert ha valamely testalkat forogna szóban, úgy azt kellőleg választott vízszintes síkok által vízszintes szelvényekre oszthatjuk; ha azután ezen szelvényeket ismét kellőleg választott s a haladási irányhoz egyközűleg gondolt függélyes síkok által vágjuk, úgy az egész test vízszintesen fekvő 4 oldalú hasábokra fog osztatni. Ha most ezen hasábok egyikét szemléljük, úgy annak homlok- és hátfölülete az egész test homlokának vagy hátának egy kis területkéjé, s az arra eső víziellenállás az egész testre ható összes ellenállásnak egy kis részét fogja képezni; úgy hogy azután, ha az ezen hasábokra eső vízi ellenállások összevételét vesszük, az egész testre ható ellenállás kikerül.

1. Idom.



Hogy az ez úton kifejtendő elméletet néhány általános vonással előállítsuk, legyen az 1-ső idomban $ACDEFG$ az yo szerint haladó és $MNPQ$ színvonalig vízben merülő hasáb. Ha e hasábot egy időre futtában megállítjuk, akkor a víz maga is nem sokára egyensúlyba jönne, ily viszony alatt még csak nyugtani nyomást gyakorolván a homlokra. Tekintetbe vévén a homlok valamelyik például u pontját, úgy a víz erre is fog hatni; s a nyomás nagysága su oszlop magasságával lesz aránylagos. Ha t. i. u pont körül egy df területű kis részt a homlokban kiszabunk, és u pontnak függélyes távolságát MN színvonaltól h -nak, s a víz sűrűségét γ -nak nevezzük, akkor $\gamma h df$ a víznek nyugtani nyomása ezen kis térre; ha azután a homlok egyes téreleméről az egész homlokra általme-
gyünk, akkor

$\gamma s h df = N$ az egész homlokra eső nyomás.

Tekintetbe vévén azután $GFEH$ hátfölületben v pontot, akkor a víz erre is, és hasonlólag qv oszlophoz aránylagosan fog nyomni; s ha v pont körül ismét egy df területű részt kiszabunk s vq oszlopot h_1 jelöljük, akkor

$\gamma h_1 df$ a víznek nyomása ezen kis térre; s ha megint az egyes elemről az egész hátra általmegyünk, lesz

$\gamma s h_1 df = N_1$ az egész hátra eső nyomás. Tudjuk most, hogy nyugtani okoknál fogva :

$N = N_1$ és hogy e két nyomás ellenkező irányu lévén egymást megsemmisíti.

Ha ezek után a test ismét útnak ered, akkor a víznek nyugtani nyomásán kívül még más erők is fognak a testre hatni, melyek a nyugváskor fenállott vízerőszeti viszonyokat megváltoztatják. Vegyük ismét u és v pontokat tekintetbe. Az elsőre a még nyugvó s a homlokba ütköző víz a h oszlopnyi nyugtani nyomáson kívül most még azon erővel fog nyomni, melylyel a vízelem a kitérésnek ellent áll. Ezen ellenállás különfélekép, a többi közt egy vízi oszlop nyomásával is mérhető; legyen k ezen oszlop magassága, akkor

$\gamma h df + \gamma k df$ az u pontra ható nyomás; s ha ismét az egész homlokra átmegyünk, lesz

$\gamma s h df + \gamma s k df$ azon összes nyomás, melyet a víz mozgás közben a homlokra gyakorol. — A második v pontra nézve

figyelembe veendő, hogy *GFEH* hátfölület most a vízre nem nyom, hanem inkább az elől visszahúzza magát. A víz, hogy a maga és a hátfölület között megnyíló üres tért elfoglalhassa, magától mozgásba jön. A nyugvó víztömeg azonban csak nyugtani nyomásának rovására jöhet magától mozgásba. Ha tehát a v pont alatti vízelem, nyugváskor, egy h_1 oszlopnyi nyomás-erővel azaz h_1 oszlopnyi feszerővel bírt, bizonyos, hogy az, ha magától mozgásba jött, azután csak egy h_1 -nél kisebb feszerővel fog bírni. Legyen k_1 azon oszlop, melylyel h_1 feszeréje fogy, akkor lesz :

$h_1 - k_1$ azon oszlop magassága, melylyel a hátvíz v pont-ra nyom, következőleg :

$\gamma(h_1 - k_1)df$ a hátvíz nyomása a v pontban gondolt df területre, és

$\gamma f(h_1 - k_1)df$ azon nyomás az egész hátra.

Az ekként kitalált két nyomás ellenkező irányban hat. Ha tehát különbségeket vesszünk, azon erő nyeretik, melylyel a víz a test haladásának ellentáll, s lesz tehát a víz ellenállása :

$E = \gamma f(h + k)df - \gamma f(h_1 - k_1)df$, mely kitétel most még így is írható :

$E = [\gamma f h df - \gamma f h_1 df] + [\gamma f(k + k_1)df]$. És miután a fenebiek szerint $\gamma f h df = \gamma f h_1 df$ következik :

$$(1.) \quad \dots \quad E = \gamma f k df + \gamma f k_1 df = \gamma [f k df + f k_1 df]$$

A vízi ellenállás kifejtése tehát két egészelés végrehajtásától függ, melyeknek egyike a test homlokára, másika pedig annak hátára vonatkozik. Figyelembe veendő e mellett, hogy az ellenállás, miután a víznek nyugtani nyomása a képletből egészen kiesett, ezen nyugtani nyomástól egészen független; mely okból tehát ezután a víznek nyugtani nyomását tekintet nélkül hagyhatjuk. A képletet újra tekintvén, észre venni végre, hogy az összeadandó $f k df$ és $f k_1 df$ egészletekben k és k_1 oszlopok szerepelnek, melyek közül az egyik a test homlokában fejlődő feszerő szaporítást, másika pedig a test hátában fejlődő feszerő csökkenést jelenti; s látni, hogy a vízi ellenállás ismeretes, mihelyt egyrésről a homlokbeli feszerőporítást s másrésről a hátbeli feszerő-csökkenést kinyertük

2.

Hogy az előbbi egészeteket egymás után kinyerjük, vegyük először a hasáb homlokrészét tekintetbe. Világos, hogy $ABCD$ homlokfölület az 1-ső idomban yo haladási iránytól valamely szeglettel fog elhajlani; legyen az elhajlási szeglet először épszeglet. AB homlokélt O pontban felelvén, fektessünk rá O ponton keresztül yo z függélyes sítot; akkor ez nem csak a hasábot, hanem a homlok felé siető víztömeget is felezni fogja, úgy hogy $OBDZ$ homlokrészre éppen annyi víz fog találni mint $OACZ$ -re. Kétséget nem szenved most, hogy ezen ZOB és ZOA -ra találó víztömegek a test haladásával tökéletesen egyenlő vízerőszteti viszonyok alá kerülnek, minek folytán a víz mozgása a test homloka előtt zo függélyesre nézve öszméretes lesz; úgy hogy annak kitudására elégséges ha csak az egyik, például az AOZ homlokfél előtti víznek mozgását vizsgáljuk.

Mindenek előtt a víznek a mozgó test homlokában fejlesztett nyomása egy különös sajátságára kell figyelemmel lennünk. Válaszszuk e végből mn függélyest a homlokban, akkor a víz ezen függélyesnek valamennyi pontjára nyomni fog. Szemléljük e nyomásokat két külön esetben. Legyen a test egyszer nyugalomban; ez esetben a víz az mn függélyes pontjaira víz nyugtanilag fog nyomni, úgy hogy pl. az a pont egy ma oszlopnyi, — a b pont egy mb oszlopnyi, az n pont pedig egy mn oszlopnyi nyomást szenved, s látnivalóképen az mn függélyes pontjai igen különböző nyomásokat szenvednek, melyek a sem mitől egész mn -ig változnak. — Ha ezután megint a testet mozgás közben szemléljük, úgy bizonyos, hogy a víz azokat az előbbi nyugtani nyomásokon kívül még valamely vízerőszteti nyomással is nyomni fogja. Ezen vízerőszteti nyomás csak a test haladási sebességétől függ, s minthogy az mn függélyes valamennyi pontja ugyanazon sebességgel halad, látni való, hogy a víz ezen mn -nek mindenik pontjában ugyanazon vízerőszteti nyomást fejleszt. A test haladásából keletkező vízerőszteti nyomás tehát, a nyugvaskor fenálló nyugtani nyomástól annyiban különböző, hogy amaz minden azonegy függélyesben fekvő pontra nézve egyenlő, emez pedig a pontok merülési mélységével változik.

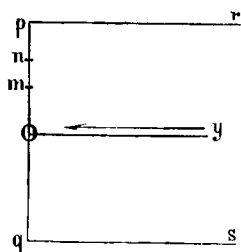
Ismervén ekkép a vízerőszeti nyomást a homlok függélyeseiben, ugyanazt a homlok vízszinteseire nézve is keresni fogjuk. Szemléljük c végből a homloknak egy tetszés szerinti pl. pq vízszintesét. Miután ezen pq pontjai a homlokkal együtt egyenlősebesen haladnak, így a pt szerint sorozott víz-elemek is a pt -re mindenütt egyenlő nagy vízerőszeti nyomást igitykeznak gyakorolni; legyen k ezen egyenletes nyomás. Ha most ezen p -től t -ig érő elemek közül egyet pl. az a pontban időzött szemléljük, úgy ez, a homlok a pontjára a víznyugtani ma oszlopon kívül még k oszloppal nyom. De ha ezen a -bani elem a test homlokát k -val nyomja, akkor következetesen ezen elem a mellette levő vízelemekre is ugyanazon k oszlopnyi nyomást fogja gyakorolni; látjuk tehát, hogy ezen elem nem csak a homlokot, hanem a mellette álló két határos elemet is, melyek egyike a -tól t -felé, másika pedig a -tól p -felé fekszik, ugyanazon k oszloppal nyomja. A mi most a pt -nek a pontjára nézve áll az többi pontjaira nézve is állani fog; miből kitetszik, hogy a t -től p -ig terjedő elemek ama k -val nem csak a homlokot, hanem váltakozólag egymást is nyomják, úgy hogy ezen pt elem-sorozat egy magával egyensúlyban álló sort képez.

Ha most t ponttól kezdve tp egyenes szerint p -felé haladván ez utóbbi ponton túl megyünk: akkor a t -től p -ig teredő elemeken kívül még másokra is akadunk. Ezen pt soron belül álló elemek a p ponton túl állókkal, miután egyaránt ma nyugtani vízi oszlop alatt fekszenek, egyenlő nagy nyugtani nyomással fognak ugyan bírni: de minthogy a p ponton túl levők a test homlokára nem találhatnak, így k vízerőszeti oszlop nyomással nem bírhatnak, s következik, hogy ezek a pt soron belül levőkkel egyensúlyban nem lehetnek. Mely okból tehát a nagyobb nyomásu pt sor t -től p -felé folyni igyekszik. — A mi most a homloknak tp vízszinteséről áll, ugyanaz a homloknak valamennyi vízszinteséről állani fog; látjuk tehát, hogy a homlokvíz vízerőszeti túlnyomásánál fogva a homlok ZO közepétől annak széle felé tart. E mellett figyelembe veendő, hogy az egyes vízi elem csak vízszintes irányban mozoghat.

Ha ezek után ismét mn függélyest tekintjük: akkor az ezen függélyes szerint álló vízelemekről, mintán egészen egyenlő vízerőszeti viszonyok alatt vannak, állíthatjuk, hogy mozgalmi

viszonyaik is tökéletesen egyenlők lesznek. Ebből következtetni továbbá, hogy az mn függélyes elé eső vízelemek párhuzamos irányokban és egyenlő sebességekkel mozognak; úgy hogy ezen m -től n -ig leérő elemoszlop függélyes állását a mozgás minden pillanatában megtartja, úgy hogy az oszlop egyközű helyzetek szerint halad. Miután már tudjuk, hogy a homlokvíz függélyes elem-oszlopai függélyes helyzeteik fentartásával haladnak: belátható, hogy egy ilyen elem-oszlop haladása ismeretes, mihelyt egyik elemének a haladását ismerjük. Hogy tehát ilyen oszlop mozgását kitudhassuk, nem szükséges, hogy az egész homlokot tekintsük, elég ha annak csak valamelyik vízszintesét szemléljük. Mely okból ennek utána az egész homloknak csak valamelyik vízszinteséről fogunk szólni.

2. Idom.



Legyen most $rpqs$ (a 2. idomban) a szóban lévő hasáb egyik vízszintes metszése, és pq az yo irányban c sebességgel haladó homlokvonal, melynek közepe o -ba esik. Tudván, hogy az o -tól p -ig terjedő homlokvíz ugyanazon vízerőszeti és mozgalmi viszonyokkal bír, mint az o -tól q -ig erő; válaszszuk a po homlokrészben m és n pontokat, melyek o ponttól $om=x$ és $on=x_1$ tá-

volságban vannak. Bizonyos most, hogy haladáskor ezen egyszer o -tól m -ig, s másszor o -tól n -ig terjedő om és on homlokokra bizonyos vízmennyiségek találunk; legyenek V és V_1 az azokra egyidejűleg találó víztömegek. Ezen tömegek egyenlő sebességgel találván a homlokokra, a lökött homlokokkal egyenes viszonyban állanak, mert a kétszer vagy háromszor oly hosszú homlokokra 2-szer vagy 3-szor annyi víz is fog találni; lesz tehát:

$$V:V_1=x:x_1.$$

Mi alatt most ezen V és V_1 tömegek om és on homlokokra találunk, a közben azonnal nyomban más új tömegek jönnek, melyek szintén a homlokhoz készülnek. A V és V_1 tömegek tehát kényszerülnek az utánok következő tömegeknek helyt engedni; de azt csak úgy tehetik, ha mind a ketten

ugyanazon időben. mely alatt a homlokra találtak, *om* és *on* fölületekről lefolyznak ; kell tehát hogy V és V_1 tömegek, máshová nem menekülhetvén, a homlok m és n pontjairól bizonyos sebességekkel p pont felé folyjanak ; legyen u és u_1 a két lefolyási sebesség. Bizonyos most, hogy c lefolyási sebességek a lefolyandó víztömegekkel egyenes viszonyban állanak, mert minél több víznek kell *om* fölületről egyszerre lefolynia, annál nagyobb sebességgel kell annak történnie , úgy hogy

$V : V_1 = u : u_1$; mely arány az előbbivel összevonva, ezt adja :

$u : u_1 = x : x_1$ miből ismét

$\frac{u}{x} = \frac{u_1}{x_1}$ következik. Látni tehát , hogy $\frac{u}{x}$ hányados nem

változik, ha u és x helyébe u_1 és x_1 -et írunk is ; mi csak úgy lehetséges, ha $\frac{u}{x}$ hányados állandó értékű. Nevezzük azt B -

nek, úgy hogy $\frac{u}{x} = B$; akkor megfordítva :

(2.) . . . $u = Bx$; mely egyenletben a homlokvíznek lefolyási sebessége, a benne előforduló és tapasztalás útján meghatározandó B állandó által adatik.

Ezt a test homloka szerint tapasztalható u sebességet a homlokvíz csak vízerőszeti nyomásának rovására nyerheti. És pedig, minthogy a testhomloka c sebességgel halad, lesz $\frac{c^2}{2g}$ a vízerőszeti nyomás oszlopmagassága, melyet ezután röviden h_0 vel fogok jelezni. Ha most a víz ezen h_0 oszlop befolyása alatt u sebességet vesz fel, akkor arra $\frac{u^2}{2g}$ oszlopmagasság volt szükséges ; ha tehát a vízerőszeti nyomásból egy $\frac{u^2}{2g}$ oszlopnyi nyomás u sebességre fordított, úgy abból még csak

$h_0 - \frac{u^2}{2g}$ vízerőszeti nyomás maradhat meg, melylyel

a homlokvíz a homlokra még nyomhat. Nevezzük ezt a víz-

elemben még megmaradó oszlopot h -nak; akkor, ha egyúttal u értékét a (2)-ből helyetteszük:

$$(3.) \quad . \quad . \quad . \quad h = h_0 - \frac{B^2 x^2}{2g} \text{ ered.}$$

Ezen egyenlet most az op homloknak egyik tetszés szerinti pontjára vonatkozván, az egész homlokra, s így annak p végpontjára is érvényes lesz. Nevezzük a víznek p pontban tapasztalható vízerőszeti oszlopát h_a -nak; s a homlok szélességét b -nek, úgy hogy $op = \frac{b}{2}$; akkor:

$$(4.) \quad . \quad . \quad . \quad h_a = h_0 - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2}\right)^2}{2g}; \text{ mely egyenlet}$$

által B állandó meghatározódik.

Hogy most a homlok egyes pontjaiban tapasztalt nyomásokról az egész homlok nyomására általmegegyünk: legyen mn egy az o ponttól $om = x$ távolságra álló végtelen kis része a homloknak, melynek hossza $mn = dx$; akkor a víz ezen kis homlokra

$h dx$ azaz

$$\left(h_0 - \frac{B^2 x^2}{2g}\right) dx \text{ vízerőszeti nyomást fog gyakorolni;}$$

ha pedig az egyes elemről az egész op homlokra általmegegyünk, lesz a homloknymomás:

$$p = \int \left(h_0 - \frac{B^2 x^2}{2g}\right) dx. \text{ A homlokrész } o \text{ ponttól } p \text{ pontig}$$

terjed; $x = \frac{b}{2}$ és $x = 0$ teszik tehát az egészülés határait. Ha e

szerint az egészülés a határok tekintetbe vételével végrehajtatik, akkor az op homlokra eső homlok nyomása ezen egyenlet által fejeztetik ki:

$$p = \frac{h_0 b}{2} - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2}\right)^3}{2 \cdot 3 \cdot g}, \text{ mely még így írható:}$$

$$p = \frac{b}{2} \left[h_0 - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2}\right)^2}{3 \cdot g} \right], \text{ vagy ha (4)a egyenletünkre}$$

visszatekintünk:

$$p = \frac{b}{2} \left[h_0 - \frac{h_0 - h_a}{3} \right] = \frac{b}{2} \left[\frac{2h_0 + h_a}{3} \right].$$

Ezen nyomás o -tól p -ig terjed; minthogy o -tól q -ig ugyanazon nyomás fejlődik, következik, hogy a p -tól egész q -ig terjedő nyomás kétszer oly nagy mint p ; lesz tehát az egész homloknyomás :

$$P = b \left(\frac{2h_0 + h_a}{3} \right).$$

Ezen nyomás most egy b hossznyi

homlokra terjeszkedik; ha tehát azt a homlok kiterjedésével, azaz b -vel elosztjuk, a homlok téregységére vonatkozó ellenállás, azaz a homlokbeli ellenállás módítója ezen egyenlet által fejeztetik ki :

$$(5.) \quad \dots \dots \dots \zeta = \frac{2h_0}{3} + \frac{h_a}{3}$$

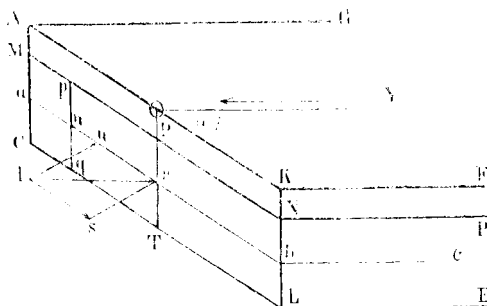
A végeredményben két vízi oszlop fordul elő: h_0 és h_a ; vizsgáljuk ezeket közelebbről. Az első azon sebességnek felel meg, melylyel a test homloka halad; nevezzük ezen h_0 oszlopot *haladási oszlopnak*. A másik h_a oszlopra nézve figyelembe veendő, hogy az o -tól p -felé folyó víz o pontból léptenként gyorsuló sebességgel kezd folyni, de egyúttal a homlok hossza szerint surlódásnak lesz alávetve, melynek legyőzésére bizonyos vízoszlop szükséges; a víz tehát nem az egész h_0 oszlopnak megfelelő, — hanem egy valamivel kisebb sebességet fejleszt, úgy hogy a homlok szélére kerülő víz a haladási oszlopból még egy kis oszlopot magában megtart. Ezen kis h_a oszlop a surlódási ellenállás nagyságát mérve, *surlódási oszlopnak* nevezhető; látni tehát, hogy a *homlokbeli ellenállás módítója a surlódási oszloppal szaporított kétszeres haladási oszlopnak egy harmadrészét teszi*.

3.

Előbb a test homloka a mozgás irányára merőleges volt. Menjünk által most olyan hasábokra, melyeknél a homlok a mozgás irányára nem merőleges. A homlok elhajlása igen különböző lehet; hogy az e mellett gondolható váltakozásokon szabályszerűleg eljárjunk, legyen a homlok először egy a mozgás irányától valamely α szeglettel elhajló függélyes sík. Ilyen homlokot nyerünk ha pl. az 1-ső idombeli $ACDEFG$ testet $AKLC$

függélyes sikkal vágjuk, s az így elszelt ékszerű *AKLDCAB* részt abból elveszszük.

3. Idom.



Legyen tehát *AKLC* a *GACLE* hasábnak *yo* haladási irányhoz α szeglet alatt hajló homloka; legyen *MPN* a nyugvó víz színvonala. Vágjuk e testet *abc* szerint egy tetszés szerinti vízszintes síkkal. Az *MNLC* sík felé haladó vizelemek közül most gondolhatók olyanok, melyek a homloknak *ar β* vízszintesére találtnak; legyen *t* ezen elemek egyike, és *r* az *ab*-nek azon pontja, melyre ezen *oy*-hoz egyközüleg haladó *t* elem talál, úgy hogy *tr* annak útja, melyet a homlok felé leir. Tekintsük magát ezen *tr*-et a vizelem sebességeül; akkor az *tru* $\equiv\alpha$ szeglet alatt hajolván *ab*-hez, *turs* egyenszög szerint *tu* \equiv *rs* és *ts* \equiv *ur* oldalsebességekre olyformán fog oszlani, hogy *tu* *ab*-re \perp ; *ts* pedig *ab*-hez \parallel lesz, úgy hogy, *tr* \equiv *c* tévén:

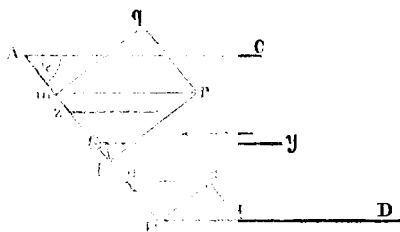
$tu=c.\sin\alpha$ és $ts=c.\cos\alpha$. Ugyanazt tévén, valamennyi ab -re találó vizelemnél, világos, hogy az r pontra találó elemnél tapasztalt sebességi viszonyok a többiekénél is épen úgy fognak alakulni. És minthogy abc sík egy tetszőleges vízszintes sík volt, látni való, hogy a sebesség-viszonynak ezen egyformasága nem csak ab -re, hanem a homloknak valamennyi vízszintesére nézve áll.

Ha pedig OT tetszés szerinti függélyest húzunk, akkor bizonyos, hogy a homlokhoz közeledő vízelemek közül olyanok is lesznek, melyek ezen függélyesre találnak. Legyen t ezen elemek egyike, és r a függélyesnek azon pontja, melyre

az yo -hoz egyközüleg haladó t elem talál. Tekintsük tr útját, melyen haladnia kell, sebességeül; akkor ezen tr $turs$ egyenszög szerint ismét tu és ts oldalsebességekre fog oszlan, melyek ismét $c.\sin\alpha$ és $c.\cos\alpha$ -val egyenlők. Ugyanazt tévén valamennyi TP -re találó vízelemnél, világos, hogy az r pontra találó vízelemnél tapasztalt sebességi viszonyok a többieknél is épen úgy fognak alakulni. S minthogy PT tetszés szerint választatott, látni való, hogy a sebességi viszonyok ezen egyformasága a homloknak valamennyi más függélyesére nézve is áll.

PT függélyeshez újra visszatérvén, bizonyos most, hogy ezen oszlopnak minden eleme $c.\sin\alpha=rs$ és $c.\cos\alpha=ru$ oldalsebességekkel bír. Szabadjon ru -t egyideig nem tekintve csak $c.\sin\alpha=rs$ összetvőt tekintetbe venni; akkor az előbbi czikkben mondottakra visszaemlékezvén, bizonyos, hogy PT oszlop $c.\sin\alpha$ deréklő sebesség befolyása alatt függélyes állásának fentartása mellett a homlok hossza szerint igyekszik mozogni. Ha most $c.\cos\alpha$ összetvő ismét $c.\sin\alpha$ összetvőhöz járúlna, akkor világos, hogy PT oszlop mozgása $c.\cos\alpha$ sebesség közreműködése után is még mindig a függélyes helyzetnek fentartásával fog történni. Ha tehát ezen oszlop egyik elemének mozgási viszonyait ismerjük, az egész oszlop mozgási viszonya is ismeretes lesz. Hogy pedig azt kitudhassuk, nem szükséges, hogy az egész homlokot vizsgáljuk, elég ha azt csak valamelyik vízszintesére nézve tesszük; mely okból ennek utána a homloknak csak valamelyik vízszinteséről fogok szólni.

4. Idom.



Legyen tehát $CABD$ (4. idom) az yo szerint haladó hasábnak egyik vízszintes metszése, és AB az $yoB=CAB=\alpha$ szegletalatt hajló homlokvonal. Ez utóbbiban m pontot választván, s az erre találó vízelem sebességét $mr=c$ tévén, látni való, hogy ezen

α alatt hajló sebesség $qmpr$ egyenszög szerint $mq=c.\sin\alpha$ és $mp=c.\cos\alpha$ oldalsebességekre oszlik. Ezen sebességeknek

$\frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ és $\frac{c^2 \cos^2 \alpha}{2g}$ oszlop-magasságok felelnek meg, s látni való, hogy az AB -re találó elemek mq ösztévőnél fogva $\frac{mq^2}{2g} = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ oszlopnyi nyomást gyakorolván a homlokra, a homlok szerint A -tól B -felé igyekszenek. Szabadjon egy ideig az mp ösztévőt tekintetbe nem vennünk, s a viszonyt úgy tekintenünk, mintha mp nem is léteznék: akkor a homlokvíz csupán mq deréklő sebességgel bírván, AB homlokkal ugyanazon viszonyba lép, mint azt már az előbbi cikkben tapasztaltuk. Ennek folytán a homlokvíz a homlok o közepe által két (AO és OB) részre fog szakadni, melyek egyike O -tól A -felé, másika pedig B -felé tart; s e két vízrész mozgása ugyanazon törvények szerint fogna megalakulni, mint azt már az előbbi cikkben láttuk. Ha tehát a homloknak egyik, például m pontját választjuk, s a homlokvíznek e pont alatti vízerőszeti nyomását k -nak, s az ugyanott tapasztalható sebességet, melylyel az m -beli elem A -felé igyekszik, u -nak nevezzük: akkor

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g} - k; \text{ vagy ha } \frac{c^2}{2g} \text{ haladási oszlopot úgy mint}$$

az előbbi cikkben h_0 -vel jeleljük, és a négyzetes gyököt kivonjuk:

$$\frac{u}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k}; \text{ ha pedig } mp \text{ sebességet tekintetbe}$$

be vesszük, úgy annak

$$\frac{mp^2}{2g} = \frac{c^2 \cos^2 \alpha}{2g} = h_0 \cos^2 \alpha \text{ oszlop felelvén meg, következik}$$

$$\frac{mp}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \cos \alpha}. \text{ Miután most } u \text{ sebesség az elemet } A\text{-felé,}$$

mp B -felé viszi, a két sebesség tehát ellenkező irány felé tart: lesz

$$\frac{u}{\sqrt{2g}} - \frac{mp}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - h} = \sqrt{h_0 \cos \alpha} \text{ azon absolut}$$

sebesség, melylyel az m -beni elem mq és mp sebességek együttes hatása után bír; legyen az innen eredő sebesség $=v$ -vel, akkor:

$$(6.) \quad \dots \quad \frac{v}{\sqrt{2g}} = \frac{u - mp}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k} - \sqrt{h_0} \cos \alpha.$$

Figyelembe veendő most, hogy az mq sebesség hatásából fejlődő u sebesség a homlok külön-külön pontjaiban nem egyenlő; o pontban $u = r$, e ponttól azután u mind A mind B pont felé egyaránt növekszik. Ha most o ponttól A -felé haladunk, úgy ott, egy léptenként öregbedő s mp -vel ellentételes u sebességet tapasztalván, A és O között olyan Z pontra kell találunk, melyben ezen u az mp -vel egyenlő. Minthogy $v = u - mp$ volt, következik, hogy az eredő v sebesség Z pontra nézve megsemmisül; és minthogy ezen v eredő a vízelemek azon abszolút sebessége, melylyel azok a homlok hosszában mozognak, így látni való, hogy a Z -beni elem semmi sebességgel nem bírván, sem Z -től A -felé, sem Z -től B -felé nem folyhat. Ha most ezen Z ponttól, melyet ezután a homlok semleges pontjának fogunk nevezni, egyszer A , másszor B -felé megyünk, s ha figyelembe vesszük, hogy ezen u az első esetben egész A pontig folyvást nő: úgy tapasztaljuk, hogy $u - mp$ azaz v sebesség folyvást +előjelű és annál nagyobb lesz, minél közelebb megyünk A ponthoz; ha ellenben Z -ből indulván B -felé haladva arra figyelünk, hogy u sebesség Z semleges ponttól kezdve o pontig folyvást fogy, o pontban semmi, s onnan kezdve egész B -ig ellenkező irányban, tehát nemleges értelemben folyvást nő; úgy látni való, hogy $u - mp$ különbség azaz v eredő sebesség Z -től kezdve egész B -ig folyvást — előjelű s megint annál nagyobb lesz, minél inkább közeledünk B ponthoz. Mind ezt egybefoglalván, végre meggyőződünk, hogy a homlokvíz egy a haladási iránytól ferdén elhajló függélyes homloknál is két külön részre szakad, melyek ellenkező irányban iparkodnak szétfolyni, de hogy e két rész válpontja nem a homlok közepébe, hanem egy a homlok középpontja és a test hegyes szegletű A sarka közt fekvő Z pontba esik. Az $mp = c \cdot \cos \alpha$ öszttevő hatása tehát abból áll, hogy a homlokvíz semleges pontját a homlok közepétől eltávolítja.

AZ és BZ vízrészek egyenlőtlensége szükségessé teszi most, hogy mind a két részt tekintetbe vegyük. Tekintsük e végből először a ZA résznek két (m és n) pontját; ezek távolságait Z ponttól x és x_1 -el jelelvén, bizonyos, hogy mind Zm mind

Zn homlokrészekre egyidejűleg bizonyos V és V_1 víztömegek találunk; akkor ezek a talált homlokok területeihez egyenes arányban állván, ezen arányt adják:

$V: V_1 = x: x_1$. Ezen V és V_1 tömegek a nyomban készülő tömegeknek helyt engedvén, zm és zn homlokokról bizonyos v és v_1 sebességekkel kényszerülnek lefolyni: akkor, miután e sebességek ismét úgy viszonylanak, mint a lefolyandó tömegek,

$V: V_1 = v: v_1$, mely arány, az előbbivel egybevetve, ezt adja:

$$v: v_1 = x: x_1, \text{ miből } \frac{v}{x} = \frac{v_1}{x_1} \text{ következik, mely egyenlet me-}$$

gint csak úgy lehetséges, ha $\frac{v}{x}$ hányados valamely állandót jelent; legyen B ezen állandó; akkor megint:

(7.) $v = Bx$ lesz. — Ha ugyanazon módon BZ homlokban két tetszés szerinti pontra nézve a reájok találó tömegeket a lökött homlokrészek területeivel és lefolyási sebességeikkel arányba hozzuk, véglegesen ugyanazon $v = Bx$ egyenletre akadunk, úgy hogy a kikapott egyenlet mind Z ponton innen, mind Z ponton túl érvényes.

Az utolsó egyenlet most képessé tesz minket kettőt, t. i. Z pontnak fekvését és a homlokvíz nyomását meghatározni. Legyen ugyanis ZO távol $= d$ -vel; akkor a (7.) a. egyenlet szerint $v = Bd$. Ezen $B.d$ sebességnek azonban $\frac{B^2 d^2}{2g}$ vízoszlop felel meg. Ha most a (6.)-ra visszatekintvén, egyúttal arra emlékszünk, hogy O pontra nézve $u = 0$, tehát $\frac{v}{\sqrt{2g}} = -\frac{mp}{\sqrt{2g}}$, úgy következik, hogy:

$$\frac{B^2 d^2}{2g} = \frac{(-mp)^2}{(\sqrt{2g})^2} = h_0 \cos^2 \alpha; \text{ miből azután :}$$

$$(8.) \quad . \quad . \quad . \quad \frac{Bd}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \cos \alpha} \text{ egyenlet jő ki.}$$

A homloknymás meghatározására a (6.) a. egyenlet a (7.) alattival kötendő össze.

AZ részre nézve volt:

$$\frac{v}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k} - \sqrt{h_0 \cos \alpha}; \text{ lesz tehát:}$$

$$(9.) \quad \frac{Bx}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k} - \sqrt{h_0 \cos \alpha}.$$

ZO részre nézve pedig volt:

$$\frac{v}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k};$$

OB-re nézve pedig:

$$\frac{v}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \cos \alpha} + \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k}; \text{ mi az előbbivel egy-}$$

bekötte, ZB részre nézve:

$$\frac{v}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \cos \alpha} \mp \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k}, \text{ tehát:}$$

$$(a.) \quad \frac{Bx}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \cos \alpha} \mp \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k}. \text{ Ha tehát}$$

ebből és a (9.)a. egyenletből k -t kikeressük, úgy AZ homlokra nézve:

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} k = h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha - \frac{2Bx}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \frac{B^2 x^2}{2g}; \text{ és} \\ \text{ZB-re nézve} \\ k = h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha + \frac{2Bx}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \frac{B^2 x^2}{2g}. \end{array} \right.$$

E két képlet mindenek előtt a homlok határpontjaira vonatkoztván; figyelembe veendő, hogy x mind a kettőben Z ponttól számít, és hogy az első ZA-ra, a második pedig ZB-re vonatkozik. Az egész AB homlokhosszt b nek nevezvén, lesz $AO = OB = \frac{b}{2}$, és minthogy ZO-t fentebb már d -vel jeleltük,

úgy $AZ = AO - ZO = \frac{b}{2} - d$, és $ZB = ZO + OB = d + \frac{b}{2}$ az x vál-

tozónak felső határai. Nevezzük most a homlokvíznek A pontban fejlődő homloknymását k_a -nak, s ugyanannak B pontban fejlődő nyomását k_b -nek; úgy a (10.)a. egyenletek elsejéből

$$k_a = h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha - \frac{2B}{\sqrt{2g}} \left(\frac{b}{2} - d \right) \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \frac{B^2}{2g} \left(\frac{b}{2} - d \right)^2,$$

a másodikból pedig

$$k_b = h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha + \frac{2B}{\sqrt{2g}} \left(\frac{b}{2} + d \right) \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \frac{B^2}{2g} \left(\frac{b}{2} + d \right)^2$$

kerül ki; s ha a kitett szorzási és hatványolási műveleteket mind a kettőben végrehajtjuk :

$$\begin{aligned} k_a &= h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha - \frac{2B \left(\frac{b}{2} \right)}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} + \frac{2Bd}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \\ &\quad - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2} \right)^2}{2g} + \frac{2B^2 \left(\frac{b}{2} \right) d}{2g} - \frac{B^2 d^2}{2g} \\ k_b &= h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha + \frac{2B \left(\frac{b}{2} \right)}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} + \frac{2Bd}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos^2 \alpha} - \\ &\quad - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2} \right)^2}{2g} - \frac{2B^2 \left(\frac{b}{2} \right) d}{2g} - \frac{B^2 d^2}{2g}. \end{aligned}$$

De ha a (8.)a. egyenletre visszanezünk, és megfontoljuk, hogy :

$$\frac{2B^2 \left(\frac{b}{2} \right) d}{2g} = \frac{2B \left(\frac{b}{2} \right) \cdot Bd}{\sqrt{2g} \cdot \sqrt{2g}} :$$

úgy ezek kellő tekintetbe vételével s a megkívántató mellék-műveletek végrehajtása után

$$(11.) \dots \left\{ \begin{aligned} k_a &= h_0 \sin^2 \alpha - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2} \right)^2}{2g} \text{ és} \\ k_b &= h_0 \sin^2 \alpha - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2} \right)^2}{2g}, \text{ végre tehát} \\ k_a &= k_b \text{ lesz.} \end{aligned} \right.$$

Miből meggyőződünk, hogy a homlokvíz a homloknak mindkét A és B végpontjában egyenlő vízerőszeti nyomásoszloppal bír; minek folytán ismét a később előforduló egészlések végrehajtása után behozandó k_a és k_b határ-értékeket tetszés szerint felcserélhetjük.

A (10.)a. egyenletek az egyes vízelem vízerőszeti oszlopait adják. A vízerőszeti oszlopokról a homlok tér-elemére

gyakorolt nyomásokra általmenvén, ZA homlokban egy Z től $mZ=x$ elálló végtelen kis homlokelemet választunk. E kis területre a (10.)a. egyenletek elseje által kiadódó k oszlop hat; ha tehát mn hossza dx , akkor

$$kdx = \left(h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha - \frac{2Bx\sqrt{h_0} \cos \alpha}{\sqrt{2g}} - \frac{B^2 x^2}{2g} \right) dx, \text{ az } mn\text{-re}$$

eső nyomás.

Hasonlóan járván el a homlok BZ részében, világos, hogy

$$kdx = \left(h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha + \frac{2Bx\sqrt{h_0} \cos \alpha}{\sqrt{2g}} - \frac{B^2 x^2}{2g} \right) dx \quad \text{azon}$$

nyomás, mely egy ZB részleten fekvő tér-elemre esik; és ha az egyes tér-elemekről az egész homlokokra általmegyünk, akkor

$$\int \left(h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha - \frac{2Bx\sqrt{h_0} \cos \alpha}{\sqrt{2g}} - \frac{B^2 x^2}{2g} \right) dx + C$$

az AZ -re eső homloknyomás és

$$\int \left(h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha + \frac{2Bx\sqrt{h_0} \cos \alpha}{\sqrt{2g}} - \frac{B^2 x^2}{2g} \right) dx + C'$$

a ZB -re eső nyomás.

Minekeltötte most az ekként kijelentett egészszeléseket végrehajtanók, előbb magokról az egészszelési határokról kell tisztába jönnünk. E végből a (4.)-ik ábrához visszatérvén, látni való, hogy maga a Z pont mindkét egészszletnek alsó határát képezi. Ezen pont fekvése a (8.)a. egyenlet által adódik ki, s ha abból d -t kikeressük, úgy látjuk, miután

$$d = \pm \sqrt{2gh_0} \cdot \frac{\cos \alpha}{B} \text{ és a szeglet } 0^\circ \text{-tól } 180^\circ \text{-ig változha-}$$

tik, hogy d egyazon h_0 és B -nél igen különböző értékű lehet,

mely $d=0$ -tól egész $d = \pm \sqrt{2gh_0} \cdot \frac{1}{B}$ értékig növekedhetik.

Mint hogy d e szerint α szeglettel változik, így a z pont fekvése is igen különböző lehet. Az e mellett gondolható váltakozások közül 3 esetet kell figyelembe vennünk: lehet t. i. hogy z pont valahová O és A közé, vagy éppen A pontba, vagy 3-szor OA homlokon kívül esik. Lehet tehát másképp szólva

$d \geq \frac{b}{2}$ -nél. Miután most előbbi egészlleteink ezen Z pontban veszik kezdetüket, és onnan vagy A -ig vagy B -ig terjeszkednek, így $x=ZA$ és $x=ZB$ az egészlések felső határai. Mi mellett, mint már tudjuk, $AZ=\frac{b}{2}-d$ és $BZ=\frac{b}{2}+d$ lesz. Alkal-

mazzuk most ezen határokat az első egészletre; akkor az, ha azt röviden $\int w dx$ -el jeleljük, a határok számba vétele után

$\int_0^{\frac{b}{2}-d} w dx$ -et adja. Ha most $\frac{b}{2} \geq d$ -nél, akkor $\frac{b}{2}-d \geq 0$ a semminél.

E három közül az elsőt tévén fel, látni való, hogy az x -nek felső határa valóban nagyobb az alsónál, s az egészllet értéke igenleges értelemben veendő; — a 2-dikát tévén fel, azt látjuk, miután

most $\frac{b}{2}-d =$ semmivel, tehát az alsó határ a felsővel össze-

vág, hogy az egészllet értéke elenyészik; — ha végre a 3-di-

kat tesszük fel, úgy $\frac{b}{2}-d < 0$ a semminél lévén, a felső ha-

tár az alsónál kisebb lesz; de ha tekintetbe vesszük, hogy

minden határozott egészlletre nézve

$$\int_a^b w dx = - \int_b^a w dx, \text{ úgy következik, hogy}$$

$$\int_0^{\frac{b}{2}-d} w dx = - \int_{\frac{b}{2}-d}^0 w dx; \text{ és minthogy } \int_{\frac{b}{2}-d}^0 w dx \text{ kitételnél}$$

$0 > \frac{b}{2}-d$, a felső határ nagyobb az alsónál, úgy ezen egészl-

let értéke magában véve igenlegesen veendő; miből látni való,

hogy maga $\int_0^{\frac{b}{2}-d} w dx$ egészllet nemleges előjelű.

Hogy most az egészlelési határokat a fenebbi két egészllet másodikára alkalmazhassuk, megint tekintetbe vesszük,

hogy $\frac{b}{2} \geq d$. Az első esetben Z pont A és O , — a 2-ikban éppen

A -ba, — a 3-ikban pedig AO homlokon kívül esik. Jeleljük

most magát az egészlletet röviden $\int V dx$ -el. Az 1-ső esetben,

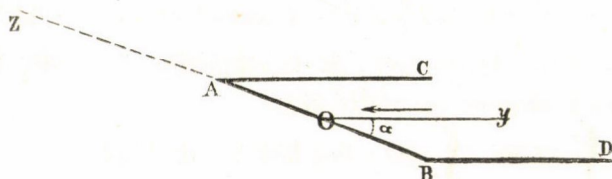
ha $\frac{b}{2} > d$ -nél és d érték $+$ előjelű, lesz $\frac{b}{2}+d$ annál inkább $>$

a semminél; de $\frac{b}{2}+d$ itt a felső és semmi az alsó határ; látni való tehát, hogy $\int_0^{\frac{b}{2}+d} Vdx$ egészlet $+$ értékűleg veendő; — a 2-ik esetben $\frac{b}{2}=d$; $\frac{b}{2}+d$ tehát $=b$ -vel; az egészlet határai tehát b és 0 , s lesz, miután b okvetlenül >0 -nél,

$$\int_0^{\frac{b}{2}+d} Vdx = \int_0^b Vdx \text{ egy } + \text{ értelemben veendő egész-}$$

let; — ha végre 3-szor $\frac{b}{2} < d$ azaz ha (4. Ábr.) Z pont OA homlokon kívül esik, akkor a Z -től B -ig érő homlok hosszát két új részre kell osztanunk. Legyen, hogy azt nézetileg bemutassuk, $CABD$ (5. Ábr.) az yo szerint haladó hasáb, melynek semleges

(5. Ábra.)



pontja OA homlokon kívül Z -be esik; akkor $ZB=ZA+AB$, vagy ha ZA tetszőleges hosszat δ -nak nevezzük, $BZ=\delta+b$, úgy hogy az egész Z ponttól B -ig terjedő homlokvonala egy Z -től A -ig és még egy A -tól B -ig érő részből áll. Az elsőnek végpontjai lesznek tehát maga a Z és az A pontok, a másodiké pedig A és B pontok; ZA részletnek határai tehát lesznek $x=0$ és $x=\delta$, a 2-iké pedig $x=\delta$ és $x=b+\delta$. Más részről tekintvén a dolgot, belátható, miután ZA rész a homlokon kívül esik, hogy $\int Vdx$ egészlet ZA -ra vonatkozó értéke nemleges értelmű, úgy hogy az egészlet Z -től B -ig terjeszkedő értéke

$$\int_0^{\delta+b} Vdx - \int_0^{\delta} Vdx \text{ lesz.}$$

Jeleljük most $\int Wdx$ és $\int Vdx$ -et még rövidebben p' és p'' -vel, és pedig jelentse p_a' ; p_b' ... a p_1 egészletnek azon értékét, melyet felvesz, ha benne x helyébe vagy a vagy b érté-

ket helyetteszük ; akkor a tárgyalat egészletek helyes összeállítására ezeket adjuk :

1-ső esetben, ha $\frac{b}{2} > d$ -nél, lesz $p'_{\frac{b}{2}-d} - p'_0 + p''_d - p''_0 +$

$$+ p''_{d+\frac{b}{2}} - p''_d$$

2-ik esetben, ha $\frac{b}{2} = d$ -vel, lesz $p'_0 - p'_0 + p''_d - p''_0 +$

$$+ p''_{d+\frac{b}{2}} - p''_d$$

3-ik esetben ha $\frac{b}{2} < d$ -nél, lesz $p'_0 - p'_{\frac{b}{2}-d} + p''_{d+\frac{b}{2}} - p''_d +$

$$+ p''_d - p''_{d-\frac{b}{2}} + p''_0 - p''_d - \frac{b}{2}.$$

Miből az egész homloknyomás :

1-ső esetben : $P = p'_{\frac{b}{2}-d} - p'_0 + p''_{\frac{b}{2}+d} - p''_0$

2-ik esetben : $P = p''_{\frac{b}{2}+d} - p''_0$ azaz $= p'^b - p''_0$

3-ik esetben : $P = p'_0 - p'_{d-\frac{b}{2}} + p''_{\frac{b}{2}+d} - 2p''_{d-\frac{b}{2}} + p''_0$, azaz, mi-

után $d = \delta + \frac{b}{2}$:

$$P = p'_0 - p'_{-\delta} + p''_{b+\delta} - 2p''_{\delta} + p''_0.$$

Ha ezek után a szóban forgó egészletekre visszatérvén, azokban a kivánt egészelés végrehajtatik, úgy egyáltalában :

$$12.) \dots \left\{ \begin{array}{l} p'_x = (h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha) x - \frac{Bx^3}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \frac{B^2 x^3}{3.2g} \text{ és} \\ p''_x = (h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha) x + \frac{Bx^3}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \frac{B^2 x^3}{3.2g} \end{array} \right.$$

látni való már, hogy mind a két egészllet x -el együtt elenyészik ; hogy p'_0 és p''_0 a semmivel egyenlő, úgy hogy az előbb kapott határegyenletek következő egyszerű alakokba mennek által :

$$(\beta) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} 1\text{-ső esetben : } P = p'_{\frac{b}{2}-d} + p''_{\frac{b}{2}+d} \\ 2\text{-ik esetben : } P = p''_b \\ 3\text{-ik esetben : } P = p''_{b+\delta} - 2p''_{\delta} - p'_{-\delta} \end{array} \right.$$

Ezek után lesz (ha a (12.)a. egyenletre tekintünk) :

$$\begin{aligned}
 1.-\text{ő esstben } p'_{\frac{b}{2}-d} &= (h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha) \left(\frac{b}{2} - d \right) - \\
 &\quad - \frac{B \left(\frac{b}{2} - d \right)^2}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2} - d \right)^3}{3.2g} \\
 p''_{\frac{b}{2}+d} &= (h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha) \left(\frac{b}{2} + d \right) + \\
 &\quad + \frac{B \left(\frac{b}{2} + d \right)^2}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} + \frac{B^2 \left(\frac{b}{2} + d \right)^3}{3.2g}
 \end{aligned}$$

úgy hogy e kettőnek a hatványolása után történt összevonása :

$$\begin{aligned}
 P &= (h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha) b + \frac{2Bdb}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \frac{B^2 bd^2}{2g} - \\
 &\quad - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2} \right)^2}{3.2g} \cdot b;
 \end{aligned}$$

de ha a (8.)-ra visszamegyünk, és azon kívül még a (11.)-re te-

kintünk, melyből $\frac{B^2 \left(\frac{b}{2} \right)^2}{2g}$ kiadódik, úgy ezek kellő tekintet-
be vétele mellett az utolsó képlet ebbe menend által :

$$P = bh_0 \sin^2 \alpha - \frac{bh_0 \sin^2 \alpha - k_a}{3} \text{ avagy végre :}$$

$$(13.) \dots P = \frac{2}{3} bh_0 \sin^2 \alpha + \frac{bk_a}{3}.$$

A 2-ik esetben volt : $P = p''_b$, tehát a (12.) szerint :

$$P = (h_0 \sin^2 \alpha - h_0 \cos^2 \alpha) b + \frac{Bb^2}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \frac{B^2 b^3}{3.2g}$$

De mivel $d = \frac{b}{2}$, úgy a (8.) szerint :

$$\begin{aligned}
 P &= bh_0 \sin^2 \alpha + bh_0 \cos^2 \alpha - \frac{B^2 b^2}{3.2g} \cdot b \\
 &= bh_0 \sin^2 \alpha + bh_0 \cos^2 \alpha - \frac{4bh_0 \cos^2 \alpha}{3} \\
 &= bh_0 \sin^2 \alpha - \frac{bh_0 \cos^2 \alpha}{3}.
 \end{aligned}$$

$$\frac{B(2\delta+b)}{\sqrt{2g}} = 2\sqrt{h_0 \cos \alpha}$$

$$\frac{Bb}{\sqrt{2g}} = 2\sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k_a} \text{ és}$$

$$\frac{B^2 \delta(\delta+b)}{2g} = h_0 \cos^2 \alpha - h_0 \sin^2 \alpha + k_a,$$

mely 5 képlet a P kitételébe illőképen átvive, s a kellő átalakítási műveleteket végrehajtva, ezt adandja:

$P = 2bh_0 \sin^2 \alpha - bk_a - \frac{4}{3} (bh_0 \sin^2 \alpha - bk_a)$; miből végre ismét:

$P = \frac{2}{3}bh_0 \sin^2 \alpha + \frac{1}{3}bk_a$; mely eredmény megint a (13.) alattival egybevág, úgy hogy ezen képlet érvényessége most mind a három esetben be van bizonyítva. A homlok semleges pontja tehát akárhová is eshetik.

A (13.)a. képlet kifejtésével 3 esetet különböztettünk meg, melyek egyikében egy δ nevű mennyiség szerepelt. Ezen δ véglegesen ugyan a képletből kiesett, de megérdemli azért mégis a fáradságot azt közelebbről vizsgálni. E végből a (14.) a. képletekre visszamenvén, azokat egymás által elosztjuk; s ezt nyerjük:

$$(15.) \dots \dots \frac{\delta}{\delta+b} = \frac{\sqrt{h_0 \cos \alpha} - \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k_a}}{\sqrt{h_0 \cos \alpha} + \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k_a}}.$$

Tudjuk most, hogy a homlok hajlása a haladási irányhoz 0° -tól kezdve egész 180° -ig változhat; ha azonban az α szöglet a fenebbi képletben 0° -tól egész 180° -ig valamennyi szöglet értékeket egytől-egyig végig futná; úgy a $\frac{\delta}{\delta+b}$ hányados igen különböző értékeket venne föl. Vizsgáljuk a legkiválóbbakat: 1-ször legyen $\alpha = 90^\circ$. Ha $\alpha = 90^\circ$, akkor $\sin \alpha = 1$ és $\cos \alpha = 0$ s a (15.)a. egyenlet azután ebbe megy által:

$$\frac{\delta}{\delta+b} = -1.$$

De ha $\frac{\delta}{\delta+b} = -1$, akkor $\delta = -\delta - b$ és $\delta = -\frac{b}{2}$; s lát-

ni való, hogy a homlok semleges pontja A pontjától $-\frac{b}{2}$ távolságra esik. A semleges pont tehát a homlok közepébe vág.

2-szor. Ha $\frac{\delta}{\delta+b}=0$, akkor vagy $\delta=0$, vagy $\delta+b=\infty$, mely kettő közül az utóbbi el nem fogadható : mert $\delta+b$ csak úgy lehetne ∞ , ha vagy $b=\infty$ azaz, ha a homlok végtelen hosszú, mi nem gondolható, vagy ha $\delta=\infty$, mely esetben azonban $\frac{\delta}{\delta+b}=\frac{\infty}{\infty+b}=1$ lenne, tehát ismét lehetetlen : e szerint tehát δ csak semmi lehet. De ha $\delta=0$, akkor a semleges pont a homlok A pontjába vág. — Más részről, miután $\frac{\delta}{\delta+b}=0$, lesz, vagy

$$\sqrt{h_0 \cos \alpha} - \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k_a} = 0, \text{ vagy}$$

$\sqrt{h_0 \cos \alpha} + \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k_a} = \infty$; mely kettő közül csak az első lehetséges. De ha

$$\sqrt{h_0 \cos \alpha} - \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k_a} = 0, \text{ akkor}$$

$$(16.) \dots \sin \alpha = \sqrt{\frac{h_0 + k_a}{2h_0}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_a}{h_0} \right)}.$$

Miután most k_a surlódási oszlop h_0 haladási oszlophoz képest csak csekély lehet, így látni való, hogy $1 + \frac{k_a}{h_0}$ érték az egységtől csak kevéssel különbözhet; s hogy tehát a (16)a. képlet által kiadódó α szöglet csak igen kevéssel nagyobb lesz 45° -nál. Ha tehát a homlok közel 45° -nyi szöglettel elüt a haladás irányától, akkor a semleges pont a homlok élére vág.

3-szor végre, ha $\frac{\delta}{\delta+b}=+1$, akkor $\delta=\delta+b$, mi csak úgy gondolható, ha vagy $b=0$ vagy $\delta=\infty$; az első fel nem tehető, mert akkor a hasábnak semmi homloka sem volna, tehát csak a második feltehető. De ha $\delta=\infty$, akkor a semleges pont a végtelenben fekszik. — Más részről, ha $\frac{\delta}{\delta+b}=+1$, akkor :

$$\sqrt{h_0 \cos \alpha} - \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k_a} = \sqrt{h_0 \cos \alpha} + \sqrt{h_0 \sin^2 \alpha - k_a};$$

miből tüstént :

$$(17) \dots \sin \alpha = \sqrt{\frac{k_a}{h_0}}.$$

Figyelembe veendő most az, hogy δ egyidejűleg végtelen nagy. Az 5-ik ábrára visszatekintvén, könnyen meggyőződhetni, hogy a homlokvíz semleges pontja a homlok közepétől annál inkább távozik, minél inkább kisebbül az α szeglet; s hogy amannak elállása akkor a legnagyobb, ha α szeglet a legkisebb. Ha azután még tekintetbe vesszük, hogy ezen 0° -tól 180° -ig változó szeglet csak akkor a legkisebb, ha $\alpha = 0^\circ$: akkor látni való, hogy $\sin \alpha$ az utolsó képletben csak semmi lehet. De ha $\sin \alpha = 0$, akkor

$$\sqrt{\frac{k_a}{h_0}} = 0 \text{ azaz } \frac{k_a}{h_0} = 0.$$

E hányados értéke most csak úgy lesz semmi, ha vagy számlálója eltűnik, vagy nevezője ∞ ; mely kettő közül csak az első elfogadható. Kell tehát, hogy k_a ez esetben elenyésszék. Mert hogy ezen k_a α szegletnek nem valamennyi értékénél enyészhetik el, kiviláglik, ha megfontoljuk, hogy a homlokvíz a homlokra nyomást gyakorolván, annak hosszában nem csak elfolydogálni, hanem bizonyos surlódást is fog tapasztalni, melynek legyőzésére valamely vízoszlop szükséges, úgy hogy a víz nem egy $h_0 \sin^2 \alpha$ oszlopnak megfelelő, hanem valamivel kisebb sebességgel foly el, s hogy a víz a homlok szélére kerülén még egy kis k_a oszloppal bír, mely tehát csak akkor lehetne semmi, ha semmi surlódás nem fejlődne. Ebből látni való, hogy k_a oszlop csak α szeglettel enyészhet el; minthogy azonban az, ha a (11.) és (13.) a. képletekre visszatekintünk, ezekre nézve nem történik, így k_a oszlopot oly számtani alakba kell átváltoztatnunk, a melyben $k_a \alpha$ -val együtt elenyésszik. Hogy ezt elérhessük, így kell elmélkednünk:

k_a azon oszlop, melyet a víz a surlódásra fordít, más részről azon oszlop is, mely a vízben még megmarad, s melylyel az a homlok szélére kerülén, arra még nyomhat. Ezen k_a oszlopnak valamely sebesség felel meg, mely sebesség csak azon irány felé fog felléphetni, a merre maga k_a oszlop hat. Legyen most Bs (4. Ábra) a k_a oszlop sebessége, akkor ez Bd haladási

iránytól elütvén, *ust* B egyenszög szerint Bt és Bu összetevőkre olyformán szakad, hogy $Bs=Bt.\sin\alpha$. De Bs és Bt sebességeknek $\frac{Bs^2}{2g}$ és $\frac{Bt^2}{2g}$ oszlopok felelnek meg, melyek közül az első kétség kívül k_a -val összevág; a másodikra nézve figyelembe veendő, hogy Bt sebesség a haladási sebességgel $//$: ha most ez utóbbinak oszlopját h_o -val jeleltük, úgy az előbbiét következőleg csak h_a -val jelelhetjük; s minthogy $Bs=Bt.\sin\alpha$, úgy lesz $k_a=h_a.\sin^2\alpha$; s ha ezt a (13.) a. egyenlettel összeegyeztetjük, úgy az ebbe változik át:

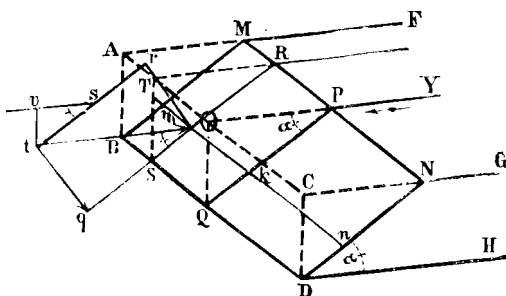
$P=(\frac{2}{3}bh_o+\frac{1}{3}bh_a)\sin^2\alpha$; vagy ha ezen egy b hossznyi homlokra vonatkozó képletet egy hosszegységnyi homlokra vonatkoztatjuk, s e végből b -vel elosztjuk, lesz:

(18) $\xi=(\frac{2}{3}h_o+\frac{1}{3}h_a)\sin^2\alpha$; s ez azután a víz ellenállásának módítója egy a haladási irányhoz ferdén hajló *függélys* homloksíkra nézve.

4.

Az előbbi cikkben a test homloka egy a haladási iránytól ferdén elhajló függélyes síkot képezett. Legyen most *FABDCG* (6. Ábra) ismét azon hasáb, melynek *ABCD* homloka *yo* haladási irányra \perp ; vágjuk e hasábot *MNDB* síkkal, s távolítsuk el tőle az így keletkező *AMNCDB* ékalaku részt: akkor *FMBDNGH* hasábot nyerjük, melynek *MNDB*

6. Ábra.



homloka egy *yo* iránytól $OPQ=NDH=\alpha$ szeglettel elhajló lejtő síkot képez; keressük az ilyen lejtő homlokban fejlődő vízi ellenállást.

Nem kerülheti ki figyelmünket, hogy ezen MND homlok-nak MN s hasonlókép valamennyi más pl. mn vízszintese yo haladási irányra \perp . Válaszszunk MND homlokban p tetszés szerinti pontot, s fektessük keresztül rajta TRS függélyes síkot $//$ yo -hoz ; legyen RS az innen keletkező keresztmetszés a homlokban. Minthogy a hasáb yo szerint halad, így RS és vele együtt p pont is $//$ -an fog yo -hoz haladni ; és bizonyos, hogy RS előtt valahol pl. $tben$ egy vízelem időzik, mely haladás közben p pontra talál. Legyen maga a p ponttól leírandó pt út a haladás sebessége ; akkor ez RS homlokvonálhoz $tpq = \alpha$ szeglettel hajolván, tpq egyenszög szerint tr és tq összetevőkre szakad, úgy hogy $tp = c$ -vel tévén, $tr = c \cos \alpha$ RS -el $//$ -os, tq pedig $= c \sin \alpha$ RS -re \perp .

Ezen két összetevő közül az első a vízi elemet SR lejtő sík szerint akarja hajtani ; mi okból tehát az ezen tr sebességnek megfelelő nyomási oszlop a földi vonzerővel ellentétben áll, úgy, hogy t elem, miután p -re talált, pR szerint nem folynak, egy tr avagy qp sebességnek megfelelő oszloppal fog

nyomni SR -re. tr sebességnek most $\frac{tr^2}{2g}$ oszlop felel meg ; le-

gyen $st = \frac{tr^2}{2g} = \frac{c^2 \cos^2 \alpha}{2g}$ ezen oszlop : akkor ezen RS lejtő sík

szerint hajló oszlopnak függélyes magasságát nyerjük, ha s -ből $sv - t$ $//$ tp -hez húzván, t pontnak tv függélyes elállását vs től mérjük. Lesz pedig $vt = st \cdot \sin \alpha$, tehát

$$vt = \frac{c^2 \cos^2 \alpha \sin \alpha}{2g} \text{ azon oszlop, melylyel a vízelem nyugta-}$$

ni nyomása öregbedik.

A második tq vagyis rp összetevő mind RS , mind mn homlokvonalakra \perp lévén, MND homlokra épen úgy fog hatni, mint a 3-ik idomban az sr vagy tu sebesség. Ezen MND -re

$\perp tq$ -nak $\frac{tq^2}{2g} = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ oszlop felel meg. Világos most, hogy a

p pontra találó elem nem csak $\frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}$, hanem $\frac{c^2 \cos^2 \alpha \sin \alpha}{2g}$ osz-

loppal is fog e pontra nyomni, s lesz e nyomás oszlopmagassága:

$$= \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g} + \frac{c^2 \cos^2 \alpha \sin \alpha}{2g} = \frac{c^2}{2g} (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha), \text{ vagy,}$$

ha $\frac{c^2}{2g}$ haladási oszlopot ismét h_0 -vel jeleljük:

$$= h_0 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha).$$

Eddig RS egyenesnek csak p pontját szemléltük ugyan, de világos, hogy az eredmény ugyanaz maradna, ha p pont helyébe az RS -nek valamelyik más pontját szemlélnők; úgy hogy a víz amaz oszloppal az RS mindenik pontjára egyaránt hat. Ezen RS az MD homloknak egy tetszés-szerinti keresztmetszése lévén, beláthatni, hogy a víz a homloknak nem csak ezen RS , hanem egyáltalában valamennyi más keresztmetszésére szintazon oszloppal fog nyomni.

Tudván ezt, húzzunk magunknak MD homlokban egy tetszés szerinti mn vízintes egyenest, akkor a víz ezen mn valamennyi pontjára az előbb kitalált oszloppal egyaránt nyom; mi okból a reá találó víznek egyik része mn színvonalban n felé, másik része pedig m felé fog törekedni, s minthogy mn színvonal a nyomó vízoszlop irányára \perp , világos, hogy a szétfolyás válpontja, azaz a semleges pont, mn -nek csak középebe eshetik. Minthogy pedig e körülmény nem csak mn , hanem MD homlok valamennyi vízszintesére nézve áll, úgy látni való, hogy az összes homlokvíz az MD homloknak PQ felező függélyese szerint két oly részre szakad, melyek PQ -tól ellenkező irány felé tartanak. Hogy e két vízrész habár ellenkező irány felé, de mégis egyenlő törvény szerint mozog, abból is világos, hogy a két mozgás egyenlő vízerőszeti viszonyok alatt jö létre; mi okból is elég lesz, ha ezután csak az egyik felét vizsgáljuk a homloknak.

Ha most MQ -ban PQ -tól RS -re megyünk, úgy a $PQRS$ homlokra bizonyos víztömeg fog találni; legyen V ezen víztömeg, akkor más pl. PQR_1S_1 homlokra ugyanazon időben V_1 víztömeg fog találni; és ezen tömegek úgy fognak viszonylani, mint a lökött területek; de $PQRS$ és PQR_1S_1 területek részükről ismét úgy vannak egymáshoz, mint vízszintes RP és R_1P_1 szélességeik; ezeket x és x_1 -nek nevezvén, látjuk, hogy:

$$V: V_1 = x: x_1$$

Ezen V és V_1 tömegek az őket nyomban követő tömegeknek helyt engedvén, a lökött területekről bizonyos sebességekkel lefolyni kényszerülve; s világos, hogy a sebességek a lefolyó tömegekkel egyenes arányban lesznek. Ha tehát azokat u és u_1 -el jeleljük, úgy:

$V: V_1 = u: u_1$ lesz; mely arány, az előbbivel együtt, ezt adja:

$$u: u_1 = x: x_1; \text{ úgy hogy feltehetni:}$$

(19.) . . . $u = Bx$, mely sebességnek $\frac{B^2 x^2}{2g}$ vízoszlop felel meg.

Ezen u sebesség csak

$$h_0(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha)$$

vízoszlop rovására keletkezhetik; ha tehát $\frac{u^2}{2g}$ oszlopot abból kivonjuk, úgy azon oszlopot nyerjük, melylyel az u sebességgel bíró víz a homlokra nyom, s lesz ezen oszlop:

$$(20.) \quad k = h_0(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha) - \frac{B^2 x^2}{2g}.$$

Helyén lesz e képletet mindjárt a homlok szélére vonatkoztatni. Ha maga $MN = b$ -vel, akkor $MP = \frac{b}{2}$; ha pedig a homlokvíznek a homlok szélére ható nyomási oszlopát k_a -val jeleljük, következik:

$$(21.) \quad k_a = h_0(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha) - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2}\right)^2}{2g}.$$

A (20.) a. képlet az x metszék alatt időző víznek oszlopát adja. Az oszlopoktól a nyomásokra általmenvén, lesz:

$$dp = \left(h_0(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha) - \frac{B^2 x^2}{2g} \right) dx \text{ a térelemre és}$$

$$p = \int \left(h_0(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha) - \frac{B^2 x^2}{2g} \right) dx + C$$

az egész homlokra gyakorolt nyomás. A végrehajtandó egészlés PQ -tól MB -ig terjed; $x=0$ és $x=\frac{b}{2}$ tehát az egészlési határok. Ha most az egészlés végrehajtásával az egészlési ha-

tárok is szemre vesszük, következik a félhomlokra való nyomás :

$$p = \frac{bh_0}{2}(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha) - \frac{B^2\left(\frac{b}{2}\right)^2}{3 \cdot 2g} \cdot \frac{b}{2}. \text{ Ezen nyomás}$$

a félhomlokra vonatkozik, ha tehát kétszeresen vesszük, az egész homlokra nézve :

$$P = bh_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha) - \frac{B^2\left(\frac{b}{2}\right)^2}{3 \cdot 2g} \cdot b. \text{ Ezen nyomás}$$

egy b szélességű homlokra vonatkozik ; ha azt b -vel elosztjuk,

$$\text{és } -\frac{B^2\left(\frac{b}{2}\right)^2}{2g} \text{ helyébe (21)-ből a kellő helyettesítést véghez visz-}$$

szük, a homloknymomás módítója

$$\xi = \frac{2}{3}h_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha) + \frac{k_a}{3} \text{ fog kijöni.}$$

Az idomra visszatérvén, könnyű belőle kivenni, hogy a víz ellenállása annál kisebb, minél kisebb maga a szeglet, s hogy az ellenállás α hajlási szeglettel együtt elenyészik. Mint-hogy ez képletünkre nézve nem történik, látni való, hogy k_a val oly átalakulásokat kell megkísértenünk, melyek e hiányon segítenek. k_a oszlop magában véve soha sem lehet semmi ; mert a homlokvíz a homloknál elfolyván surlódási ellenzékre talál, mely sebességét valamivel meglassítja, úgy hogy a homlokszélre lépő víz ott még egy kis k_a nyomással bír. Nem marad tehát egyéb hátra, mint k_a oszlopot más számtani alakban előállítani. Arra pedig az utolsó ábrának megszemlélése vezet. Ezen k_a oszlop t. i. épen úgy mint $h_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha)$ oszlop két más oszlopra osztandó ; legyen k'_a és k''_a ezen két oszlop. Ezek közül az egyik pl. k'_a épen úgy keletkezhetik, mint $h_0 \sin^2\alpha$ oszlop ; a másik k''_a pedig úgy mint $h_0 \cos^2\alpha \sin\alpha$. Minthogy $h_0 \sin^2\alpha$ és $h_0 \cos^2\alpha \sin\alpha$ oszlopok pq és pr , s ennek folytán mind a ketten pt sebességből keletkeztek : azért gondolhatni valamely v sebességet, melyből k'_a és k''_a oszlopok szintazon úton keletkeztek. Legyen pl. nem MB , hanem RS a homlokszél, úgy hogy a homlok PQ -tól

nem MB -ig, hanem csak RS -ig érjen; s legyen maga a $tp=v$ -vel, akkor ez $trpq$ egyenszögnél fogva $pr=vsin\alpha$ és $tr=vcos\alpha$ sebességekre szakad, melyeknek $\frac{v^2 sin^2 \alpha}{2g}$ és $\frac{v^2 cos^2 \alpha}{2g}$ oszlopok felelnek meg. Ezek közül az első, $vsin\alpha$ deréklőleges sebességből keletkező, közvetlenül ható oszlop; a másikra nézve figyelembe veendő, hogy ez a földi vonzerő irányához ferdén hajló oszlop. Legyen ezen hajló oszlop magassága

$$=ts=\frac{v^2 cos^2 \alpha}{2g};$$

akkor annak függélyes tv magassága: $\frac{v^2 cos^2 \alpha sin \alpha}{2g}$ -vel egyenlő. Ezek szerint tehát látni való, hogy:

$$k'_a = \frac{v^2 sin^2 \alpha}{2g}; \quad k''_a = \frac{v^2 cos^2 \alpha sin \alpha}{2g}$$

és maga $k_a = \frac{v^2}{2g}(sin^2 \alpha + cos^2 \alpha sin \alpha)$. Ha továbbá figyelembe

veszszük, hogy ezen $v=tp \frac{v^2}{2g}$ oszlopával együtt a haladási irányhoz //, s hogy a haladási oszlopot egyszer már h_0 -vel jeleltük: úgy világos, hogy mi ezen a haladási irányhoz egyközűleg működő v sebességnek oszlopát következetesen csak h_a -val jelelhetjük, úgy hogy $\frac{v^2}{2g}=h_a$ és

(22.) $k_a = h_a(sin^2 \alpha + cos^2 \alpha sin \alpha)$ lesz. S ha ezt azután az utolsó képletbe átvisszszük, az ellenállás módítója:

(23.) $\xi = (\frac{2}{3}h_0 + \frac{1}{3}h_a)(sin^2 \alpha + cos^2 \alpha sin \alpha)$.

Igen tanulmányos e képletet az (5.) és (18.) alattiakkal összehasonlítani. Először is mind a háromban $\frac{2}{3}h_0 + \frac{1}{3}h_a$ tényező fordul elő, melynek második tagja most nagyobb figyelmet kíván. h_a oszlopot a surlódás okozza. E surlódás csak a surlódás elve szerint ítéltető meg. Minden surlódás nagysága már egyenes viszonyban áll azon nyomással, melyet a két surlódó test egymásra gyakorol. E nyomást itt h_0 oszlop méri meg, lesz tehát h_a h_0 -vel egyenes viszonyban; de ha e két oszlop egyenes viszonyban áll egymással, akkor szabad tenni $h_a = \varphi h_0$, ha ugyan φ a víz és szilárd test között mutatkozó surlódás tényezőjét jelenti. S ha végre ezt az (5.), (18.), és (23.)

a. egyenletekbe átviszszük, egymásután e három képletet nyelrendjük :

$$(24.) \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} \xi_1 = h_0 \left(\frac{2+\varphi}{3} \right) \\ \xi_2 = h_0 \left(\frac{2+\varphi}{3} \right) \sin^2 \alpha \text{ és} \\ \xi_3 = h_0 \left(\frac{2+\varphi}{3} \right) (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha) ; \text{ me-} \end{array} \right.$$

lyeket is ezután amazok helyett használni fogunk.

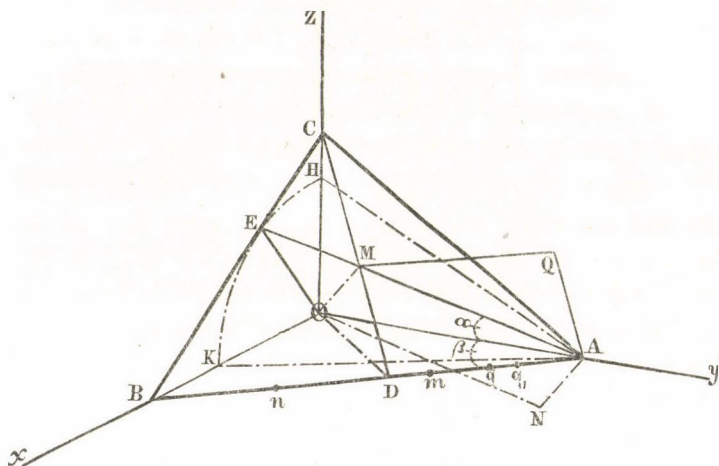
Minekelőtte értekezésünkben tovább haladnánk, helyén lesz előbb egy körülményre figyelmeztetni. Newton idejétől fogva a víz ellenállásáról legkivált kétféle nézet uralkodott. Voltak t. i. írók, kik Newton nyomán azt állíták, hogy a víz ellenállása ferdén hajló síknál a hajlási szeglet négyszegített sinusa szerint növekedik ; — s voltak megint mások, kik d'Alambert, Condorcet s Bossut kísérletei nyomán (l. Nouv. expériences sur la resistance des fluides. Paris 1777) azt állíták, hogy az ellenállás nem csak úgy növekedik mint a szeglet négyszegített sinusa, hanem azon kívül úgyis mint az egyszerű sinus. A fenebbi képletek csak a hasáb homlokára vonatkoznak ugyan, de azért mégis már világosan ki lehet venni belőlök, hogy mind a két állításnak igaza lehet, csak hogy a homlok az egyiknél egy ferdén hajló függélyes síkot képez, a másiknál pedig oly lejtő sík, melynek vízszintes egyenesei a haladási irányra merőlegesek.

5.

A két utolsó cikkben két eset tárgyalatik, melyekben a homlok ugyan a haladási irányhoz ferdén hajló síkot képez, de ha azokat közelebbről vizsgáljuk, úgy könnyen beláthatni, hogy ama két cikk a ferdén hajló homlokoknak csak két külön nemét tárgyalja ; mert az egyikben az elhajló homlok függélyes, a másodikban pedig olyan lejtő síkot képez, melynek vízszintesei a haladási irányhoz \perp . Ezen két eseten kívül még egy harmadikat gondolhatni, mely akkor áll be, ha a homlok lejtő síkot képez, melynek vízszintes egyenesei a haladási irányhoz ferde szeglet alatt hajolnak ; s ez azután a fer-

dén hajló homloknak a legáltalánosabb esete. Keressük most a homlok-ellenállást ezen legáltalánosabb esetben.

7. Ábra.



Legyen e végre 7. Abr. xoy , xoz és yo három egymásra \perp sík, melyek közül xoy sík vízintesen és yo tengely azon kívül a haladási irányhoz \parallel -an gondoltatik. Legyen továbbá ABC egy az xo , yo és zo tengelyeket B , A és C pontokban, az xoy , xoz és yo síkokat pedig BA , BC és CA egyenesekben metsző tetszés szerinti sík. Gondoljuk most az 1-ső idombeli hasábot alapjával yo síkra úgy lerakva, hogy $ABCD$ homloka A ponton keresztül fektetve zox -hez \parallel legyen, s DF éle A -tól O -felé feküdjék: akkor a hasáb ABC sík által vágódni fog. Legyen az ekkép keletkező harántékos metszés a hasáb homloka, s maga az ABC sík egy úttal a ferde homloknak egy része.

A víz ezen harántékos homlok valamennyi pontjára hatván, a többi közt annak A pontjára is hatni fog; legyen mindjárt maga az $AO=c$ a haladás sebessége, melynek iránya most ABC síkhoz lesz hajolva; határozzuk meg ezen elhajlást. Fekessük e végre oy tengelyen keresztül ABC síkra \perp -en EOA síkot, akkor mértani okoknál fogva EO egyenes CB -re \perp , s lesz $EOA=\alpha$ szöglet az AO sebesség elhajlási szöglete ABC síkhoz. Ezen α szöglet azonban ABC síknak fekvését nem ha-

tározza még meg; ilyen AO -tól α -val elhajló síkot számtalan sokat gondolhatni; mert ha az α -val elhajló EA egyenest OA körül forgatjuk, akkor az EA egyenesnek E pontja xoy síkban EO sugárral KEH körívet, az EA egyenes $HAKEH$ körkúp-fölületet írandja le, melyhöz ABC sík egy érintő sík. Ilyen érintő sík számtalan sok gondolható, melyek mindenike AO -tól α -val hajlik el; azonban ezen számtalan sok érintő sík közül csak egy lehet, mely az xoy síkot egy AO -tól $BAO=\beta$ szeglettel elhajló BC egyenesben vágja. $EAO=\alpha$ és $BAO=\beta$ szegletek által tehát az ABC sík fekvése tökéletesen meghatározatik.

Szükséges volna most AO sebességet összetevőkre bontani; hogy ezt eszközölhessük, előbb O pontból ABC síkra \perp -t fogunk bocsátni. Ilyen merőleges két O ponton keresztül menő, ABC síkra \perp síkban fog feküdni. EAO sík mindjárt ezek egyikének tekinthető; s ha xoy síkban O -ból AB egyenesre OD -t \perp -en húzzuk, úgy COD sík ismert okoknál fogva ABC síkra szintén \perp : az O -ból ABC -re bocsátandó \perp egyenes tehát kétséggel az EOA és COD síkok közös AM átmetszésébe fog vágni.

Ha most ezen merőleges M pontját MA egyenes által A ponttal összekötjük, s az ilykép alakuló MAO háromszöget $MANO$ egyenszögre kiegészítjük, látni való, hogy AO sebesség ezen EOA \triangle síkjában fekvő egyenszög folytán két olyan AM és AN összetevőre szakad, melyek egyike $AN=AO.\sin\alpha=c.\sin\alpha$ ABC \triangle -re merőleges, másika $AM=AO.\cos\alpha=c.\cos\alpha$ ABC homlokhoz érintőleges. Ez utóbbi xoy vízszinteshez $//$ nem lévén az ABC síkban fekvő $MDAQ$ egyenszög szerint ismét AQ és AD összetevőkre oszlik, melyek egyike AD AB vízszinteshez $//$, és ODA derékszögű \triangle szerint $=AO.\cos\beta=c.\cos\beta$ másika AQ pedig ABC síkhoz $//$ ugyan, de AB vízszintesre merőleges, mely ismét MDA derékszögű \triangle szerint

$$= \sqrt{AM^2 - AD^2} = c \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\beta};$$

úgy hogy $AO=c$ sebesség ezek szerint

$$AN=c.\sin\alpha; AD=c.\cos\beta \text{ és } AQ=c \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\beta}$$

összetevőkre bontatik.

Ezek közül az első AN , ABC síkra \perp lévén, a hom-

lokra épen úgy fog hatni, mintha a víz csak az MO egyenes szerint haladna a homlok felé. AN összetevő hatása tehát magában véve a 2-ik czikkbeli eset szerint lesz megítélendő.

A második AD AB vízszintes irányában működven, oly hatással lesz, mint azt a 3-ik §-beli esetnél tapasztaltuk; hatása tehát a szerint lesz megítélendő.

A harmadik AQ végre a homlok síkjában ugyan, de annak vízszinteseire \perp -en hatván, szintazon viszonyt hozza létre, mint a 4-ik §-beli esetben először is már láttuk. — Ha tehát mind a három összetevő együttes hatását akarjuk meg tudni, úgy látni való, hogy itt mind a három tárgyalt esetet egyszerre alkalmazásba kell hoznunk.

Szemléljük először is az AQ -t, úgy a 4-ik §-ben mondtakra visszaemlékezvén, bizonyos, hogy a víz ezen AQ folytán, melylyel azonban nem csak az A pont alatti, hanem a homlokvíznek valamennyi eleme egyaránt bír, már is $\frac{AQ^2}{2g}$ vízerőszeti oszlopot nyer. Legyen most DC ezen oszlop, akkor ezen D -től C -ig érő s xy vízszinteshez ferdén hajló víz-oszlopnak CO függélyes oszlopmagasság felel meg. COD és MOD derékszögű \triangle -ek hasonlóságára figyelvén, lesz azonban $CO : CD = OM : OD$, azaz $CO : CD = \sin \alpha : \sin \beta$, úgy hogy a ferde oszlop függélyes magassága $CO = CD \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$. De AQ sebességnek $\frac{AQ^2}{2g}$ oszlop felel meg, s ha AQ helyébe a neki megfelelő értéket helyetteszük, úgy a ferde oszlop függélyes oszlop magassága

$$= \frac{c^2}{2g} (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Szemléljük ezután AN összetevőt. Ezen sebességnek $\frac{AN^2}{2g}$ vízi oszlop felel meg, s minthogy AN maga ABC síkra \perp , úgy a víz $\frac{AN^2}{2g}$ oszloppal fog közvetlenül a síkra hatni. És minthogy az előbbi oszlop a víznyomást szintén gyarapítja, így az összes nyomásoszlop :

$$= \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g} + \frac{c^2}{2g} (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta},$$

vagy, ha $\frac{c^2}{2g}$ haladási oszlop ismét h_0 -vel jelettetik :

$$= h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right)$$

AQ és AN összetevők ilykép történt összekelése után még csak AD összetevő marad meg, mely magára a homloknyomás oszlopára befolyással ugyan nem lehet, de világos, hogy az a vizelemeket A -tól B -felé mozgatja. — Ha most ezen AD nem léteznék, a homlokvíz

$$h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right)$$

oszlopnál fogva, melyet ezután rövidség kedvéért H val jelelünk meg, két a homlok közepe függélyese szerint szétváló részre szakadna, melyek egyike A -felé, másika pedig B -felé tartana. Legyen, hogy érthetőbben beszélhessünk, maga az AB egyenes a homlokfölület vízszintesen mérhető szélessége, és D pont annak felező pontja; tehát az AB vízszintes szerint állomásozó vízi elemek semleges pontja : akkor a D -től A -ig érő elemek H oszlopnál fogva A -felé, a D -től B -ig érők pedig B -felé fognak törekedni, és nyilvánvaló, hogy az AD sebesség, mely minden elemben egyaránt megvan, az AD vízirészt A -felé tartó lefolyását meglassítani, a DB -ét pedig meggyorsítani fogja. Szemléljük ugyanis az AB elemek sorában egyszer m , másszor n pontot; legyenek u és u' azon sebességek, melyekkel azok H oszlopnál fogva A és B -felé folyni igyekeznek; valamint k és k_1 azon oszlopok, melyek u és u_1 sebességek keletkezése után H oszlopból a vizelemekben még megmaradnak : akkor vízerőszeti okoknál fogva :

$$\frac{u^2}{2g} = H - k \text{ és } \frac{u_1^2}{2g} = H - k_1; \text{ miből}$$

$$\frac{u}{\sqrt{2g}} = \sqrt{H - k} \text{ és } \frac{u_1}{\sqrt{2g}} = \sqrt{H - k_1}.$$

Minthogy pedig mind a két elem ezen sebességeken kívül még AD sebességgel is bír : azért az m ponti elem

$$\frac{u}{\sqrt{2g}} + \frac{AD}{\sqrt{2g}}, \text{ az } n \text{ ponti pedig,}$$

$$\frac{u}{\sqrt{2g}} + \frac{AD}{\sqrt{2g}} \text{ sebességgel fog folyhatni.}$$

Ha most AB vízszintesben a D -től A -ig terjedő viz-elemeket vizsgáljuk, úgy azt találjuk, hogy ezen elemek H oszlop hatása alatt igen különböző u sebességeket vesznek fel, még pedig, hogy A pont alatt ezen u a legnagyobb, D pont alatt a legkisebb; ha tehát D -től kezdve A -felé valamennyi elemeket keresztül futjuk, úgy valahol A és D között olyan pont-ra kell találunk, melyben a neki megfelelő u az AD -vel egyenlő; legyen mindjárt maga az m pont az: akkor e pont sem A -felé sem B -felé nem folyhatván, az A -tól B -ig eső vizelemek semleges pontja. AD sebesség hatása tehát csak abból áll, hogy az AB oszlop semleges pontját az oszlop közepéből más m pontba általteszi, melytől a homlokviz azután ellenkező irányban szétfoly.

Ezeket feltéven, vegyük most mA homlokvonalt közelebbről tekintetbe, 's menjünk rajta m -ből egyszer valamely q pontig, másszor megint valamely más q' pontig: akkor, miután az egész AB oy szerint egyközűleg halad, mq és mq' hosszakra egyidejűleg bizonyos vízmennyiségek fognak találni; ezeket V és V_1 -nek, valamint mq és mq_1 hosszakat x és x_1 -nek nevezvén, lesz:

$V : V_1 = x : x_1$. Ezen tömegek a nyomban követőknek helyt engedvén, bizonyos sebességekkel A -felé folynak; legyenek v és v_1 ezen sebességek, úgy ismert okoknál fogva ismét:

$$V : V_1 = v : v_1; \text{ úgy hogy}$$

$$v : v_1 = x : x_1 \text{ s így megint}$$

$v = Bx$ lesz. Ezen v sebesség most csak H oszlop és AD oldalsebesség közre működéséből keletkezhetik; lesz tehát, ha H és AD helyébe az azokkal megfelelő értékeket teszszük, és a fentebb mondottakra figyelünk,

$$\frac{Bx}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) - 1} \quad V h_0 \cos^2 \beta$$

miből k kikerestetvén :

$$(25.) \dots k = h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) - h_0 \cos^2 \beta - \\ - \frac{2Bx}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} - \frac{B^2 x^2}{2g} \text{ lesz.}$$

Ezen k az mA homlokvonal külön-külön pontjaiban igen különböző lesz ; legnagyobb érdekléssel bír k -nak azon értéke, melyet az a homlok A végében vesz fel. Nevezzük k ezen értékét k_a -nak, a homlokvonal egész hosszát b -nek, félhosszát tehát $\frac{b}{2}$ -nek, s a semleges pont elállását a homlokvonal köze-

pétől d -nek, úgy hogy mA homlokrész $= \frac{b}{2} - d$; akkor

$$k_a = h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) - h_0 \cos^2 \beta - \\ - 2B \frac{\left(\frac{b}{2} - d \right)}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \alpha} - B^2 \frac{\left(\frac{b}{2} - d \right)^2}{2g}.$$

Más részről ha m pontra tekintünk, s a fentebb mondottakra emlékszünk, úgy tudjuk, hogy m -re nézve a H -ból keletkező u sebesség az AD -sebességgel egyenlő volt, lesz tehát

$$\frac{u}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \cos \beta};$$

ha most ezen AD nem léteznék, úgy $u = B.d$ -vel volna, lesz tehát :

$$(26.) \dots \frac{Bd}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_0 \cos \beta}.$$

Ha ezek után k_a kitételében az ott kitett hatványolást s az illető szorzásokat véghez viszzük, és $\frac{Bd}{\sqrt{2g}}$ helyébe $\sqrt{h_0 \cos \beta}$ írjuk, s az egymást semmisítő részeket kihagyjuk, keletkezik :

$$(27.) \dots k_a = h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) - B^2 \frac{\left(\frac{b}{2} \right)^2}{2g}.$$

Ezek után mB homlokvonalra átmenvén, s ugyanazon nyomozást, melyet előbb mA vonalra nézve véghez vittünk,

mB -re nézve újra ismételvén, először is ezen egyenletre jutunk :

$$(28.) \dots k = h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) - h_0 \cos^2 \beta + \\ + \frac{2Bx}{\sqrt{2g}} \sqrt{h_0 \cos \beta} - \frac{B^2 x^2}{2g},$$

azután mB vonal B végére menvén; ott

$$k_b = h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) - \frac{B^2 \left(\frac{b}{2} \right)^2}{2g}$$

oszlopot fogjuk tapasztalni; úgy hogy $k_a = k_b$, minek folytán a később beálló egészítési műveleteknél k_a és k_b határ-értékek tetszés szerint felcserélhetők lesznek.

Kitudván ekkép a homloknyomás oszlopmagasságát, magát a homloknyomást kell keresnünk. Világos, hogy azt megnyerjük, ha a (25.) és (28.) a. egyenleteket x szerint egészljük, s a nyert egészeteket kellőkép összeillesztjük. Ezen összeillesztésnél azonban ugyanazon megkülönböztetéseket kell tennünk, melyeket a 3-ik §-ben tettünk volt; mi okból itt, úgy mint ott, három határ-egyenletre jutunk. Ezen három egyenlet a (β) alattiakhoz egészen hasonló lesz. Az ez úton nyerendő határ-egyenletek külsőleg véve különböznek ugyan egymástól, de ha a (25.) és (28.) a. képletek x szerinti egészlései azokba helyettesítnek, csak egyetlenegy eredményre fognak vezetni: úgy hogy a (β) és (13.) a. képletek kifejtése közben mondottak szemmel tartása mellett elégséges, ha ama három eset közül egyet kiemelvén, a hánylatot csak arra nézve vizsgáljuk véghez. Ha most a (β) a. képletek középsőjét választjuk, úgy következendik :

$P = p'_b$ s ha a (23.) a. egyenletet e végből egészljük x szerint, s a nyert egészletbe x helyébe b -ét és d helyébe $\frac{b}{2}$ -ét teszszük, kijö :

$$P = bh_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) - bh_0 \cos^2 \beta + \\ + \frac{Bb^2 \sqrt{h_0 \cos \beta}}{\sqrt{2g}} - \frac{Bb^3}{3 \cdot 2g}.$$

De ha a (27.)-re tekintünk, és egyúttal a (26.) a. egyenletben d helyébe $\frac{b}{2}$ -t írjuk, ezt találjuk:

$$\frac{B^2 \left(\frac{b}{2}\right)^2}{2g} = h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) - k_a = h_0 \cos^2 \beta,$$

mely egyenlet kellő felhasználása P értékét végre így alakítja át:

$$P = \frac{2}{3} b h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) + \frac{1}{3} k_a.$$

Ezen képletnek most ismét azon tulajdonsággal kell bírnia, hogy értéke azon esetben elenyészessen, ha ABC homlok yo haladási irányhoz //, azaz ha α és β szegletek egyidejűleg elenyésznek. Ha azonban a nyert képletben $\alpha = 0$ és $\beta = 0$ -vel tesszük:

$P = \frac{1}{3} b k_a$ következik; miből látni való, hogy k_a oszlop α és β szeglettel együtt el nem enyészik. Hogy ez valóban történjék, szükséges, hogy k_a -t kellőképp átalakítsuk. E végből k_a -nak keletkezésére, s nem különben arra is kell figyelnünk, mit a 3-ik és 4-ik §-ben az ott előforduló k_a oszlopok czélszerű átalakítására mondtunk. Ha pedig ugyanazon úton járunk el mint a 3-ik és 4-ik §§-ben, végtére:

(29.) $k_a = h_a \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right)$ nyerjük, melynek segítségével ismét:

$$P = b \left(\frac{2}{3} h_0 + \frac{1}{3} h_a \right) \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) \text{ lesz;}$$

s ha végre ezen b szélességű homlokra vonatkozó nyomást a homlok szélesség-egységére vonatkoztatjuk, és ha h_a surlódási oszlopot a surlódási együttható segítségével kiejtjük, lesz a homlokra ható ellenállás

$$(30.) \dots \zeta = h_0 \left(\frac{2 + \varphi}{3} \right) \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right)$$

És ez azután a megfejtendő kérdésnek legáltalánosabb feloldása. Az előbbieken három külön eset tárgyalott, melyek kétségkívül a most felfejtett általános esetben is foglalvák. Fel kell tehát tennünk, hogy az amazokra vonatkozó (22) a. képletek a (30) alattiban is foglaltatni fognak. Lássuk ugyanis azt:

A 2-ik §-ben feltettük, hogy a homlok a haladási irányra \perp . Ha most a 7. ábrára visszamegyünk, abból kivehető, hogy ABC sík yo -ra csak akkor \perp , ha mind α mind β szöglet 90° -t tesz. Ha azonban a (30.) képletben mind α mind β helyébe 90° -t teszünk, úgy

$$\sin^2\alpha + (\cos^2\alpha - \cos^2\beta) \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 1 \text{ lesz, s a képlet maga a (24)}$$

alattiak elsejébe megy által; s láthatni, hogy e képlet valóban a (30.) alattiban tartalmaztatik.

A 3-ik §-ben ismét feltettük, hogy a homlok egy a haladási iránytól α szeglettel elhajló függélyes síkot képez. Ha pedig a 7. ábrára visszatekintünk, szerinte láthatni, hogy ABC sík csak akkor lehet függélyes sík, ha EAO szegletet xoy síkra fektetjük, de ez esetben α szeglet β -val egyenlő. Ha azonban a (30.) a. képletben $\alpha = \beta$, úgy $\sin^2\alpha + (\cos^2\alpha - \cos^2\beta) \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ kitételből a második tag kiesvén, csak $\sin^2\alpha$ marad, úgy hogy a képlet ismét a (24.) alattiak 2-ikába megy által.

A 4-ik §-ben végre feltétetik, hogy a lejtő homlok vízszintesei a haladási irányra \perp legyenek; ez esetben kell tehát, hogy (7. ábr.) $BAO = \beta = 90^\circ$ legyen. Ha azonban a (30.) képletben β helyébe 90° -t írunk, úgy $\sin^2\alpha + (\cos^2\alpha - \cos^2\beta) \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ szorzó $(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha)$ szorzóba megy által, minek folytán a (30.) a. képlet ismét a (24.) alattiak utolsójával egybevág; úgy hogy ez utóbbi is a (30.) a. képletben foglaltatik.

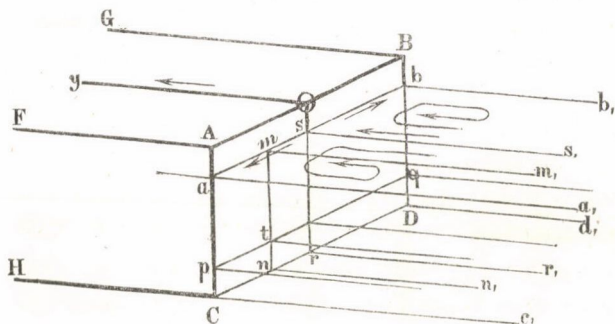
6.

Kitudván ekkép a víz ellenállását egy tetszőleg hajló homloknál, a hasábnak hátfölületére megyünk át. A homlokfölületnél tett tapasztalás minket most oda utasít, hogy a hátfölületre nézve hasonló úton járjunk. E végre itt is 4 esetet fogunk szemlélni; az elsőnél a hátfölület a haladási irányra \perp lesz, a 2-ikban a hátfölület egy a haladási irányhoz α szeglettel hajló függélyes síkot, a 3-ikban pedig olyan lejtő síkot fog képezni, melynek vízszintesei a haladási irányra \perp -ek, a 4-ik esetben végre a tetszőleg fekvő hátfölület fog vizsgáltatni.

Az első eset tárgyalásához fogván, legyen $ABCD$

(8. ábr.) az ab vízszintesig víz alá merülő $FACDBG$ hasábnak háta, mely oy szerint c sebességgel halad. A haladó test a hátvizet azon térnek elfoglalására kényszeríti, melyet az háta mögött hagy. A víz ennek folytán mozgásba jő. Ha e mozgásokat vizsga szemmel nézzük, úgy a következő tümenényeket vesszük észre :

8. Ábra.



az a_1abb_1 térben lévő víz ss_1 vonal szerint két részre szakad, melyek ugyanazon mozgásokat ellenkező irány felé hajtják végre. És pedig úgy tapasztaljuk, hogy a víz s_1s vonalban a haladó testet egyenlő sebességgel követi; közvetlenül ab színvonalban látjuk ismét, hogy a víz ab hátvonal s közepéből mint semleges pontból b és a felé szétfoly; a többi bb_1 bs és ss_1 valamint a_1a , as és ss_1 egyenesek közé foglalt víz örvényes mozgásban részesül, mely annál hathatós és jobban észrevehető, minél szélesebb a test háta s minél gyorsabb a haladása. Jelenleg minket a víznek ezen örvényes mozgása nem érdekel annyira, mint inkább azon nyomása, melyet a hátvíz $ABCD$ síkra gyakorol. Mely célra elégséges, ha azon vízelemeket nézzük, melyek $ABCD$ síkhoz legközelebb vannak. Válaszszuk e végből eleintén azon elemeket, melyek $ABCD$ síkot megérintik. Mindenekelőtt azon elvitázhatlan igazságra kell figyelmeztetnünk, hogy a korlátlan, vagy hogy úgy szóljunk, a szabad víz önmagától csak akkor jöhet folyásba, ha egy nagyobb vízerőszeti nyomásnak alávetett helyről egy kisebb vízerőszeti nyomásnak alávetett helyre kerülhet; s tehát ha szabad víztömegeket mozgásba jö-

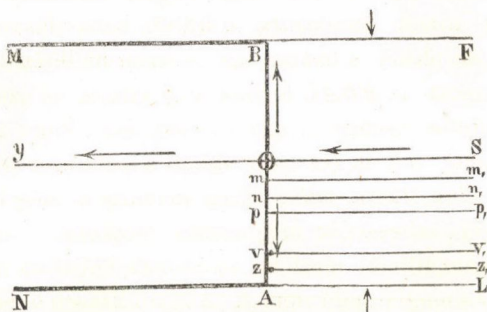
ni látunk, akkor a kisebb vízerőszeti nyomást mindig ott kell keresnünk, a hová a víz foly. Ha most ezen figyelmeztetés után az $ABCD$ sík szerint kitergetett vízelemeket vizsgáljuk, úgy az ab vízszínvonalban állóknál azt tapasztaljuk, hogy s pontból ellenkező irányban b és a felé folynak: mi előbbi elvünk-nél fogva csak úgy történhetik, ha az elemek vízerőszeti nyomásai vagy feszületei s pontból kiindulván, mind a mind b -felé kisebbülnek. — Ha most megint az $abCD$ síkban sr függé-lyest vizsgáljuk, úgy az s ponttól r pontig érő elemek s -től kezdve helyről-helyre nagyobb-nagyobb víznyugtani nyomásnak alávetvék ugyan, de minthogy azoknak s pontjában se s -től r -felé, se r -től s -felé tartó mozgást észre nem veszünk, azt következtethetjük, hogy az sr oszlop egész hosszában egyenlő vízerőszeti nyomásnak van alávetve. Ugyan-azt tapasztalhatni egy másik pl. mn függélyesben; itt is a vízelemek m -től n -ig leszállván, helyről-helyre nagyobbodó víznyugtani nyomásnak lesznek alávetve; de minthogy ezen elemekben se m -től n -felé, se megfordítva n -től m -felé tartó mozgást nem észlelhetünk, azt kell következtetnünk, hogy azok ugyanazon vízerőszeti nyomásnak alávetvék. A tapasztalás tehát bennünket itt arra vezet, hogy a hasáb háta megett levő vízben hasonló vízerőszeti viszonyok léteznek, mint a milyeneket a homlokvízben találtunk; úgy hogy itt is elég lesz, ha a hátnak csak egyik vízszintését vizsgáljuk.

Minden tüneménynek megvannak a maga okai. Keres-sük azon tényezőket, melyek ezen a hátvízben mutatkozó vízerőszeti viszonyokat okozzák. Legyen e végre $MBAN$ (9-ik ábr.) a c sebességgel oy szerint haladó test vízszintes kereszt-metszése, és H azon víznyugtani nyomás, melyben az $MBAN$ átmetszés síkjában időző vízelemek részesülnek. Nem kerül-heti ki figyelmünket, hogy a hátnak p pontjával érintkező vízelem az előbbi észlelet nyomán kettős mozgásban vesz részt; mert hogy ezen p elem a hát irányában A -felé folyhasson, kell hogy ezen vízelem a háttal együtt c sebességgel oy szerint haladjon. Egyáltalában láthatni már, hogy az A -tól B -ig terjedő vízelemek, s így az O pont alatti is, ezen c sebességgel a p ponti elemmel közösen bírnak.

A test megettí víz maga magától mozgásba jó; előbb ki-

mondott elvünknel fogva tehát világos, hogy mozgását csak víznyugtani nyomásának rovására nyerheti. Így tehát c sebesség is a nyugtani nyomás csökkenésével jöhet létre. De c

9. Ábra.



sebességnek $\frac{c^2}{2g}$ vízoszlop felel meg, úgy hogy ezen c -vel haladó elemekben legföljebb $H - \frac{c^2}{2g}$, vagy, ha $\frac{c^2}{2g}$ haladási oszlopot úgy mint eddig h_0 -vel jeleljük:

$H - h_0$ nyomás marad, melyet ezután a hátvíz feszerejének fogunk nevezni.

Az $FBAL$ téren kívül álló víz mint nyugvó víztömeg az $FBAL$ térben levő elemekkel nem haladván, s így eredeti H nyomásából mit sem vesztvén, ennél fogva az $FBAL$ térben levő vízhez hasonlítva túlnyomást nyer, melynél fogva $FBAL$ térbe fog hatni, míg csak a kül- és belvíz közti nyomás-különbség kiegyenlítve nincsen. Azonban a külvíz behatolása $FBAL$ térbe nem lehet befolyással az AB szerint időző elemekre. Mert mi alatt a külvíz az $FBAL$ térbe hat, s az ott beállott nyomás-különbség kiegyenlítését kieszközli, az alatt az AB hátvonal és vele együtt az AB szerint időző elemek is már tovább haladtak, úgy hogy a belépő külvíz a haladó vizet utól sem érheti. Hogy a haladó vizet elérhesse vagy csak nyomban követhesse, megkivántatik hogy H nyomásának rovására önmagát a haladó tömeg után indítsa, mit ha tenne, H nyomása helyébe szintén csak $H - h_0$ nyomással bírna, úgy

hogy útra kelése után az előtte haladó tömeggel együtt egyenlő feszerejű levén, arra befolyással nem lehetne. Látni való tehát, hogy a külvíz az AB -vel haladó vízelemek vízerőszeti viszonyait semmiben sem változtatja meg. Miután pedig a hátvíznek nyomása a test hátára csak azon elemek feszerejétől függ, melyek közvetlenül a test háta megett haladnak: következik, hogy annak kitudására a külvíz behatolására néznünk nem kell, mi okból is ezután azt egészen mellőzzük.

Ha most az $FBAL$ térben levő víznek oy szerinti haladását tekintetbe vesszük, úgy nyilván való, hogy az e térben haladó tömeg AL és BF határookban a külvízzel érintkezvén, surlódási ellenállásra talál. Ezen surlódás kétség kívül a haladó víznek sebességét meglássítani törekszik, mi azonban tetteg be nem állhat; mert ha az elemek haladása meglássudnék, akkor a meglássudó elemek az egyenletesen haladó test hátától elszakadván, attól visszamaradnának, úgy hogy a haladó test és a haladó víz közt üres tér keletkeznék; a mi megint a vízben még meglevő feszerővel ellenkezvén, annak csökkenésével gátoltatik. Minthogy a víz ezek szerint a surlódás következtében beálló sebesség veszteségét a még meglevő $H-h_0$ rovására helyre hozza, látni való, hogy ez által a vízerőszeti viszonyok a haladó tömegben megváltoznak.

Ezen megváltoztatása a vízerőszeti viszonyoknak ismeretes, mihelyt azon meglássudásokat ismerjük, melyeket a surlódás, a haladó tömeg víznyugtani feszereje nemléteztének esetében, a sebességekben előidézhethetne. Hogy ez utóbbiakat kitudhassuk, szabadjon egy ideig a haladó víznek nyugtani feszerejét mellőzni, s föltenni, hogy a surlódás képes a víz haladását meglássítani. Ezt feltéven gondoljuk az $AOSL$ tömeget LA határához párhuzamos LA_{zz_1} , $z_1z_{v_1}$, \dots , $p_1p_{nm_1}$, $n_1n_{mm_1}$, m_1m_{OS} rétegekre osztva. A víz most oly laza testnek tekintendő, melynek tömecsei a legkisebb erők által egymásközt eltolatnak. A vízelemek ezen tolékonysága folytán tehát nyilvános, hogy az LA_{zz_1} vízréteg sebessége, melynek minden eleme AL szerint surlódást szenved, valamivel csökken. Minthogy ennek folytán az LA_{zz_1} réteg a vele határos $z_1z_{v_1}$ réteghez hasonlítva lassabban kezd haladni, következik, hogy a két réteg közti zz_1 határban új surlódás fog fejlődni,

melynek következtében ismét a z_1zv_1 réteg sebessége valamivel csökken, minek folytán most ismét a z_1zv_1 réteg a rá következő határos réteghez hasonlítva lassabban halad, úgy hogy a két réteg közti vv_1 határban új surlódás fejlődik. Így rétegenként haladván utóvégre arra jutunk, hogy az AL -ben fejlődő surlódás valamennyi rétegben meglassudást okoz. Ezen rétegről rétegre beálló meglassudások nem lehetnek egyaránt egyenlők; mert ha pl. pp_1n_1n és nn_1m_1m határos rétegeket szemléljük, s az azoknak megfelelő sebességeket, melyekkel a meglassudások beállta után bírnak, v_1 és v -nek nevezzük, úgy azon esetben, ha $v_1=v$ lenne, a két réteg, egyenlő sebesen haladván, surlódást nem fejleszthetne, a mi csak akkor gondolható, ha két réteg, semmi tolékonysággal nem bírván, egy szilárd testet képez, a mi nézetünkkel ellenkezik, kell tehát hogy $v_1 < v$ -nél legyen. És pedig minthogy az AL határhoz közelebb fekvő réteg az ott fejlődő surlódás által többet szenved mint az attól távolabbra fekvő réteg: következik, hogy

$v_1 < v$. E két sebességnek $\frac{v_1^2}{2g}$ és $\frac{v^2}{2g}$ oszlopok felelnek meg, s

minthogy $v_1 < v$ -nél, tehát $\frac{v_1^2}{2g}$ is $< \frac{v^2}{2g}$ -nél. E két oszlop most

csak annyival különbözhetik egymástól, a mennyit az AL -ben fejlődő surlódás az nn_1p_1p rétegben megemészt. Nevezzük azon oszlopot, mely a surlódásra fordítatik, φ_1 -nek, és a v_1 és v sebességeknek megfelelő oszlopokat k_1 és k -nak; akkor $k - k_1 = \varphi_1$ és $k = k_1 + \varphi_1$. Legyenek most $k_0, k_1, k_{11}, k_{111}, \dots$ azon oszlopok, melyek az SO -tól kezdődő és AL -ben végződő egyes rétegek sebességeinek rétegről rétegre megfelelnek, valamint $\varphi_1, \varphi_{11}, \varphi_{111}, \dots$ azon oszlopok, melyek a két-két határos réteg közt fejlődő surlódás által megsemmisülnek; akkor:

az első és 2-ik rétegre nézve: $k_0 = k_1 + \varphi_1$

a 2-ik és 3-ikra " $k_1 = k_{11} + \varphi_{11}$

" 3-ik és 4-ikre " $k_{11} = k_{111} + \varphi_{111}$

\vdots

átalában tehát $k_{n-1} = k_n + \varphi_n$; melyek

összege ezt adja:

$$k_0 = k_n + \varphi_1 + \varphi_{11} + \varphi_{111} + \dots + \varphi_n$$

Másrészről tekintetbe veendő itt azon körülmény, hogy

ezen rétegek $H-h_0$ nyugtani nyomással egyaránt bírnak, melynek folytán minden réteg a vele határos rétegekre egyenlő nagy nyomást gyakorol. A surlódás a surlódó test nyomásához aránylagos levén, világos tehát, hogy az egymásra egyformán nyomó rétegek közt is mindenütt ugyanazon surlódás fejlődik. De egyenlők levén a surlódások, megint világos, hogy az azokra fordítandó vízoszlopok mindenütt egyenlők; miből látni való, hogy $\varphi_1 = \varphi_{11} = \varphi_{111} = \dots \varphi_n$; minek folytán a fenebbi egyenlet erre változik át:

$k_0 = k_n + n\varphi$; úgy hogy a surlódás összes oszlopa a surlódó rétegek számával egyenes arányban áll.

Ha most O ponttól OA vonal szerint menvén, egyszer p másszor v pontnál állunk meg, úgy az op és ov utakra eső rétegek száma a keresztül futott utak hosszaival egyenes viszonyban állanak, úgy hogy, a rétegek számát vonatkozólag n és n_1 az op és ov utak hosszait x és x_1 -nek nevezvén,

$n : n_1 = x : x_1$ lesz. Ha ezek után ismét a fentebbi egyenlethez visszatérünk, s azt egyszer a homloknak p másszor v pontjára vonatkoztatjuk, akkor k_n helyébe egyszer k -t más-szor k_1 -et írván, a mondottak szerint

$$k_0 = k + n\varphi \text{ és}$$

$$k_0 = k_1 + n_1\varphi \text{ lesz.}$$

De mivel $n : n_1 = x : x_1$, azért

$$n\varphi : n_1\varphi = x : x_1; \text{ mely arányból ismét } \frac{n\varphi}{x} = \frac{n_1\varphi}{x_1} \text{ követ-}$$

kezik. Látni való tehát, hogy $\frac{n\varphi}{x}$ hányados állandó érték; ne-

vezzük azt A -nak, úgy hogy $n\varphi = xA$, és egyuttal:

$k_0 = k + Ax$ valamint $k_0 = k_1 + Ax_1$. És minthogy a p vagy v pont alatti elem ezek szerint nem a k_0 hanem csak egy a k oszlopnak megfelelő sebességgel haladhat, következik, hogy az oszlop-veszteség:

$$(31.) \dots \Delta k = k_0 - k = Ax.$$

Az $FBAL$ térben levő rétegek azonban $H-h_0$ nyugtani oszloppal bírnak. Ezen $H-h_0$ nyomás nem engedi most, hogy a vízmeglassudván a haladó testtől visszamaradjon. Minthogy pedig ez csak úgy történhetik, ha ama Δk oszlop-veszteség a vízben meglevő nyugtani nyomásából pótoltatik: világos,

hogy a p pont alatti elem eleintes $H-h_0$ oszlopából ezután még csak egy $H-h_0-\Delta k$ oszloppal bírhat, úgy hogy az O ponttól x távra eső elem

$H-h_0-Ax$ oszloppal nyom a test hátára.

Az oszlopról magára a nyomásra általmenvén, OA hátonalban np végtelen kis dx kiterjedésű elemet választjuk; miután a víz ezen területre $H-h_0-Ax$ oszloppal nyomhat, következik a nyomás nagysága :

$dp=(H-h_0-Ax)dx$; és ha az egyes tételemről az egész területre átmegyünk :

$$p=fHdx-f(h_0+Ax)dx.$$

E képlet két egészletből áll, melyek közül az első a víznek nyugtani nyomását jelenti, melyet a test hátában fejleszt. Ezen nyugtani nyomás magát a tulajdonképi ellenállást se nem. nagyobbítván, se nem kisebbítván, egyszerűen elhagyandó; mert tudjuk már, hogy a víznek nyugtani nyomása az (1.) a. képlet szerint az ellenállási képletből véglegesen kiesvén, tekintetbe sem veendő; úgy hogy a hátbeli ellenállás csak azon oszlop-veszteségekből áll, melyeket a hátvíz természetes feszereje megszenved, lesznek pedig azok :

$$p=-f(h_0+Ax)dx.$$

Minthogy pedig a hátbeli ellenállás a homlokbeli ellenállásból kivonandó, azért látjuk, hogy amaz egészlet előjelét megváltoztatván a homlokbeli képletekhez adandó lesz; minél fogva

$$p=+f(h_0+Ax)dx \text{ fogjuk írni.}$$

Hogy pedig az egészelési határokat egészelés után helyesen alkalmazzuk, arra kell figyelniünk, hogy az egészlet a test O pontjától egész A pontjáig számít; $x=0$ és $x=\frac{b}{2}$ tehát a határok, melyek tekintetbe vételével

$$p=\frac{h_0 \cdot b}{2} + \frac{A\left(\frac{b}{2}\right)^2}{2} \text{ lesz.}$$

Hogy most A mennyiséget eredményünkéből kiküszöbölhessük, azon kitételhez kell visszatérniünk, mely a hátvíznek nyomását képviseli; szerinte van : $H-h_0-Ax$, azaz : $H-(h_0+Ax)$. Ezen két tagnak elseje a víz nyugtani nyomá-

sának oszlopát méri; a 2-ik $(h_0 + Ax)$ tag pedig azon oszlop-
pot adja, melylyel a víznyugtani nyomás oszlop-magassága a
test haladása folytán fogy; nevezzük ezen oszlopvesztéseget
 h -nak, úgy hogy :

$h = h_0 + Ax$; akkor az A pontban tapasztalható összes
oszlopvesztéseget h_a -val jelelvén, lesz :

$$h_a = h_0 + \frac{Ab}{2}; \text{ s ha ebből } \frac{Ab}{2} \text{ értéket kikeresvén } p \text{ kitéte-}$$

lébe áttesszük, s egyuttal $\frac{b}{2}$ közös szorzót kiemeljük, követ-
kezik :

$$p = \frac{b}{2} \left(h_0 + \frac{h_a - h_0}{2} \right) \text{ azaz :}$$

$$p = \frac{b}{2} \left(\frac{h_0 + h_a}{2} \right). \text{ Ezen nyomás } OA \text{ hátrészre terjeszke-}$$

dik; ugyanazon nyomás fejlődik a hátnak OB részében : hogy
tehát az egész AB hátra elterjedő nyomást megnyerjük, p
nyomást kétszeresen kell vennünk, s lesz :

$$P = b \left(\frac{h_0 + h_a}{2} \right). \text{ És minthogy ezen nyomás } AB = b \text{ tér-}$$

re vonatkozik, a hátfölület téregységére vonatkozó nyomás
azaz a hátbeli ellenállás módítója fog nyeretni, ha ama kitö-
telt b -vel elosztjuk, miből tehát a módító

$$(32.) \dots \dots \zeta = \frac{h_0 + h_a}{2} \text{ jö ki.}$$

7.

Előbb a test háta a haladási irányra \perp volt; legyen az
most egy a haladási irányhoz α szeglettel elhajló függélyes sík.
Könnyen belátható, hogy ez esetben is, valamint az eddig tár-
gyaltakban, nem az egész hátfölületet, hanem annak csak vala-
melyik vízszintesét kell szemlélnünk. Mert a hátfölület síkot
képezvén a haladási iránytól mindenütt egyaránt elhajlik, mi-
nek folytán a vízerőszeti viszonyok, melyek csak az elhajlási
szeglettel változnak meg, a síknak minden pontjában ugyan-
azok.

letkezik, mely az előbbi czikkből ismert törvény szerint fog alakulni.

ms sebesség most a test haladási sebességénél kisebb nem lehet, kell tehát hogy legyen $\frac{ms^2}{2g} = h_0$ -vel; ms derékszögű Δ -nél fogva lesz tehát :

$$\frac{sn^2}{2g} = h_0 \sin^2 \alpha \text{ és } \frac{sp^2}{2g} = h_0 \cos^2 \alpha. \text{ Minthogy most a víz fesze}$$

reje csak ezen ns -et teremti elő, következik, hogy a feszerő csak is ezen ns -nek $h_0 \sin^2 \alpha$ oszlopával csökken, mely is a semleges réteg oszlopvesztése lesz (miután ez a surlódási veszteségek semleges rétege). Ha a semleges rétegtől egy másik pl. qq' rétegre áttalme gyünk, úgy a víz feszerje abban $h_0 \sin^2 \alpha$ oszlopon kívül még egy az Al' határban fejlődő surlódásból keletkező oszloppal vesztendő. Ezen surlódási veszteség kinyerésére, sp ösztevőt egyideig mellőzvé, s az előbbi czikkekre visszaemlékezvén, bizonyos, hogy a surlódás az O -tól A -ig terjedő rétegekben O -tól kezdve a rétegek számával öregbedik, úgy hogy az egy O -tól $Oq = x$ távra eső q pontban $= Ax$ -el^o tehető. Ezen Ax surlódási oszlop qq_1 réteg hossza szerint, tehát Oy -hoz $//$ -an működén, két ösztevő oszlopra fog szakadni; hogy ezeket helyesen kinyerjük, legyen sr azon sebesség, mely Ax oszlopnak megfelel; akkor ezen rs rtu egyenszög szerint ts és us ösztevőkre olyformán szakad, hogy az AB -re $\perp ts = rs \sin \alpha$. S ha ismét a sebességekről az oszlopokra áttalme gyünk, lesz :

$$\frac{ts^2}{2g} = \frac{rs^2}{2g} \sin^2 \alpha = Ax \sin^2 \alpha \text{ az } AB\text{-re } \perp \text{ surlódási oszlop.}$$

Minthogy most ezen oszlop az sn sebességével együtt az öszszes feszerő-vesztést képezi, következik, hogy ezen veszteség

$$(33.) \dots k = h_0 \sin^2 \alpha + Ax \sin^2 \alpha.$$

Ezen a hátnak egyik tetszés szerinti pontjára vonatkozó egyenlet érvényes a hátnak valamennyi, tehát A pontjára nézve is. Legyen ugyanis k_1 az A -ban tapasztalható öszszes

oszlop-veszteség, és AB szélesség $=b$, tehát $AO=OB=\frac{b}{2}$; akkor az utolsó egyenlet szerint :

$$(34.) \dots k_a = h_0 \sin^2 \alpha + A \left(\frac{b}{2} \right) \sin^2 \alpha.$$

Kikapván ekkép azon oszlopveszteséget, melyet a hátvíz feszereje a hasáb mozgásával szenved, világos hogy a víznek nyomása a test hátára ki fog jöni, ha az *FABL* térben uralkodó természetes *II* feszeröböl ama k veszteséget kivonjuk, úgy hogy az egyes vízelemnek mozgáskor

$H-k$ feszerő fog megfelelni, melylyel tehát a hátra hat. Az oszlopokról magokra a nyomásokra általmenvén, következik hogy :

$(H-k)dx$ a végtelen kis dx kiterjedésű területben, és

$\int (H-k)dx$ az A -tól O -ig terjedő hátvonalban tapasztalható vízszintes nyomás lesz. Ez utóbbi egészletben azonnal ráismerni, hogy helyben az (1) a. képlet alkalmazásával mondtak tekintetbe vétele után csak a 2-ik azaz $-fkdx$ tag tartandó meg, mely is előjelét megváltoztatva, a víznek a test homlokában fejlesztett ellenállásához járulván, ahhoz leszen adandó. Lesz tehát :

$\int k dx$ azaz

$\int (h_0 \sin^2 \alpha + A x \sin^2 \alpha) dx$ az AO hátban fejlődő ellenállása a víznek.

A most követelt egészlésnél az egészlési határookra is kellvén figyelnünk, megjegyzendő, hogy a benne szerepelő x változó most a hátnek O közepétől számít, és hogy $x=O$ a változónak alsó határa, és minthogy a hát O -tól egész A -ig terjed, $x=AO=\frac{b}{2}$ ugyanannak felső határa; lesz tehát az AO -ra eső ellenállás :

$p = \int_0^{\frac{b}{2}} (h_0 \sin^2 \alpha + A x \sin^2 \alpha) dx$, vagy, ha egészelünk, egészlés után $\frac{b}{2}$ szorzót kiveszszük, $A \left(\frac{b}{2} \right)$ értéket a (34)-ből helyetteszük :

$$p = \frac{b}{2} \left(\frac{h_0 \sin^2 \alpha + k_a}{2} \right).$$

Ezen nyomás AO hátnak felel meg; ha ugyanazon eljárást BO hátnál is követjük, éppolyan nyomást nyerendünk, s ha azt az előbbihez adjuk, az egész AB hátra vonatkozó nyomást nyerendjük: miből tehát látni való, hogy az AB -re vonatkozó ellenállás kétszer oly nagy mint az AO -ra vonatkozó. Lesz tehát:

$$P = b \left(\frac{h_0 \sin^2 \alpha + k_a}{2} \right).$$

Ezen nyomás most az $AB = b$ szélességű hátra vonatkozik; ha azt b vel elosztjuk, a szélesség egységére vonatkozó nyomást, vagyis a hátbeli ellenállás módítóját nyerendjük, s lesz az:

$$\zeta = \frac{h_0 \sin^2 \alpha + k_a}{2}; \text{ mely képlet még némileg átalakítandó.}$$

Nyilvánvaló t. i. hogy ζ -nak a jelen esetben α szeglettel együtt eltűnnie kell; minthogy pedig ez a képlet második tagjára nézve nem történik, e tagot azaz k_a -t a kellő alakba kell változtatnunk. E végből arra kell figyelni, hogy ezen k_a oszlop egy az AB hátnak mind A mind B végében fejlődő oszlop, mely BA -ra \perp . Ezen oszlopnak bizonyos sebesség fog megfelelni; legyen vA ezen sebesség, akkor az $vuBz$ egyenközény folytán xA és zA összetevőkre oszlik; melyekre nézve $zA \sin \alpha = vA$. Ha tehát megfordítva a sebességekről az oszlopokra visszamegyünk, következik, miután a vA -nak k_a oszlop felel meg:

$$\frac{zA^2}{2g} \sin^2 \alpha = k_a \cdot \frac{zA^2}{2g} \text{ oszlopra nézve tekintetbe veendő,}$$

hogy a neki megfelelő zA sebesség a hasáb haladási irányához egyközű. Miután pedig az ennek megfelelő oszlopmagasságot h_0 -vel jeleltük, a zA -nak megfelelő $\frac{zA^2}{2g}$ oszlopot következetességből csak h_a -val jelelhetjük; lesz tehát $k_a = h_a \sin^2 \alpha$, mit k_a helyébe tévén az ellenállási módítót így változtatja át:

$$(35.) \dots \dots \zeta = \left(\frac{h_0 + h}{2} \right) \sin^2 \alpha.$$

Ezen képlet kifejtése után, még egy körülmény fejtegetésébe kell bocsájtkoznunk. Mondottuk fentebb, hogy a hátvíz semleges pontja a hátnak közepétől elüt. Ezen eltérését a semleges pontnak a hátvíz azon ösztető sebességei okozzák, melyek, mint pl. az s pont alatti elemnek sp ösztetője, a háthoz érintőleg működnek. Ezen érintőleges sebességek a surlódási oszlopokat mennyiségileg ugyan meg nem változtatják, úgy hogy az ellenállási képleteket lehozhattuk a nélkül, hogy azokat tekintetbe vettük volna; minthogy azonban ezen érintőleges sebességek a semleges pont fekvésére befolyanak, tehát szükséges, hogy azokat most külön tekintetbe vegyük. E végből ismét az s pontbeli sn sebességnek két ösztetőire térünk vissza, melyek közül $sp = sm \cos \alpha$, vagy, minthogy sm a test haladási sebességével egyenlő, $sp = c \cos \alpha$, úgy hogy ezen ösztetőnek $\frac{c^2 \cos^2 \alpha}{2g}$ azaz $h_0 \cos^2 \alpha$ oszlop felel meg. Hasonló-

kép lesz most a körülmény a hátnak valamennyi pontjára nézve; így tehát megesik, hogy az O -tól egész s pontig terjedő víz-elemek szintolyan sp sebességgel bírnak, melynek folytán ezek $h_0 \cos^2 \alpha$ oszlopnyi nyomással törekszenek s -től A -felé. Más részről ismeretes, hogy a víz feszereje a BL szerinti surlódás miatt O ponttól kezdve s pont felé folytonosan fogy, úgy hogy az O pontban időző víz az s pont alatti vizet feszerejével túlhaladja; minek következtében tehát az O ponttól s -ig terjedő víz O -tól B -felé törekszik. Világos, hogy az Os víztömeg annál nagyobb erővel fog B -felé törekedni, mennél többet vesz a víz feszerejéből, azaz mennél nagyobb a surlódás. Hogy tehát az s pont alatti víz se s -ből O felé se onnan B felé ne folyjon, szükséges hogy a surlódási oszlop $h_0 \cos^2 \alpha$ oszlopnomással legyen egyenlő. Nevezzük most sO metszékét d -nek, akkor az s ponti surlódás oszlopa $A.d$ -vel egyenlő, kell tehát hogy legyen:

$Ad = h_0 \cos^2 \alpha$. Ha ezen kívül a (34)-re visszamegyünk, lesz:

$$A \left(\frac{b}{2} \right) = \frac{k_a - h_0 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}; \text{ s ha ezzel az előbbi képletet el}$$

osztjuk:

$$\frac{d}{\left(\frac{b}{2}\right)} = \frac{h_0 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}{h_a - h_0 \sin^2 \alpha}, \text{ vagy, minthogy } k_a = h_a \sin^2 \alpha, \text{ lesz:}$$

$$\frac{d}{\left(\frac{b}{2}\right)} = \frac{h_0 \cos^2 \alpha}{h_a - h_0}. \text{ Ezt egyszer az egységhez hozzáadván,}$$

másszor megint az egységből kivonván, nyeretni fog :

$$\frac{\left(\frac{b}{2}\right) + d}{\left(\frac{b}{2}\right)} = \frac{h_a - h_0 \sin^2 \alpha}{h_a - h_0} \text{ és } \frac{\left(\frac{b}{2}\right) - d}{\left(\frac{b}{2}\right)} = \frac{h_a - h_0 - h_0 \cos^2 \alpha}{h_a - h_0}$$

s ha e kettőt egymással elosztjuk :

$$\frac{\left(\frac{b}{2}\right) - d}{\left(\frac{b}{2}\right) + d} = 1 - \frac{2h_0 \cos^2 \alpha}{h_a - h_0 \sin^2 \alpha}.$$

Ha most ismét az ábrára visszatekintünk, világos, hogy $\frac{b}{2} - d$ és $\frac{b}{2} + d$ nem egyebek mint Bs és As hosszak ; nevezzük az elsőt δ -nak, akkor a másik $b - \delta$ lesz, úgy hogy :

$$(36) \dots \dots \frac{\delta}{b - \delta} = 1 - \frac{2h_0 \cos^2 \alpha}{h_a - h_0 \sin^2 \alpha}.$$

Ezen képletnél most három különböztetést kell tennünk.

Lehet t. i. hogy $\frac{\delta}{b - \delta} = \begin{cases} +1 \\ 0 \\ -1 \end{cases}$. Az elsőt feltévén, következik :

$\delta = \frac{b}{2}$, annak jeléül, hogy a semleges pont ez esetben a hát-nak közepébe esik. De minthogy e mellett $1 = 1 - \frac{2h_0 \cos^2 \alpha}{h_a - h_0 \sin^2 \alpha}$

lesz, következik hogy $-\frac{2h_0 \cos^2 \alpha}{h_a - h_0 \sin^2 \alpha} = 0$ legyen, mi csak úgy lehetséges, ha $\cos^2 \alpha = 0$ és $\alpha = 90^\circ$. Látni való tehát, hogy a semleges pont csak akkor eshetik a hát közepébe, ha a hát a haladási irányra \perp .

Legyen most másod ízben $\frac{\delta}{b - \delta} = 0$; akkor kell egy részről hogy $\delta = 0$ legyen, miután $b = \infty$ nem lehet, kell tehát ez

esetben, hogy a semleges pont a hátnak B végére essék. De miután ez esetben $\frac{\delta}{b-\delta} = 0$, így másrésről

$$1 - \frac{2h_0 \cos^2 \alpha}{h_a - h_0 \sin^2 \alpha} = 0 \text{ lesz, miből } \sin \alpha = \sqrt{2 - \frac{h_a}{h_0}} \text{ következik.}$$

Ha most megfontoljuk, hogy a hátnak B pontjában tapasztalható h_a oszlop két más oszlopból áll, t. i. h_0 -ból s az O -tól B -ig terjedő surlódási oszlopból: ez utóbbit φ -vel jelelven, esz tehát: $\frac{h_a}{h_0} = 1 + \frac{\varphi}{h_0}$ és:

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{\varphi}{h_0}}. \text{ Ezen egyenlet most } \alpha \text{ szeglet meg-}$$

határozására ugyan nem használható, miután φ surlódás most még egészen ismeretlen; de annak helyébe hiszszük, hogy ezen egyenlet φ surlódási oszlop meghatározására szolgálhatna: mert feltevén, hogy α szeglet kísérlet útján meghatározott volna azon esetben, ha a semleges pont a hátnak szélére esik; akkor amaz egyenletből tüstént

$$\frac{\varphi}{h_0} = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \text{ következik; vagy, mivel } \varphi \text{ surlódás}$$

a surlódó anyag nyomásával egyenes arányban áll, s a h_0 nyomás alatt fejlődő φ surlódás $= \varphi_1 h_0$ -vel tehető, lesz:

(37) $\varphi = \cos^2 \alpha$; mely egyenlet tehát a surlódási tényezőt adja azon esetben, ha víz vízzel surlódik.

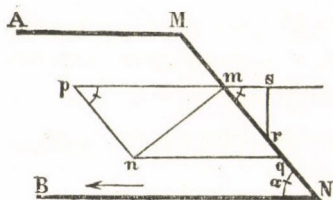
Ha pedig végre $\frac{\delta}{b-\delta} = -1$, úgy következik, hogy $\delta = -\infty$, miután $b=0$ nem lehet. Más részről pedig lesz, $2 = \frac{2h_0 \cos^2 \alpha}{h_a - h_0 \sin^2 \alpha}$ vagyis $h_a - h_0 \sin^2 \alpha = h_0 \cos^2 \alpha$ azaz $h_a = h_0$. — Minthogy most h_a egyáltalában $= q + h_0$, következik, hogy vagy $h_0 = \infty$ vagy $q = 0$ teendő. E kettő közül az első el nem fogadható; a második pedig csak úgy tehető fel, ha surlódás nem keletkeznék, a mi megint csak akkor gondolható, ha a víz a haladó test hátát követni nem kényszerül. Ez utóbbi ismét csak úgy lehetséges, ha vagy a test nyugalomban van, azaz, ha $h_a = 0$, vagy pedig ha az AB hátvonal a haladási

irányhoz //, azaz, ha $\alpha=0$. Minthogy pedig e kettő közül csak az utolsó fogadható el, és δ ez esetben $=\infty$, tehát látni való, hogy a semleges pont a ∞ -ben fekszik, ha α szeglet eltűnik. Felesleges lesz a most tárgyalt esetek és a (15) a. képlet alkalmazásával tárgyaltak közt fenálló hasonlatosságra figyelmeztetni.

8.

Térjünk át most azon esetre, ha a hasáb háta egy vízszinteseivel a haladási irányra merőleges ugyan, de egyébiránt lejtő síkot képez. Legyen e végből $AMNB$ (11. Ábra) az NB szerint haladó testnek valamelyik függélyes átmetszése, melynek MN hátvonala NB -hez α szeglettel hajlik, és c sebességgel vagyis h_0 oszloppal halad.

11-dik Ábra.



A hátvíz MN hátat követni kényszerülve levén, a többi közt m pont után siet, s minthogy az elem feszeréje ezt a legrövidebb úton megteszi, tehát világos, hogy az m beni elem csak egy az MN -re $\perp mn$ irányban indul. Legyen mn azon sebesség, melylyel az elem mn szerint

haladni törekszik; akkor az $pmqn$ egyenközény folytán mp és mq összetevőkre oszlik, melyek nmq derékszögű \triangle szerint ezen egyenletek által adódnak ki:

$mn=nq\sin\alpha$ és $mq=nq\cos\alpha$. Világos most, hogy mp vagy nq se nagyobb se kisebb nem lehet, mint azon c sebesség, melylyel maga MN halad; kell tehát, hogy: $mn=c\sin\alpha$ és $mq=c\cos\alpha$ legyen, mely két sebességeknek

$h_0\sin^2\alpha$ és $h_0\cos^2\alpha$ oszlopok felelnek meg.

Minthogy most mn sebesség a hátvíz feszeréjéből veszi eredetét, következik, hogy a feszerő mn -nek létrejötté után $h_0\sin^2\alpha$ oszloppal kisebbülni fog; hogy tehát mp és mq összetevők létre jöhessenek, kell, hogy az m -beli vízelem feszeréje $h_0\sin^2\alpha$ oszloppal csökkenjen. Az így keletkező mp és mq sebességek közül az mq különös figyelemre méltó. Észrevehető,

hogy az a vízben megmaradó feszerővel, mely az elemet inkább m -ből M -felé szeretné hajtani, ellentétben áll. A neki megfelelő $h_0 \cos^2 \alpha$ oszlopnál tekintetbe veendő, hogy az a hátvonal irányában működven, ferdén hajló oszlopnak tekintendő; legyen ugyanis pl. $mr = h_0 \cos^2 \alpha$ ezen ferdén hajló oszlop: akkor annak hatása m pontra nézve csak sr függélyes oszlopmagasságával fog méretni. Lesz tehát ezen oszlop függélyes hatása :

$sr = mr \sin \alpha = h_0 \cos^2 \alpha \sin \alpha$. És minthogy ezen elem feszeréje az előbbieket szerint még $h_0 \sin^2 \alpha$ oszloppal is csökken, következik az összes feszerővesztéség :

$$= h_0 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha).$$

Eddig csak a hátvonalnak m pontját vizsgáltuk; világos azonban, hogy mi ugyanazon vesztéséget kikaptuk volna, ha a hátvonalnak akármely más pontját vizsgáltuk volna is, úgy hogy a kitalált oszlopvesztéség MN hátvonalnak valamennyi pontjában egyaránt beáll. Figyelembe veendő most, hogy ezen MN hátvonal a hasáb hátának egy tetszés-szerinti függélyes keresztmetszése; a mi tehát ezen tetszés-szerinti MN keresztmetszésről áll, az következetesen a hasábhátnak valamennyi más függélyes keresztmetszéséről is állani fog. Látni való tehát, hogy az előbbi oszlopvesztéség nem csak az MN -nek, hanem a hasáb akármely más keresztmetszésének pontjaiban beáll, s mondhatni, hogy ezen oszlopvesztéség a hátfölületnek minden pontjában egyaránt fejlődik. Ezen oszlopvesztések a hátfölületben mindenütt egyaránt fejlődven, bizonyos, hogy beérhetjük, ha a hátfölületnek csak valamelyik vízszintesét vizsgáljuk.

Egy ilyen vízszintest a hátfölületben gondolván, figyelembe veendő, hogy az a haladási irányra \perp ; mert a hasáb háta olyan lejtő síkot képez, melynek vízszintes egyenesei a haladási irányra merőlegesek. Nevezzük a gondolt vízszintesnek két végpontját m és n -nek, valamint semleges pontját s -nek. Az ezen mn szerint állomásozó elemek mn hátvonallal egyenletesen haladván, e haladásnál fogva egy részről $h_0 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha)$ oszlopot vesztek, más részről pedig m és n határpontjaiban az ezen mozgásban nem részesülő külvízzel érintkezvén surlódást szenvednek, mely szintazon törvény

szerint áll be, melyet az utóbbi két cikkben már megtaláltunk. Hogy a semleges pont fekvését meghatározhassuk, csak arra kell figyelniünk, hogy az m és n -ben időző két határelem egyenlő víznyugtani nyomásaiból egyenlő $h_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha)$ haladási veszteségeket szenvedvén, kétség kívül egyenlő fesz-erővel bír; úgy hogy az ezekben fejlődő két surlódás egymással egyenlő. Miután most az m és n határokban egyenlő surlódások fejlődnek, következik szükségkép, hogy a surlódás semleges pontja, azaz s pont, az mn vonalnak közé-pébe vág.

Ha most az ms vonalban egy s -től x távolra eső q pon-tot választunk, úgy a surlódási oszlop, a 6. és 7-dik §§-ben mondottak figyelembe vételével, ezen q pontra nézve csak Ax lehet; s minthogy a q -bani vízelem $h_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha)$ haladási veszteséget is megszenvedi, következik az összes oszlopveszteség:

$$(38) \dots \left\{ \begin{array}{l} k = h_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha) + Ax; \text{ s ha a tetszés} \\ \text{szerinti } q \text{ pontról } m \text{ pontra megyünk:} \\ k_a = h_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha) + A \left(\frac{b}{2}\right), \text{ ha ugyan} \\ mn \text{ hosszát } b\text{-vel jeleljük.} \end{array} \right.$$

Ezek után az oszlopokról a nyomásokra menvén át, lesz

$$p = \int_0^b (h_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha) + Ax) dx \text{ az } ms\text{-re eső nyo-}$$

másveszteség, úgy hogy:

$$p = \frac{b}{2} \left(h_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha) + \frac{A \left(\frac{b}{2}\right)}{2} \right) \text{ vagy, ha}$$

$A \left(\frac{b}{2}\right)$ helyébe a (38)-ból értékét teszszük:

$$p = \frac{b}{2} \left(\frac{h_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha) + k_a}{2} \right). \text{ Ezen érték } ms \text{ hossz-}$$

ra terjed; ha tehát kétszeresen veszszük, az egész mn hosszra terjedő nyomásveszteséget nyerjük, mely, ha b -vel elosztatik, a hátbeli ellenállás módítóját ez alakban adja:

$$\zeta = \frac{h_0(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \sin\alpha)}{2} + \frac{k_a}{2}.$$

Ezen képletnek most ismét oly természetűnek kell lenni, hogy a szeglettel együtt elenyésszen; ez jelen alakjában nem történvén, arra mutat, hogy a benne előforduló k_α oszlop még olyan alakba átváltoztatandó, hogy α -val együtt elenyésszen. Az arra választandó eljárás csak azon eljárással vághat össze, mely a (22) és (23) a. képletek kifejtésére fordítottatott, úgy hogy a (22) a. képlet a mostani esetben is érvényes, mi által az utolsó képlet ekkép alakul :

$$(39) \dots \zeta = \left(\frac{h_0 + h_a}{2} \right) (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha).$$

Czélyszerű lesz most az eddig kifejtett ellenállási képleteket egymással összehasonlítani. Ha e végből a (32) és (35) a egyenletekre pillantunk, azokban mindenütt,

$\frac{h_0 + h_a}{2}$ tényezőre találunk. Szabadjon ezen tényezőt így írni :

$$h_0 \left(\frac{1 + \frac{h_a}{h_0}}{2} \right), \text{ és a kísérlet útján meghatározható } \frac{h_a}{h_0}$$

hányadost röviden ψ -vel jelezni ; akkor

$\frac{h_0 + h_a}{2} = h_0 \left(\frac{1 + \psi}{2} \right)$; s ha ezen értéket a (32), (35) és (39) a. képletekbe áttesszük, keletkezendik egymás után :

$$(40) \dots \left\{ \begin{array}{l} \zeta_1 = h_0 \left(\frac{1 + \psi}{2} \right) \\ \zeta_2 = h_0 \left(\frac{1 + \psi}{2} \right) \sin^2 \alpha \text{ és} \\ \zeta_3 = h_0 \left(\frac{1 + \psi}{2} \right) (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha). \end{array} \right.$$

9.

Az eddig tárgyalt esetek bevégezésével még csak azon eset marad hátra, mely akkor áll be, ha a hasáb háta egy tetszés szerint fekvő síkot képez. Legyen e végből ZOX , ZOY és XOY három egymásra \perp sík, melyek közül XOY vízszintes fekvésű. Legyen továbbá ABC egy a ZO , YO és XO tengelyeket C , A és B -ben átszегő tetszés-szerinti sík. Fekvésének meghatározására YO tengelyen keresztül EOA

fektetünk, úgy hogy OM merőleges e két síknak \perp átmetszésébe esik. Világos, hogy az AN merőleges OM -hez csak párhuzamos lehet. Ezen AN sebesség AO -tól eltérően, $OAPN$ egyenközénynél fogva OA és AP összetevőkre bontható, olyformán, hogy AO a haladási irányba, AP pedig ABC sík AE egyenesének hosszabbításába essék; e mellett megjegyzendő, hogy HN és OM egyenesek egyközűsége folytán az $OAPN$ egyenközény szükségkép AOE síkban fekszik. Azon kívül észrevehető, hogy ANP és $AON \triangle \triangle OMA \triangle$ -gel egybevágók. Ez utóbbiból következik most :

$AN=OM=AO\sin\alpha$ és $AP=ON=AO\cos\alpha$. Ezen két összetevő közül az AO -nak kétség kívül épen oly nagyra kell lennie, mint azon c sebesség, melylyel a test háta a víz előtt halad; kell tehát, hogy :

$$AN=c\sin\alpha \text{ és } AP=c\cos\alpha \text{ legyen.}$$

AP összetevőre nézve figyelembe veendő most, hogy az ABC sík szerint működik ugyan, de miután AB vízszintestől MAD szeglettel eltér, nyilvánvaló, hogy az újra két összetevőre bontandó, melyek egyike AR , az ABC síkban fekvő $ARPQ$ egyenszög szerint, az AB vízszintes irányában, másika AQ pedig arra \perp -en működik. Ezen $ARPQ$ egyenszögnél megjegyzendő, hogy az ABC síkba esik, s hogy AP átszögellője abból olyan $APQ \triangle$ -öt vágki, mely MDA -val összevágó. Lesz tehát :

$$AQ=\sqrt{MA^2+DA^2}=\sqrt{c^2\cos^2\alpha-c^2\cos^2\beta} \text{ és}$$

$$AR=AO.\cos\beta=c\cos\beta.$$

AN sebességet e szerint AO , AQ és AR összetevőkre bontván, az ezek keletkezésével beálló feszerőveszteségeket kell meghatározunk. AN sebesség keletkezésével a hátvíz feszerejéből $\frac{AN^2}{2g}$ azaz $\frac{c^2\sin^2\alpha}{2g}$ oszlopot veszti. AN -nek létrejötte után maga az AN ismét AO , AR és AQ összetevőkre szakad. AO és AR vízszintes irányban működven, világos, hogy közülök az első a hátvíznek feszerejét gyöngíteni már nem fogja; a második pedig az A -bani elemet BA irány felé indítván, a surlódási ellenállással viszonyba lép ugyan, de a nélkül, hogy a víz feszereje új veszteséget szenvedne. A még visszamaradó

AQ egyközűleg CD -hez, tehát ABC síkban ugyan, de BA vízszintesre \perp -en hat. A neki megfelelő $\frac{AQ^2}{2g}$ oszlop tehát egy CD szerint hajló oszlopnak tekintendő, mely csak függélyes magasságával hathat az AB egyenesben fejlődő feszerőre. Legyen pl. maga $CD = \frac{AQ^2}{2g}$ a ferde oszlop, akkor annak függélyes magassága a CO ; lesz pedig, ha MOD és $COD \triangle \triangle$ -et összehasonlítjuk:

$CO : CD = OM : OD$ azaz $= \sin \alpha : \sin \beta$, úgy hogy az oszlop függélyes magassága

$$CO = CD \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \text{ tehát :}$$

$CO = \frac{c^2}{2g} (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$. — AQ sebesség most a hát-víz feszeréjével ellentétben áll, úgy hogy a feszerő újra ezen oszloppal kisebbül. Miután tehát a víz feszeréje már egyszer $\frac{c^2}{2g} \sin^2 \alpha$ oszloppal csökkent, következik hogy az most véglegesen

$\frac{c^2}{2g} \left[\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right]$ összes oszloppal fog csökkenni.

Ezen oszlopvesztés most nem csak A pontban áll be, hanem a hátfölület minden pontjában. Legyen BA egyenes a hátfölület egyik vízszintes egyenese, és D pont ezen egyenes felező pontja. A víz ezen AB -ben, mint valamennyi vízszintesben, a fentebbi feszerővel fog, azonkívül az AO szerint haladó AB egyenes után indulván, szélső A és B pontjaiban surlódási ellenállásra talál, melynek következtében B és A pontoktól kezdve egész D -ig új feszerővesztések jelentkeznek. Ezen oszlopvesztések azon törvény szerint fognak megalakulni, melyet a 6. §-ben megismertettünk. Ha ugyan az A -tól B -ig terjedő elemek közül egy D -től x távolra eső elemet választunk, lesz e pontra nézve, miután a surlódási veszteségek a surlódó rétegek számával azaz x -el szaporodnak, a surlódási oszlop $= Ax$; A alatt ugyanazt értvén, mit a 6. §-ben alatta értettünk. És minthogy a jelen surlódási veszteség

az előbbi haladási veszteséghez adatik, következik, ha a haladási sebesség oszlopát eddigi szokásunk szerint h_0 -vel jeleljük, az összes veszteség

$k = h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) + Ax$. S ha a tetszés szerinti x távolban fekvő ponttól az AB vagy A vagy B határpontjára átmegyünk, akkor, $DA = BD = \frac{b}{2}$ tévén,

$$(41) \dots k_a = h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) + A \left(\frac{b}{2} \right).$$

Ha most az oszlopokról a nyomásokra átmegyünk, lesz a hátvonal egyik felére nézve :

$p = \int_0^{\frac{b}{2}} \left[h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) + Ax \right] dx$; s ha egészszelünk, s az utolsó egyenletre figyelünk :

$$p = \frac{b}{2} \left[\frac{h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) + k_a}{2} \right]$$

A megtalált képlet a hátfölületnek csak egyik felére vonatkozik ; minthogy a hátnak mindkét felében egyenlő nyomások fejlődnek, következik, hogy az egész hátra vonatkozó nyomás kétszer oly nagy mint az utolsó képletbeli érték ; lesz tehát :

$$P = b \left[\frac{h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) + k_a}{2} \right];$$

s ha ezen b hosszra terjedő nyomástól a hosszegységre átmegyünk, leend a hátbeli ellenállás módítója

$$\zeta = \frac{h_0 \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) + k_a}{2}.$$

Ha végre megfontoljuk, hogy ezen képletnek α és β szegletekkel együtt eltűnnie kell, s ha egyúttal a (29) a. képlet kifejtésekor mondottakra figyelünk : könnyen meggyőződhetünk, hogy itt k_a helyébe

$$h_a \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right)$$

kell írunk, úgy hogy

$$\zeta = \left(\frac{h_0 + h_a}{2} \right) \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right), \text{ vagy ha}$$

h_0 szorzóul kivétetik és $\frac{h_a}{h_0}$ helyébe ismét ψ -t írjuk :

$$(42) \dots \dots \zeta = h_0 \left(\frac{1 + \psi}{2} \right) \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right).$$

Mely képletben most a (40) alattiak épen úgy foglaltatnak, mint a (24) a. képletek a (30) alattiban foglaltattak.

10.

Ezek szerint elméletünk a víz ellenállásáról legfőbb vonásaiban fel volna állítva. Hogy mennyiben igaz, mennyiben nem, azt érettebb ítélet fogja megmondani; annyi bizonyos, hogy a fölállított elvek a tapasztalás adataihoz igen közelítenek. Nem engedi az értekezés szűk határa, hogy a felállítandó elmélet azon részébe is bocsátkozzunk, mely, a fennebb kifejtett elveknek más testek- és fölületekre alkalmazását tanítja. Hogy azonban ezt egy példában még is megmutassuk, szabadjon a kifejtett képleteket a síkra alkalmazni.

Ha egy sík (pl. egy keréklapát) szabad vízben mozog, akkor a síknak egyik oldala a mozgás iránya felé, a másik pedig hátra felé fog nézni. Az első tehát a mozgó síknak homlok-, a második pedig hátfölülete lesz; s világos, hogy az elsőre nézve a (24) a. képletek, a másíkra nézve pedig a (40) alattiak érvényesek.

Ha most felteszszük, hogy a haladó sík

I-szor a haladási irányra merőleges, akkor:

$$\text{az előre néző lapra nézve: } \zeta = h_0 \left(\frac{2 + \varphi}{3} \right),$$

$$\text{a vissza felé néző lapra nézve: } \zeta = h_0 \left(\frac{1 + \psi}{2} \right),$$

$$\text{tehát a síknak mindkét lapjára nézve: } \zeta = h_0 \left(\frac{7 + 2\varphi + 3\psi}{6} \right).$$

Ha pedig II-szor a sík a haladási irányhoz ferdén hajló függélyes sík, akkor :

az előre néző lapjára nézve : $\zeta = h_0 \left(\frac{2+\varphi}{3} \right) (\sin^2 \alpha)$,

a vissza felé néző lapjára nézve : $\zeta = h_0 \left(\frac{1+\psi}{2} \right) \sin^2 \alpha$, tehát a

síknak mindkét oldalára nézve : $\zeta = h_0 \left(\frac{7+2\varphi+3\psi}{6} \right) \sin^2 \alpha$.

Ha ismét III-szor a sík olyan lejtő sík, melynek vízszintesei a haladási irányra \perp -ek, akkor :

az előre néző lapra nézve $\zeta = h_0 \left(\frac{2+\varphi}{3} \right) (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha)$,

a hátra néző lapra nézve : $\zeta = h_0 \left(\frac{1+\psi}{2} \right) (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha)$,

tehát a síknak mindkét oldalára nézve

$$\zeta = h_0 \left(\frac{7+2\varphi+3\psi}{6} \right) (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha).$$

Ha végre IV-szer a sík tetszős-szerinti lejtő sík, akkor :
az előre néző lapra nézve

$$\zeta = h_0 \left(\frac{2+\varphi}{3} \right) \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right),$$

a hátra néző lapra nézve

$$\zeta = h_0 \left(\frac{1+\psi}{2} \right) \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right),$$

s mindkét lapra nézve

$$\zeta = h_0 \left(\frac{7+3\varphi+2\psi}{6} \right) \left(\sin^2 \alpha + (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right).$$

Vegyük most ezen 4 eset közül az első ismét elé.

Szerinte : $\zeta = h_0 \left(\frac{7+3\varphi+2\psi}{6} \right)$.

Ezen képletben φ azon surlódási tényező, mely előkerül, ha a víz más anyaggal surlódik. E tényező tudtunk szerint még egészen ismeretlen; de bár azt még nem is ismerjük, feltehetni azért bizvást, hogy e tényező csak az egységtől igen elütő kis érték. — Ezen φ tényezőn kívül még egy ψ nevű mennyiség is fordul elé. Ha a (40). a. képletek kifejtésénél használt módra, melyen ezen ψ a képletbe hozott, visszatekintünk, azonnal át lehet látni, hogy $\psi > 1$; mert $\frac{h_a}{h_0} = \psi$ volt,

már pedig h_a azon nyomás veszteségét jelenti, melyet a hátvíz a haladó hátnak határszélében tapasztal. De a víz ott kétféle veszteségnek van kitéve. Először azért vesz, mert a haladó hát után sietnie kell; másodszor azért, mivel a hát után siető víz a nyugvó külvízzel surlódik. Lesz tehát $h_a > h_0$, úgy hogy, $h_a = h_0 + h_\psi$ tehető, haugyan h_ψ -vel a külvíztől származó surlódást jelöljük. És minthogy :

$$\frac{h_a}{h_0} = \psi, \text{ következik : } \psi = 1 + \frac{h_\psi}{h_0}. \text{ De } \frac{h_\psi}{h_0} \text{ hányados szintén}$$

csak az egységtől igen elütő érték lehet; legyen ezen igen kis érték $= \varepsilon$ -nal, akkor

$\psi = 1 + \varepsilon$, s ha ezt az előbbi ellentállási képletbe tesszük, a kellő átalakulás után

$$\zeta = \left(\frac{10 + 2\varphi + 3\varepsilon}{6} \right) h_0 = \left(1.67 + \frac{2\varphi + 3\varepsilon}{6} \right) h_0$$

Du Buat a deréklőleg haladó síkra nézve ezen képletet adja :

$\zeta = 1.86 h_0$, mely tapasztalási képlet az általunk adott elméleti képlettel észrevehetőleg egyezik.

NÉHÁNY SZÓ AZ IZOMIDEGEK VÉGZÖDÉSÉRŐL.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZET

BALOGH KÁLMÁN LEV. TAGTÓL.

(Olvastatott febr. 27-kén 1865).

(Egy tábla rajzzal.)

Lionel S. Beale, Angolországban ez idő szerint kétségkívül legjelesebb szövettűrá, az általa szerkesztett Archives of Medicine IV. kötetének 154-dik lapján az általam munkába vett, s most eléterjesztett tárgyban a következő, minden tekintetben igaz szavakat mondja :

„It is doubtful, if at any previous period so many incompatible views were entertained upon questions of paramount scientific interest and importance, as at the present time. Nor are the differences which exist slight or unimportant, affecting mere matters of detail. Great principles, which can be very clearly enunciated in few words, are involved, and many of these influence the very foundations of physiology. Careful observers are at variance upon matters of observation, and many questions of the utmost importance to physiology and medicine are in the most unsatisfactory state. Rival observers originate, and rival pupils support, opposite doctrines; warm and exciting conflicts disturb the steady quiet necessary for true advance, and continual working in circles, retards real scientific progress. In no branch of science is this very unsatisfactory state of things more apparent, than in minute anatomy, and as a necessary consequence, grave doubts are cast

upon the value of direct anatomical observations as a means of discovering truth, and the great differences among workers upon fundamental principles, foster, and, to some extent, justify, scepticism on the part of readers and learners."

Ezen idézetet pedig a szerző nyelvén változatlanul azért közöltem, mert azon irodalom-halmazt és úgy szólván lázas munkásságot, mely az izomidegek végződéseire vonatkozólag keletkezett, s illetőleg még most is uralkodik, találójban jellemezni nem lehet, s félttem, hogy a fordítás az eredeti értelem találóságát csökkentené. Hogy a nagy irodalom, a munkások sokasága és Beale szavai helyességének elismerése daczára a jelen ügyben tollat fogok, azon meggyőződésben találja okát, miszerint öt évi, habár időnként szaggatott, vizsgálataim annyi és oly adatokat nyújtottak, melyekből sok tévedést megfejtetni, sok ellenkezést kiegyenlíthetni vélek; s valóban nincs barátom, kit ezen dologban védenem kellene, vagy akarnék, mintszinte nincs ellenségem, kit bosszantani szándékoznám, vagy ki irányában a gyűlölet vakká tehetne és elragadhatna. Mielőtt azonban tárgyamra áttérnék, az ide vonatkozó irodalom közlését azért tartom szükségesnek, hogy az értekezést további folyamában ne legyen kénytelen az olvasást terhelő idézeteket felhalmozni.

Doyère, Mémoire sur les Tardigrades. Annales des sciences naturelles 2-dik sorozat XIV-ik köt. 346. l. 17 t. 1—4. áb. 1840. XVII és XVIII. k. 1842.

Quatrefages, Mémoire sur l' Eolidine paradoxale. Annales d. sciences natur. 2-dik sorozat. XIX. k. 299. l. 11. t. 12. áb. 1843. — Observations sur le système nerveux et l' histologie du Branchiostome ou Amphioxus. Annales d. sciences nat. 3-dik sorozat. IV. k. 197—248. l. 13. t. 8. áb. 1845.

R. Wagner, Neue Untersuchungen über den Bau u. die Endigung d. Nerven u. d. Structur d. Ganglien. Lipse, 1847. — Handwörterbuch d. Physiologie. 3-dik köt. 381 és 462. l.

A. Kölliker, Mikroskopische Anatomie, II köt. 1 fél. 238. l. a chironomus lárváján. 1850.

J. Müller, Monatsberichte d. Berliner Akademie. 1851. 474. l.

Meissner, Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. V köt. 234. l. 12. t. 17. áb. Mermis nigrescens, m. albicans 1854. —

Ugyanott. VII. köt. 26. l. *Ascaris mystax*, a. *triquetra*, a. *commutata*. 1856.

Wedl, Wiener Sitzungsberichtet. k. Akademied. Wissenschaften. XVII. k. 298. l.

Walther, Zeitschrift f. wissenschaftliche Zoologie. VIII. köt. 163. l.

H. Munk, Nachrichten von der G. A. - Universität u. d. kön. Gesellschaft d. Wissenschaften zu Göttingen. I. sz. 11. l. 1858.

W. Kühne, Myologische Untersuchungen. 67—73. l. 6. áb. 1860. — Note sur un nouvel organe du système nerveux. Comptes rendus. LII. k. 316—317. l. 1861, télutó.

Lionel S. Beale, On the Distribution of Nerves to the Elementary Fibres of Striped Muscle. Philosoph. Transact. Received 19 June 1860. 611—619. l. 23. t.

Wittich, Beitrag zur Histologie d. quergestreiften Muskeln. Königsber. med. Jahrbü. III. köt. 4. füz. 46. l. sat. 1861.

W. Kühne, Über die peripherischen Endorgane der motorischen Nerven. Lipcse, 1862. 4-rét 38. l. 5. t.

Margó T. Az izomidegek végződéseiről. Pest, 1862. 4-rét, 24. l. 2. t. Külön lenyomat a M. T. Akadémia Évkönyvei X-dik kötetéből. — Über die Endigung der Nerven in der quergestreiften Muskelsubstanz. Pest 1862.

A. Kölliker, Untersuchungen über d. letzten Endigungen d. Nerven. 11. l. 1862. Lipcse. — Über die letzten Endigungen d. Nerven in d. Muskeln d. Frosches. Würzburger naturwissen. Zeitschrift. III. köt. 1862. — Proceedings of the Royal Society. XII. köt. 60. l.

Naunyn, Über die angeblichen peripherischen Endorgane der motorischen Nervenfasern. Reichart és Dubois „Archiv“-já ban. 1862, 481. l.

L. S. Beale, Further observations on the distribution of nerves to the elementary fibres of striped muscle. Philosoph. Transact. June 1862.

Rouget, Note sur la terminaison des nerfs moteurs dans les muscles chez les reptils, les oiseaux et les mammifères. Compt. rend. LV. köt. 548—551. l. 1862, öszelö 29-diki ülés.

Waldeyer, Zeitschr. f. rationelle Medicin. 3. sorozat, XX. k. 3. f. 193. l. 1863.

W. Krause, Zeitschrift für rationelle Medicin. Über die Endigung d. Muskelnerven. 3. sor. XVIII. k. 1—2. f. 136. VI—VII. t. — 2-dik czikk. XX. köt. 1—2. f. 1. l. — 3-dik czikk. XXI. köt. 1. f., 77. l., II. t.

Dr. P. Peremeschko, Kasan. Die Entwicklung der quergestreiften Muskelfasern aus Muskelkernen. Archiv f. pathologische Anatomie und Physiologie u. f. klinische Medicin. XXVII-ik köt. 1—2. füzet 1863.

W. Engelman, Über d. Endigungen d. motorischen Nerven in den quergestreiften Muskeln d. Wirbelthiere. Centralblatt f. d. med. Wissenschaften. 1863, tavaszó 25. 19. sz. 289—291. sz.

L. Beale, On the Anatomy of nerve fibres and cells, and on the ultimate distribution of nerve fibres. Quarterly Journal of Mic. Science. 1863, tavaszó. — Further Observations in favour of the view that nerve fibres never end in voluntary muscles. Proceedings of the R. Society. 1863, nyárelő. — Remarks on the recent observations of Kühne and Kölliker upon the termination of the nerves in voluntary muscle. Archives of Medicine. III. k. 257. l.

Th. W. Engelmann, Untersuchungen über d. Zusammenhang von Nerv- u. Muskelfaser. 1863. Lipcse.

L. Letzerich, Über d. Endigungsweise motorischer Nerven. Med. Centralzeitung. 1863. 37. sz.

Waldeyer W., Über d. Endigung d. mot. Nerven in d. quergest. Muskeln. Centralblatt für d. med. Wissenschaften. 1863. 24. sz. 369—372. l.

J. Arnold, Über d. Nerven u. d. Epithelium d. Iris. Virchow's Archiv. XXVII k., 3—4. f., 345. l. VII. t.

W. Kühne, Über d. Endigung d. Nerven in d. Muskeln. Archiv f. pathol. An. u. Physio. u. f. klin. Med. XXVII. k. 5—6. f. 508. l.; XI. t. — Die Muskelspindeln. Ugyanott. XXVIII. k., 5—6. f., 528. l., XV. t.

E. Klebs, Die Nerven d. organischen Muskeln. Centralblatt f. d. medicinische Wissenschaften. 1863, 36. sz.

W. His, Über d. Endigung d. Gefässnerven. Archiv f.

pathol. Anatomie, Physio. u. f. kl. M. XXVIII. k., 3–4. f. 427. l. IX. t., 4. áb. 1863.

J. Cohnheim, Über d. Endigung d. Muskelnerven. Centralblatt f. medic. Wissenschaften. 1863. 55. sz. 865–867. l.

W. Kühne, Der Zusammenhang von Nerv. u. Muskelfasern. Virchow's Archiv. XXIX. k. 1–2. f. 207. l. VIII. t. 1–2. áb. 1864. — Über d. feineren Bau d. peripher. Endorgane d. motorischen Nerven. Ugyanott. XXIX. k. 3–4. f. 433. l. XIV. t. 1864.

Ch. Rouget, Journal de la Physiologie. XX. sz. 574–593. l.

Lionel S. Beale, The Distribution of nerves to voluntary muscle. Archives of Medicine. 3. s. No. XIV. 161. l. XI–XII. t. 1864.

W. Kühne, Über d. Endigung d. Nerven in d. Nervenbügeln d. Muskeln. Archiv f. Anatomie, Physiol. u. f. kl. M. XXX. k. 187. l. IX. t. 1864.

Ch. Rouget, Note sur la terminaison des nerfs moteurs chez le vertébrés supérieurs. Académie des sciences. Séance du 7. Novembre 1864. Note sur la terminaison des nerfs moteurs chez les crustacés et les insectes, par Ch. Rouget. Académie des sciences. Séance du 21. novembre 1864.

Vizsgálatimnál a szükséges izmokat a legkülönbözőbb állatoktól vettem; így használtam ember izmait, lehetőleg gyorsan a halál után, ezenkívül pedig ökör, borjú, bárány, juh, kutya, macska, tengeri nyúl, házi madarak, gyíkok, békák és halakéit; minthogy azonban a székfoglaló értekezet terjelmének határai megszabvák, ezen alkalommal csak az ember és a békák izmaiban találtakra szorítkozom, megjegyezvén, hogy, a többi állatokéin észleltek velök lényegben megegyeznek.

A készítmények előállításának módjára nézve megjegyzem, hogy mindazon folyadékokat és eljárási módokat, melyeket a különböző szerzők ajánlanak, egytől egyig lelkiismeretesen megkísérlettem, mindamellett legcélszerűbbnek találtam, ha az izomszövetek idegszövei végződésének fürkészésénél részint a Moleschott erős eczetsavas folyadéka, részint pedig könnyeszlénleg használása mellett megmaradok.

Moleschott erős eczetsavas elegye, 1 r. eczetsav, 1 r. borlang, és 2 r. lepárolt vízből állván, a górcsói kutatásoknál

leghasználhatóbb folyadéknak mondható, s csak kevés szövet van, melynek alakelemei vizsgálásakor igen czélszerűen és sikeresen alkalmazható nem lenne. Ha pedig a szerző eredeti vényéhez mereven nem ragaszkodunk, hanem tapasztalataink értelmében a három összetételi rész közti arányt szükségünkhöz módosítjuk, a legmeglepőbb eredmények elérésére számíthatunk.

Mi a könenyszénlégnek (Hydrocyan) az izombeli idegcsövek végződéseinél való használatát illeti, arra, őszintén megvallva, egészen véletlenül jutottam. 1863-ban ugyanis egyetemi előadásaim alkalmával, midőn hallgatóim előtt könenyszénlég-mérgezéseket eszközöltem, oly különös tünetményeket vettem észre, melyek azon mérég hatásának bővebb és kimerítőbb kísérleti tanulmányozására serkentettek, s kísérleti sorozatim úgy igényelték, hogy a könenyszénlégnek az izmokra való közvetlen hatását szinte fürkészszem, mit téve tapasztaltam, hogy a nevezett mérég hatása következtében az izomcső tömöttebbé és sötétebbé válik, s a haránt csíkok, valamint közeik is, nemcsak keskenyebbek lesznek, ily módon egymáshoz közeledvén, hanem egyszersmind hosszúságukból is veszítenek; minthogy pedig az izomcsőburok kevésbé vonódik össze, a bennék attól több helyen elkülönödik, mely helyeken a változatlanul üvegszerű burok tisztán látható, s kedvező esetekben rajta keresztül az izomcsőben helyet foglaló és a bennéktől szinte elválva levő idegvégződést élesen láthatni. Az ideg a nevezett folyadékban, ennek töménysége szerint, kisebb-nagyobb mértékben megkeményedik, s épen ezért az idegcsövet az izomcsővel összefüggésben akárhányszor észlelhetni; láti átmetszetben pedig számtalanszor tapasztalhatjuk, mint az idegcső bennéke az izomcsőbe hatolva, evvel össze nem keveredik, hanem vele közvetlenül érintkezve eléggé élesen kivehető határral szokott végződni.

Szövetteni vizsgálataimhoz könenyszénlégget használtam, mely 1 r. hamany-vasszénlégcsből (K_2Cfy) készült, ez a nevezett czélra 1. r. tömény kénsavval és 2 r. lepárolt vízzel kezeltetvén, s az így nyert tiszta, szintelen folyadékot azután lepárolt víz tetszés-szerinti mennyiségével hígíthatni, mint ezt meglevő esetben a tapasztalat szükségesnek mutatja.

Kísérleteket csináltam még egyéb elegyekkel is. Így hamanyszénlégegnak (KCy) lepárolt vízben tömény oldatát készítettem, melyhez könhelvany-, vagy eczetsavat addig öntöttem, míg csak a nevezett só hamanyhalvaggá és könnyeszénlégeggé fel nem bomolt. Hogy pedig az utóbbiból az elegyben minél több maradjon, kifejlődése alatt az edény dugaszát szorosan zárva tartottam. A könhelvanyssavval készült elegybe tett tárgyakból rövidebb, hosszabb idő múlva (néhány vagy 24 óra) sokszor igen szép készítményeket tudtam előállítani, csak hogy azok általában véve puhábbak voltak, így pedig az ideg az izomcsővel kevésbé gyakran maradt összefüggésben, míg midőn ezen összefüggés nem zavartatott, a viszonyok tisztasága még talán élesebben tűnt elő, mint a tiszta könnyeszén légeg használásakor, mire vonatkozólag rajzaimban példák találhatók. Csak arra kell vigyázni, hogy a könhelvanyssav fölös mennyiségben ne legyen jelen, mert ekkor igen könnyen az utóbbi hatása lép előtérbe, noha ilyenkor is találhatunk képekre, melyek tárgyunknál igen jól használhatók; de midőn a könhelvanyssav igen sok, a tárgy tökéletesen hasznavehetlenné válik.

Az eczetsavval készült elegyről oly dicséretet, mint a könhelvanyssavasról vagy a tiszta, könnyeszénlégegről, kevésbé mondhatok, bár általa szinte tűrhető készítményeket nyertem.

Ezen kémfolyadékok előállításánál a kifejlődő könnyeszénlégegtől nem kell tartani. A légzésszervek nyákhártyája irányában ugyanis annyira érzékeny, hogy köhögés által a megkivántató ovatosságra minket eléggé int. Legczélszerűbben jó léghuzamu kémény, vagy nyitott ablakoknál dolgozunk. Engem legcsekélyebb baj sem ért soha.

Ha tiszta könnyeszénlégegben állott izmokból tű általi szétszedéssel előállított készítményeket vizsgálunk, akárhányszor akadunk oly képre, milyent az 1-ső ábra mutat, hol látjuk, hogy az ideg (*d*) bennéke, miután az idegcsőburok az izomcső burkával egyesült volna (*f, f.*), az izomcső belsejébe

behatol, itt azután kiterjedve végződén (*e*), mit idegvégi kiterjedésnek nevezhetünk. E mellett az idegcső bennéke az izomcső bennékével (*a*, *a*) sehol össze nem keveredik, hanem evvel csak közvetlen érintkezésben van, mely érintkezési hely elég tisztán kivethető. Továbbá azt is látjuk, hogy az idegvégi kiterjedés az izomcsőbeli sejtekkel (*c*, *c*) semmi összeköttetésben sincs. Hogy pedig az izomcső belsejébeli, közönségesen magvaknak nevezett képződményeket miért hívom sejteknek, arról e munka végén szólni fogok. Végül az ezen ábrában látható *bb* helyek bennék nélküli izomcsőburoknál nem egyebek.

Bármily egyszerű és könnyű is az izomidegek végződésére a fentebbi, általam eléadott tény állásáról meggyőződni, ezen végzódésekre nézve a legszétágazóbb vélemények vannak, melyek mindegyikét egészben véve jeles készségségű szövetszövők védik; s épen ezért szükséges, hogy amaz egyszerű végződési mód szorosabban bebizonyíttassék, nem különben hogy a meglevő tévedések felderíttessenek.

Többeknél kétely tárgya, vajjon az idegcső burka az izomcső burkával egygyé olvad-e. Krause határozottan a mellett van, hogy az idegcső végi kiterjedése az izomcsővön kívül foglal helyet, s ennek bennékétől nem csak az izomcsőburok, hanem még egyszersmind kötőszöveti hártya által lenne különválasztva, mely utóbbi az idegcső-burokkal folytonosságban az idegvégi kiterjedést veszi körül. Wittich pedig arra nézve általában véve határozatlan, hogy az idegvégzódések az izomcsőveken kívül, vagy azok belsejében foglalnak-e helyet, míg Kölliker és Beale határozottan és a legnagyobb hévvel a mellett küzdenek, hogy az idegcsővek az izomcsőveken kívül végződnek. A két utóbbi buvár között pedig ismét lényeges különbség van, mennyiben az előbbi szerint az idegcsővek oszlódások után az izomcsővek között szabadon végződnek, míg Beale azoknak hálózataát írja le, melyben az egyes idegcsővek ágai egymással közlekednek.

Kik pedig az idegcső bennékének az izomcsőbe való jutását és az izomcsőburoknak az idegcsőburokkal való összeolvadását felveszik : Kühne, Rouget, Margó, Engelmann, Cohnheim és Waldeyer.

Kühne különösen a békák, varangyok, proteus és a halakra nézve igen kalandos nézetet hirdet; mert szerinte a mint az idegcső bennéke, vagyis tulajdonképen az úgynevezett tengelyszalag az izomcsőbe jutott, itten többszörösen osztódik, az egyes ágak pedig bimbósz erű képződményekben végződnek olyképen, mint az idegcsőveket a Pacini-Vaterféle testecskekben végződni látjuk. A többi állatok izomcsőveiben levő idegvégződésekre nézve Rouget-vel megegyez, ki szerint az idegcső bennéke, mint annak burka az izomcsőével egyesült, az izomcsőben lapszerű, sokszor dombcsa-alaku tömegben végződik, mely finom szemcsés és magvakkal van ellátva. Cohnheim a bimbócsákra nézve Kühnét védelmezi.

Engelmann szerint az izomcsőburok az idegcsőével szinte egygyé lesz, míg az izomcsőbe jutott idegbennékre nézve háromféle végződést vesz fel. Így a halaknál finom szemcsés anyag rövid csikjaiból áll; míg a békáknál a csőben többszörösen szétágazik, s az izomállományban elmosódva végződni látszik; végül pedig a hullók, madarak és emlősöknél mindjárt a bejutás helyén lapszerű, vagy dombcsaalaku tömeget képez. Az izomcsőbeli idegvégződéseknél egyedül a tengelyszalagnak lenne szerepköre.

Waldeyer leírása a valósággal még leginkább megegyez. Szerinte ugyanis, miután az idegcsőburok az izomcsőburokba átment volna, az idegcső-bennék, nézeténél fogva a tengelyszalag, nem csak a hullók, madarak és emlősöknél, hanem még a békák, halak, rovarok és a héjanczoknál is dombcsaszerű, vagy lapalaku szemcsés tömegben végződik, mely az izomcső bennékével közvetlenül érintkezik ugyan, de az érintkezési határ éles és nem elmosódott. Ő továbbá arákoknál még azon durván szemcsézett és magvakkal bőven ellátott réteget is idegvégződésnek tekinti, mely az izomcső burka alatt ennek bennékét körülfogja, s melyet először Haeckel a nevezett állatok szívizomzatában talált, míg ő azt a test minden izmában észlelhette.

Margó szinte állítja, hogy az idegcső bennéke az izomcső belsejébe hatol, ekkor pedig a tengelyszalag ugyancsak ottan igen finom ágcsákra oszol, melyek különös belizomi idegvégkészülettel közlekednének, melyet állítólag finom, halavány rostok alkotnak, ezek pedig „helyenként szemcsékre

duzzadnak, és bizonyos távolokban magvakkal vagyis apró sejtnemű testecsekkel s azon felől egymással is finom oldalágcsák által közlekednek.“

Kísértsük meg, hogy miként juthatunk ki a röviden, csak főbb vonalakban vázolt tömkelegből.

Ha olyan képet szemlélünk, milyen a második ábra, az idegcső burkának (*b*) az izomcsőburokkal való egyesülésére nézve (*c*) valami alapos kételyünk annál kevésbbé támadhat, minthogy a fedőlemez mozgatása közben idestova fordítható tárgy az idegcsőnek az izomcsővel való szoros összefüggését mutatja, nemkülönben az olyan helyzetbe juthat, melyben amaz átmenetelt láti átmetesztben észlelhetjük, mint ez az 1, 10, 11, 14, 15, és a 17-dik ábrában eléggé kivehető. Az izom harántcsíkozata a 2-dik ábrában csak halaványan, míg az izombeli idegvégződés épen nem látható, minthogy a nevezett tárgyak a góczsikon kívül esnek.

Esetleg csinálhatni oly készítményeket, melyekben az izomcső épenazon a helyen van ketté szakadva, hol az idegvégi kiterjedés benne helyet foglal, mint ezt a 3-dik ábrában *i*-nél, míg a 13-dik ábra *A* izomcsővében *e*-nél tapasztaljuk. Ezen helyeken az ideg bennékének az izomcső burka alatti létezését határozottan állíthatni, valamint a csőburokoknak (3-ik *h* és 13-ik *d*) egymásba való átmenetelére nézve is éles képeket nyerünk. A 13-ik ábrában az idegvégi kiterjedés az izomcső szakadási metszetén nyilvánvalón túl ér, míg a 3-ik ábra nem mutatja, hogy attól az izombeli sejtekhez (*c*, *d*), melyek egyikének haránt átmetsete tűnik elő (*d*), valami nyulvány, vagy bármely összekötő tárgy menne, hanem az idegállomány, az izombelivel közvetlenül érintkezve, az utóbbitól elég tisztán különlevőnek látszik.

Hogy pedig az izombeli idegvégződés az izombennékkal csak érintkezési viszonyban áll, a felől a 4, 8 és a 15-ik ábra is meggyőzhet, melyeknél a kémszor hatása következtében az idegvégi kiterjedés az összehúzódtott izombennéktől teljesen különvált, minél fogva az előbbi az izomcső burka ürében egészen szabadon foglal helyet. Legtökéletesebb különválást a 4-ik ábrában tapasztalunk, hol a *d*, *d* idegvégződés az izomcsőnek felette redőbe szedődött burkán át elég jól kivehető. Ezen redőzet pedig mutatja, hogy az izomcső burok azon a helyen,

honnét az izomállomány (a) visszahúzódott, össze van esve. Továbbá észleljük, hogy az idegvégződés anyaga szintoly szemcsés, mint milyen az idegcső bennéke; végül attól nyulványok, vagy fonalalaku csíkok nem haladnak tova, melyek az izomcső belsejében levő valamely alakelemmel, vagy éppen magukkal az izomcsőbéli sejtekkel (e , e) összefüggést eszközöl-nének.

A 8-ik ábrában az idegvégződés (c , c) körüli hézagtól (d), mely az izomállomány(a) összébbhúzódása folytán támadt, a cső tengelyével párhuzamosan szinte csak az izomcső bennékében levő hasadás (f) megy az e betűnél látható sejtig; az ilyen látomány pedig igen könnyen olyszerű nézetet ébresztethet, mintha az idegvégződés és az izombeli sejt között valami összefüggés létezne, holott a felől vajmikor könnyű meggyőződnünk, hogy tulajdonkép csak az idegvégződés körüli és az izombeli sejt sarkainál levő hézagok között van összeköttetés. A sejtek sarkainál levő hézagok szinte az izomállomány össze-húzódása folytán támadnak, mit a kémszer hatása idézőelő, s ottan is láthatók, hol idegvégződés nincs, mint a g sejt eléggé mutatja. Sőt a 10-ik ábra azon viszonyt tünteti elénk, hogy A izomcsőben az idegvégződés (c) és az izomcső bennéke között a szoros érintkezés megvan, míg a csőbéli sejtek (f , g , h) sarkaitól az izomállományban támadt, a tárgy kicsínységéhez mérve hatalmas hasadások nyúlnak tova, s az i betű által jelzett hasadás végül se ideggel, se sejtrel nem függ össze, hanem egészen magányosan látható.

De az izomcsőbéli idegvégződést a bennék nélküli izomcsőburokban nemcsak mintegy szabadon lógva szemlélhetjük, hanem alkalmilag még az is sikerülhet, hogy az idegvégződést az idegcsővel folytonosságban abból eltávolíthassuk. Ilyen véletlen művelet azonban csak a tömény könnyeszénlégegben elég hosszú ideig ázott izomcsőveknél lehetséges. Az 5-ik ábrában az izomcső bennéke (a) tetelesen össze van húzódva, s b -nél jelentékeny részlete egészen üresen maradt; azután pedig, bizonyosan a tüvel való szétszedés közben, az izomcsőburok az idegvégződés (f) felett (d) oly mértékben leszakadt, hogy az izomcsővel még csak alant van némi csekély összefüggésben; az ekként keletke-

zett likból (*e*) továbbá az idegvégződés, az idegcsőve (*c*) való folytonosságban, legnagyobb részt kibújt. Az idegvégi kiterjedés szabadon levő széle körül valami elszakadásnak, mi izomcsőbeli különös készülékkel való összeköttetésre utalna, nyomára sem akadhatni.

Valamint a könenyszénlégegben történt ázás után lehetett látni az izomcsőburokból egészen kiszakadt idegvégzódéseket (7-dik ábra), úgy fordultak elő olyan izomcsődarabok is, melyeken azon lik (6-ik ábra), hol a csőburok elszakadása után az ideg végi kiterjedése kijött, tisztán látható. Egyébként pedig az izomcsőbeli sejtek (*c*, *c*) és az izomcsőben benn volt idegvégződés közti összefüggés valamely nyomát ott sem lehet észlelni.

A megelőzőleg közölt ábrákban látott idegvégzódések után a 7-ik ábrában elkülönözve levők (*c*, *c*, *c*), melyek az illető idegcsővekkel (*a*, *a*, *a*) még folytonosságban vannak, nemkülönben az izomcsőburok leszakadt részlete által többé-kevésbé fedvék (*Aa*, *Bb*), arra nézve újabb bizonyítékul szolgálnak, hogy azok valóban az izomcső belsejében foglalnak helyet, s szélük hullámzatos ugyan, de semmiféle elszakadási pontot se mutat.

Mi az izomcsőbeli idegvégződést illeti, ez majd síma (3, 4, 5, 11, 15, 17 ábra), majd hullámzatos (1, 7, 14, ábra), majd pedig rovátkolt szélű (10-ik ábra *c* és *e*), midőn az egyes rovátkák az izomoszlopcsák sorai közé érnek. Hogy pedig a széleknek milyen alakja van, arra súlyt fektetni nem lehet, minthogy ugyanazon fajbeli egyéneknél, sőt ugyanazon izomban is majd síma, majd hullámzatos, majd rovátkolt.

Szintoly csekély fontosságot lehet azon vitának tulajdonítani, hogy valóban a tengelyszalag egyedül képezi-e az izomcsőbeli ideg-kiterjedést, vagy ezenkívül még más szemcsés anyag nincs-e jelen, mely a tengelyszalag végződését úgy szólván beburkolja. Semmikép sincs bebizonyítva, hogy a tengelyszalag már az életben meglegyen, hanem a legnagyobb valószínűséggel haláltermény, milyen a rostonya képződése, mely a vér megalvását okozza, nem különben milyen az izomfehérnyének megalvása, miből az úgynevezett halálmelevség keletkezik. Elég annyit megállapítnunk, hogy az

idegcső bennéke az izomcsőbe jut ; hol azután az összehúzózó állománynyal közvetlenül érintkezik. Részemről úgy tapasztaltam, hogy az izomcsőbeli idegvégződés soha sem látszik két anyagból állani, s mit Kühne és mások az idegdombcsa szemcsés, a tulajdonképeni idegvégződést körülvevő anyagának tekintenek, az izom egy-fénytörésű anyagánál nem egyéb, mely néha kisebb-nagyobb térecskékben felhalmozódhatik, főképp pedig ott és akkor, hol és midőn az izombeli sejtek szaporodásban vannak, mint erről alább szólni fogok, s mire vonatkozólag addig is a 11-ik ábra *e-e* és *f* csikjaira utalok.

Hogy valamely ideg-alakelemben a tengelyszalaggá és a velőhüvelylyé való szétválás a halál bekövetkeztével megtörténjék, szükséges, hogy a zsír és a fehérnyec bizonyos arányban, az előbbi túlnyomósága mellett, legyen jelen. Hol ezen feltétel megvan, ott a kettős határvonalok, melyek a velőhüvelytől függenek, kivétel nélkül igen könnyen előtűnnek ; hol azonban a zsír a fehérnye mellett mennyiségileg háttérbe szorúl, ott az idegcső egyszerű halavány fonalként tűn elő, milyen a tengelyszalag, melyet az úgynevezett két-határu idegcsővekben tetszés szerint szemlélhetők kétehetünk. Minden oda mutat, hogy a mint az idegcső burka az izomcsőével egygyé olvadt, az előbbi bennéke zsírtartalmából annyit veszít, hogy a fehérnyec túlnyomóvá, s az izombeli idegvégződés halálkor oly kevéssé válik kettős anyaggá, mint az idegsejtek bennékénél nem fordul elő. Nem lehetlen, hogy a kéthatáru idegcsővekben jelenlevő tetemes zsírmennyiség azokban csak a tulajdonképi idegállománynak, mely sűrűfolyó és a tengely felé összébbtartónak látszik, erőművi védelme végett van, s avval nem is annyira vegyi összeköttetésben áll, mint inkább egyszerű elegyet képez.

Ez a tengelyszalagra tartozó vallomásom', s egyszerűsmind annak indokolása, hogy miért tekintem az izomcsőbeli idegvégzódéseknél a róla való vitát felesleges és meddőnek.

Tekintsük most azon szemcsés anyagot, melyet az izomcsőbeli egy-fénytörésű állomány felhalmozódásának nyilvánítottam, oly helyeken, hol az izombeli sejtek szaporodása megy véghez. Ezen felhalmozódás rövidebb-hosszabb csíkokat képez, mint a 11 (*e, e* és *f*), 12 (*i* és *l*), 13 (*a, a* és *a*) és a 15-ik (*f, f, o*) ábrában láthatjuk, azokban pedig sorjában sej-

tek helyezvük el, melyek közül némelyek nagyobbak és idősebbek, mások kisebbek és fiatalabbak, s ismét mások az osztódás kisebb-nagyobb fokán (11 h, i, j és 12 k, n) lenni látszanak. Alakjuk különböző, majd hosszas petédedek, majd pedig rendetlenül sokszögletesek, mint ezt a 13 (b, b, b) és a 15-ik (g, i, j, m) ábra mutatja. Bennékük durván szemcsézett, s legtöbbjükben egy (15 g, i, m) vagy több (11, 12, 13) erős fénytörő szemcse található, de vannak egyesek (15 j, o), melyekben olyatén szemcsék nincsenek. Az ilyen csíkok sejteikkel igen sok félreértésre szolgáltatnak okot, noha az utóbbiak jelentőségére P. Peremeschko már múlt évben figyelmeztetett; gondos értekezete azonban viszhangra nem talált, valószínűleg azért, mert Kasan a polgárosodástól messze éjszakket felé esik; Engelmannak pedig különösen lehetett volna ajánlani, minthogy munkája II. és III-ik tábláján levő 3, 4 és 5-ik számú ábrái mindent inkább mutatnak, mintsem azt, mit a szerző akar. Mindenekelőtt ott az izomcsövekkel lerajzolt idegcsövek határozottan úgy látszanak, hogy az utóbbiak az előbbieket felett foglalnak helyet, meddig t. i. az idegcsöveknek nevezett alak-elemek kettőshatáruak. Mi pedig a halavány, finom szemcséjű csíkokat illeti, melyekről Engelmann véli, hogy idegcsöveknek izombelsejebeli szétágazásai, s a kéthatáru idegcsövekkel folytonosságban állanak, azok a már vázolt szemcsecsíkoknál határozottan nem egyebek. Nekem szinte mi sem állott volna utamban, hogy a 11-ik ábrában az e, e szemcsecsíkot a b ideg végi kiterjedésével (c), a 12-ik ábrában pedig a c idegnek d ágát, mely az izomcső felett h -nál elszakadva végződik, az i finom szemcsézettű csíkkal viszonyba hozzam; ezen hibától azonban megóvtak olyan képek, melyenek a 11-ik ábrában (f) nemkülönben a 12-ik (l), 13-ik (a, a, a) és 15-ikben (f, o) rajzolva, s melyeket valamely idegcsővel viszonyba hozni a legnagyobb elfogultság mellett sem igen lehetett volna. Nézetem igazolása mellett szól még az is, hogy mint Engelmann rajzaiból kitűnik, s mint maga is mondja, az izomcsőbeli idegágazások az izomcső bennékebe elmosódott határral mennek át, mi igen is erősíti abbéli állításomat, hogy a nevezett buvár izomcsőbeli szemcsecsíkokat idegvégződésekkel zavart össze. S hogy azon izombeli sej-

teket, illetőleg magvakat, melyeket a szemcsézett csikokban (Engelmann ideg-elágazásai az izomcső belsejében) látott, a magányosan álló, szaporodásban nem levő sejtektől valamennyire eltérőknek találta, azon csodálkozni nem kell, mert míg az előbbiek fiatalabb képződmények, az utóbbiak sokkal idősebbek. Így látható ez nálam is a 15-ik ábrában, hol p -nél magányosan levő régi sejt van, míg o -nál rövidebb, f -nél pedig hosszabb finoman szemcsésített csík foglal helyet, mindegyik szaporodásban levő sejtek sorozatával. Engelmann jól látott, s rajzai is meglehetősen hívek, miért tévedését már belőlük átláthatni, valamint az szinte mindjárt feltűnik, hogy a rajta uralkodó nézetnek valamennyire kedvezett; azonban hibája, hogy Kühne állításai ellenében nem volt eléggé önálló, mert míg a Pacini-Vaterféle testecs-szerű képződések létezését nem támogatja, az izomcsőbeli idegelágazások mellett a fentebb nevezett állapotokra nézve megmarad.

Kühne nagyobb díszmunkájában az V-ik tábla XVII. XVIII. és XIX-ik szép ábrái, melyeknek az izomcsőbeli idegelágazásokat, nemkülönben ezeknek az említett módon való végződéseit kellene tárgyalniok, egyebet szinte nem mutatnak, mint hogy az izomcső oly idegcsőhöz van viszonyítva, mely beléje nem hatol, hanem elszakadva történetesen rajta tapadt, a véletlenség pedig éppen úgy hozta magával, hogy az odatapadási hely szemcsézett csikokhoz essék. Azután pedig ha azon képződményekre egyetlen pillanatot vetünk, melyeket Kühne izombeli magvaknak nevez, csak azt gondolhatjuk, hogy a szerző kémszere határozottan igen rossz, minthogy vizsgálati tárgyát szerfelett átváltoztatja, mely kimondásban még inkább megerősödünk, ha a rajzolt haránt csikokat és a szerző által használt Hartnack-féle 10. számú igen jeles vízréteges lencserendszert (Immersion-system) tekintetbe vesszük. S hogy az idegvégződési állítólagos bimbók és az izombeli sejtek (magvak) között kémhatási különbség van, azt, mint már Engelmann bírálatánál tettük, korbelt különbségnek nézzük. Így pedig Kühne nézete mit sem nyer, habár Cohnheim az ezüst-áthatolási rendszerrel (Silber-Impregnation) mellette sikra is kel, minthogy ezen buvár csak olyan dolgokat hirdet izomcsőbeli idegvégzéseknek, melyeket ugyanazon

ellenvetések örnek, melyeket Kühne ellenében emelni kénytelenítettünk.

Az izombeli idegvégződésekre nézve még az is hibára vezethet, midőn az idegsövek az izomcsövek alatt futnak le, mint erre a 9-ik és 12-ik ábra például szolgál. Ilyenkor a vizsgálóban igen könnyen azon gondolat támadhat, mintha az idegső lefolyása magában az izomcsőben lenne, s az ebben levő különböző képződményekkel tévesen viszonyba hozhatja. A 9-ik ábrában az idegső (*e*) az izom felső végénél (*b*), ez utóbbi alá rejtőzik, s további lefolyásában rajta keresztül szemcsés sötét csikként tűnik elő (*e'*), mely végül valóban az izomcsőbe látszik menni, hol *f* kiterjedéssel végződik; itt tehát az idegnek az izomba való bemeneteli helye az utóbbi alatt fekvő felületén van. Az idegső lefolyása közben izomcsőbeli sejt (*d*) fekszik, mely az izombennék többi részénél kevésbbé áttetsző levén, előjövési helyének megfelelőleg az ideg láthatása meg van szakadva, mi némi elfogultság mellett olyszzerű nézetet ébreszthet, mintha az ideggel folytonosságban lenne. A 12-ik ábrában pedig az *e* idegág az izomcső alá hajol, hol *g* és *f* ágakra oszol, s ezekkel egyetemben sötét szemcsés csikként keresztüllátható, itt azonban a tévedéstől, hogy az izomcsőben fekszenek, az általuk követelt irány, megóvhat. A *g* ágcsa még az izomcső alatt megszakad, míg az *f* ágcsa annak alsó végén túlér.

Az izomcsöveket igen finom ruganyos rostok tágközű hálózata veszi körül, mint ezt a 14-ik ábra (*g*, *h*, *i*) elének tünneti, s azt már elég gyakran idegvégződésnek tekintették, mely hibának elkövetése annál inkább megeshetik, minthogy a ruganyos hálózat egyik főbb törzse az idegsővön (*b*) feküve folyhat le, mint ez épen a példaként ábrázolt esetben is előfordúl. Ily alkalmakkor, a végzetes tengelyszalagról való fogalmak mellett, csakhamar azon felfogás kerülhet érvényre, hogy ama ruganyos rost tengelyszalag, a ruganyos hálózat pedig a tengelyszalag szétágazásai folytán jött létre, míg a hálózat lefolyása közben látható és a kötszöveti sejtek maradványai-ként szereplő magvak (*t*, *t*) különös idegképződések benyomását okozhatják. Ezen ruganyos hálózat 1700-szoros nagyításnál képezi Beale ideghálózatát az izmok körül, míg

Margó ugyanczt az izmok belsejébe helyezi, s 3-ik (*d*), 5-ik (*f*), 9-ik (*f*, *k*) és 10-ik (*e*, *f*) ábráiban nem idegek, hanem ruganyos rostok rajzolvák le, melyek nem is az izomcsőben foglalnak helyet, mint ő mondja, hanem kívülök állanak. Margónak kétségkívül érdeme, hogy az idegcsőburoknak az izomcsővével való eggyé olvadását felismerte, s így valószínűvé tette, hogy az idegcső bennéke az izom összehúzódó állományával közvetlen érintkezésbe jut; további állításai azonban hibásak, s hogy ez így történt, csak az általa használt kémszereknek tulajdoníthatók, melyek iránt nagy előszeretettel látszik viseltetni, de melyek az izomcsőbeli idegvégződéseket ideje korán elroncsolván, azokat láthatlanná tették.

Hogy a ruganyos hálózat, melyet idegvégi készüléknek néztek, az izomcső körül foglal helyet, a felől oly helyek meggyőzhetnek, melyek a 14-ik ábrában *j*, *j*, *j*-nél láthatók, hol egyes rostok, kacsot képezve, az izomcső másik oldalára kanyarodnak, ezenkívül pedig látjuk, mint többen közülök az izomcsővön túlhaladnak. A ruganyos hálózat rostjai továbbá az izomcső felett egyes helyeken elszakadva lehetnek, mely elszakadási helyek (*p*, *r*) esetleg az izomcsőbeli sejteknek (*o*, *q*) megfelelőleg találhatók, s ha már a ruganyos rostokat tengelyszalagoknak tekintik, vajmi könnyen azon nézetre juthatni, hogy az izombeli sejt idegvégződés; mely tévedés még könnyebben lehetséges, midőn a ruganyos hálózatnak úgyszólván törzsrostja (15. ábra *e*) az idegvégződés felett (15 ábra *d*) van elszakítva, honnét azután egyes, az izomcső felett elágazó rostok mennek tova, melyek némelyike azon túlhalad (*k*, *k*), míg mások, izomcsőbeli sejt felé tartva elszakadás-al végződnek (*h*, *l*), s különösen a *h* rost épen *g* sejtnél van elszakadva, mi az emberben olyszzerű véleményt költethet, mintha az utóbbi az előbbinek végkészüléke lenne. Ilyetén tévedésektől megóvhatjuk magunkat, ha figyelünk, midőn a ruganyos rostok az izombeli sejtektől távol szakadvák el, nemkülönben midőn azok olyan sejteken haladnak keresztül (14 ábra *s*), s csak ezután szakadnak el; végül pedig tapasztaljuk, hogy vannak izombeli sejtek (14 ábra *n*, *n* és 15 ábra *p*), melyek az előbbiekhöz mindenben hasonlóak, a nélkül, hogy

a ruganyos rostokkal csak láti csalódásból eredő képzeleti összeköttetésben is állának.

Némely kémszerek az izomcső -bennéket egészen összerontják, midőn egyszersmind apró, majd fénylő, majd halvány, gömbölyded, vagy kevésbé szögletes szemcsék keletkeznek bennök, melyek azután sorjában rendeződnek, mint ezt a 14 (*m, m, l, l*) és a 15-ik ábrában (*b, b*) láthatjuk; különösen pedig az utóbbi ábra mutatja, hogy a szemcsesorozatok részint az idegcső (*d*) izomcsőbeli végződése (*f*) és a sejtek, részint ezen utóbbiak (*c, c*) között összeköttetési vonalat képezhetnek. Ezen összeköttetési vonalak, Hartnack-féle kitűnő vízréteges lencserendszer általi erős nagyítás mellett, egymástól tökéletesen elkülönözve levő szemcsékből állóknak bizonyúlnak; míg kevésbbé jó görcsövek gyengébb nagyításai a szemcséket egygyé olvasztva tüntetik elő, mint erre Margónak 4-ik ábrája például szolgál, ki a vázolt szemcse-rostokat látszólagos összeköttetéseikkel egyetemben idegvégi készüléknek tekintette.

Hogy mielőtt az idegcsövek az izomcsőbe mennének, idegsejtek által szakítassanak félbe, mint ezt Margó a rovarokra nézve állítja, s 8-ik (*d, d*) és 7-ik ábrájában (*g*) lerajzolja, meglehet, noha az ő rajzaiban amaz idézett helyek dúczsejtekhez semmiképen se hasonlók. Részemről csak annyit mondhatok, hogy az izomcsövek között, az idegcsövek lefolyása közben, idegsejtekre sohasem akadtam, noha azt legkülönbözőbb fajú rovarok számos példányaiban szorgosan kerestem. Azon megduzzadás, mit Margó idegsejtnak néz, az idegostódások helyén való ideghüvelybeli kötszövet nagyobb felhalmozódásánál aligha egyéb, míg az ottan levő magszerű képződmény hihetőleg kötszöveti sejt.

Kölliker elszakadt idegcsöveket és ruganyos rostokat ír le, s ezeket tartja idegvégződéseknak, mit tehet ugyan, de sajnálatos nála azon türelmetlenség, melyet mások munkálkodása és felfedezései ellenében kifejt, mely őt oly mohó ellenzésre ragadja, miszerint oly dolgok mellett nagy átkodottsággal küzd, mit méltóságosabb komolyság mellett bizonyára nem tenne.

Végül fentebb tett ígéretem értelmében azt is indokolnom kell, hogy miért tekintem az izomcsőbeli azon alak-elemeket sejteknek, melyek közönségesen magvakként tárgyaltnak. Némelyek kötszöveti sejteknek tartják, míg mások az izomképzők (Sarcoplasten) magvaiként nézik; én azonban Peremeschkóval tartok, ki azokat úgy veszi mint képződmények, melyek esetleg, körülmények szerint szaporodhatnak s egygyé olvadhatnak, mi által belőlők izomcső alakul, mely eleinte a régibben foglal helyet, de ez később a benne alakult fiatal cső határainak megfelelőleg hosszában széthasadoz, ekként egy izomcsőből több keletkezvén; sokszor azonban a régibb, úgy szólván anya-izomcsőnek ama széthasadozása elmarad, hanem a megszaporodott és egygyé olvadt sejtek a régibb izombennékkal szinte összeolvadnak. Az elősorolt átváltozások közben a fiatal sejtek közül némelyek, mint önállóak megmaradnak, s szerepkörük minden tekintetben olyan, milyen az állítólagos izomcsőbeli magvak, vagy helyesebben mondvá sejteké. Ezen izomsejtek valóságos izomképzők, melyek azonban önállóságukat megtartották, míg társsejtek az izomcsövet alkotó állománynya egyesültek, s bizonyos ingerhatások következtében olyképen mint a 11-ik (g, h, j, i) 12-ik (k, k) 13-ik (b, b, b) és 15-ik (g, i, j, m) ábrában látjuk, osztódás útján fiatal izomképzők eredésére vezetnek, s azon apró szemcsék, melyek ezen sejtekben láthatók, a kettős fénytörésű izomoszlopcsák elemeinél nem egyebek.

Hogy az izomcsőbeli sejtekből genysejtek, vagy ráksejtek legyenek, soha nem láttam, noha elégszer volt alkalmam úgy geny, mint rákképződést észlelnem, mely az izomcsővek és csőkötegek közti kötszövetben ment véghez. Itt szinte láti csalódásba juthatni, milyenben volt maga Weber is, midőn az izomcsővek felett a kötszöveti sejtekben létrejövő genysejteket az izomcsőbeli sejtekből létrejövőeknek gondolta; azt azonban nem tagadhatni, hogy az izomcsőburok sejtei (14 áb. f, f) úgy a geny, mint a rák alakelemei góczaivá válhatnak.

De ha az izomcsőbeli sejtek geny vagy rákbeli alak-elemekké nem is lesznek, bizonyos körülmények között, osztódás útján (18 ábra Ac, Bc'), olyszerű sejtek lehetnek belő-

lük, milyenek a 16 (*b, b*) és 18-ik (*A d, B d'*) ábrában láthatók, s melyek a sejtszerű izomelemekhez igen hasonlítanak, csak hogy ezeknek fejlettségi fokát el nem érték. Mindegyik izompéldány emberektől van, kik horpasztályog következtében haltak el. A 16-ik ábra 18 éves fiatal embernek szenvedő kékesfekete színű és igen feszes horpaszizmából való tárgyat tüntet elő. A genyképződés az izomcsövek és csökötegek közti kötszövetben ment véghez, míg az izomcsövekben (*a*) a kettős és egy-fénytörésű anyag között való különbség megszűnt, hanem az egész bennék hosszanti irányban lefutó rostokká hasadozott, melyek eczetsav és szikenylug irányában a kötszöveténél nagyobb, míg a ruganyos rostokénál csekélyebb ellenállást fejtettek ki, s közöttük az említett hosszas sejtek (*b, b*) találtattak. Az izomcső felett továbbá *c* ideg haladt tova, mely azután a cső állományába hatolt (*d*), mint ezt a mellette jobbra-balra kitérő rostirányok mutatják. A 18-ik ábra fiatal asszony horpaszizmából való izomcsöveket tüntet elő, melyekben az izomoszlopcsák és az ezek közti egy-fénytörésű állomány zsircseppekké és fehérrye-szemcsékké való szétesésben vannak, vagy már akképen szét is estek, míg az izomcsőbeli sejtek rendkívüli szaporodást mutatnak; *e-e*-nél pedig maga az izomcső szétesésben van.

A z á b r á k j e g y z é k e.

1-ső ábra. Könenyszénlégegben 24 órán keresztül ázott békaizomból, 540-res nagyítás.

a. Izomcső. — *b.* Az izomcső burka bennék nélkül. — *c, c.* Sejtek az izomcső belsejében. — *d.* Idegcső. — *e.* Az idegcső bennékének végződése az izomcsőben. — *f, f.* Az idegcső burkának átmenetele az izomcsőbe.

2-ik ábra. Könenyszénlégegben 6 órán keresztül ázott heveny békaizomból. 540-res nagyítás. Hogy az idegcső burkának az izomcsőbe való átmenetele látszassék, az izomcső maga nincs góczsíkban, miért elmosódva tűnik elő.

a. Izomcső. *f.* — *b.* Idegcső. — *c.* Az idegcső burkának az izomcső burkába való átmeneteli helye.

3-ik ábra. Könenyszénlégében 6 óráig ázott, ráknövedéssel együtt kiirtott heveny emberizomból. 540-res nagyítás. Az izom felfelé fekvő végi részlete ferde átmetszetben látható.

a. Izomcső. — *b.* A ferde metszetben ért izomoszlopocsák (sarcous elements). — *c, c.* Sejtek az izomcső belsejében. — *d.* Izomcső belsejében levő sejt ferde átmetszete. — *e.* Nagyobb idegcső. — *f* és *g.* A nagyobb idegcső ágai. — *h.* Az idegcső-buroknak az izomcsőburokba való átmenetele. — *i.* Az idegcső bennékének végződése az izomcsőben ferdén átmetszve.

4-ik ábra. Könenyszénlégében 4 óráig ázott békaizomból. 540-res nagyítás.

a. Az izomcső bennéke haránt irányban összevonódva, minélfogva a cső egy része, hol az idegvégződés van, üresen maradt. — *b.* Az idegcső burkának átmenetele az izomcső burkába. — *c.* Idegcső. — *d.* Az idegcső bennékének végződése az izomcsőben azon a helyen, mely üresen maradt. Ama végződés az izomcső burkán átlátszik. — *e, e.* Sejtek az izomcső belsejében.

5-ik ábra. Könenyszénlégében 12 óráig ázott, alsó ajakbeli ráknövedéssel együtt kiirtott heveny emberizomból. 540-res nagyítás.

a. Az izomcsőnek haránt irányban összevonódott bennéke, mely összevonódás után az izomcső egy része, hol az idegvégződés van, üresen maradt (*b*). — *c.* Idegcső. — *d.* Az izomcső burkának azon része, mely, az idegcső végződését fedve, az idegcsővel folytonosságban leszakadt. — *e.* A *d* alatt említett leszakadás helyén, mely *b*-nél nem teljes, támadt lik. — *f.* Az *e* likből legnagyobb részben kiálló idegcső-bennéki bunkószerű végződés, melyhez hasonló, még az izomcsőben helyet foglalva, a 4-ik ábra *d* betűjénél van rajzolva.

6-ik ábra. Könenyszénlégében 24 óráig ázott, alsó ajakbeli ráknövedéssel együtt kiirtott heveny emberizomból. 540-res nagyítás.

a. Izomcső. — *b.* Izomcsőben levő lik, hol abból az idegcső bennékének végződése kiszakadt. — *c, c.* Sejtek az izomcső belsejében.

7-ik ábra. Izomcsővekből kiszakadt idegcső-bennéki

küve. —*e'*. Az előbbi idegcsőnek az izomcső alatt tovamenő és átlátszó részlete. —*f*. Az idegcső bennékének végződése az izomcsőben, mely azonban a gócsík alatt levén, csak elmosódva látható. —*g, g*. Sejtek, melyek az ideghüvelyhez (neurilemma) tartoznak, hanem az idegcsőburokhoz tapadva.

10-ik ábra. Békaizomból Moleschott erős eczetsavas elegyében való 24 órai állás után. 750-szeres nagyítás. Vízréteges lencserendszer. *A* izomcső gócsíkban van, s harántcsikjai, izomoszlopcsákra feloldva, igen élesen láthatók. —*B*. Izomcső, mely a gócsík felett fekszik, s ezért haránt csikozatai, valamint ezek izomoszlopcsái, nemkülönben a többi alaki részek csak elmosódva tűnnek elő.

a. Idegcső, mely két ágra oszol. —*b*. Az idegcső egyik ága. —*c*. A *b* csőág bennékének végződése az *A* izomcsőben. Ezen végződés fogazot tszélű, az egyes fogak a haránt csikozatok közé beérvén. —*d*. Az *a* idegcső másik ága. —*e*. A *d* csőág bennékének végződése a *B* izomcsőben. A végződés olyszerű mint *c*-nél. —*f*. Sejt az *A* izomcső belsejében. A cső állománya a sejtsarkaknál hosszanti, a csőtengelylyel párhuzamos irányban meg van hasadva. —*g* és *h*. Szinte sejtek az izomcső belsejében, melyek sarkaitól az *f*-nél említetthez hasonló állománybeli hasadások mennek tova, s az egymásfelé tekintő sarkaktól tovamenők egymással összenyílnak. —*i*. Magábanálló hasadás az izomcső állományában. —*k, k*. Az idegcső burkának átmenetele az izomcsővébe. —*l, l*. Az ideghüvelyhez (neurilemma) tartozó kötszöveti sejtek, melyek az idegcső burkához tapadva maradtak. —*m, m*. Sejtek a *B* izomcső belsejében.

11-ik ábra. Békaizomból Moleschott erős eczetsavas elegyében 24 óráig való állás után. 750-szeres nagyítás. Vízréteges lencserendszer (Immersion-System).

a, a. Izomcső, melynek haránt csikjai izomoszlopcsákká szétozotva láthatók. —*b*. Idegcső. —*c*. Az idegcső végződése az izomcső belsejében. —*e, e*. Szemcsés állomány az izomcső belsejében, melyben izomképző sejtek foglalnak helyet. —*f*. Hasonlókép szemcsés tömeg az izomcsőben izomképző sejtekkel. —*g*. Izomképző sejt kettős fénytörésű szemcsékkal. —*h*. Izomképző sejt, közepén meghasadva, mi

osztódás kezdetére mutat. — *i, j*. Az osztódás eléhaladottabb fokán levő izomképző sejtek. — *k, k*. Az idegcső burkának átmenetele az izomcsőébe.

12-ik ábra. Békaizomból, Moleschott erős eczetsavas elegyében 24 óráig való állás után. 750-szeres nagyítás. Vízréteges lencserendszer (Immersion-System).

a, a. Izomcső, melynek haránt csikjai izomoszlopcsákká szétfejtve tűnnek elő. — *b, b*. Izomcső-burok. — *c*. Idegcső. — *d*. Az idegcső egyik ága. — *e*. Az idegcső másik ága, mely az izomcső alá hajol, elmosódva ezen keresztüllátható, s két ágcsára oszol. — *f*. Az egyik idegágcsa, mely alant, az izomcsőn túlérve, szabadon látható. — *g*. A másik idegágcsa, mely az izomcső alatt elszakadva végződik, s ezen át csak elmosódva vehető észre. — *h*. a *d* csőágnak, mely az izomcső felett foglal helyet, elszakadási helye, hol bennék-morzsalékai kicsiny gümöcsévé halmozódvák fel. — *i*. Szemcsés tömeg az izomcső belsejében. — *k*. Izomképző sejtek kettős fénytörésű szemcsékkal. — *l*. Másik, hosszanti irányu szemcsés tömeg szinte az izomcső belsejében. — *m, m*. Izomképző sejtek kettős fénytörésű szemcsékkal. — *n*. Izomképző sejt osztódásban, kettős fénytörésű szemcsékkal.

13-ik ábra. Békaporonty izmából, könhalvanysavval telített hamanyszénlégég tömény oldatában 24 óráig való ázás után. 750-szeres nagyítás. Vízréteges lencserendszer (Immersion-System). *A, B, C*. Részint egymás mellett, részint egymáson fekvő izomcsővek.

a, a, a. Hosszanti irányban elnyúló szemcsés tömeg az izomcső belsejében. — *b, b*. Különféle idomu sejtek az említett szemcsés anyag belsejében. — *c*. Idegcső. — *d*. Az idegcső bennékének végződése az izomcsőből kiér.

14-ik ábra. Békaizomból, eczetsavval túltelített hamanyszénlégég tömény oldatában 8 óráig való ázás után. 750-szeres nagyítás. Vízréteges lencserendszer (Immersion-System).

a, a. Izomcsőburok. — *b*. Idegcső. — *c, c*. Az idegcső burkának az izomcsővébe való átmeneteli helye. — *d*. Az idegcső bennékének végződése az izomcsőben. — *e, e*. Az ideghüvelyből (neurilemma) az idegcső burkán tapadva maradt kötőszöveti sejtek. — *f, f*. Az izomcső burkához tapadva levő

sejtek. *g, g.* Ruganyos rost, mely az ideg felett, annak hosszában halad tova. *h, h.* Ruganyos rostokból alakult hálózat, mely az izomcsövet fogja körül. *i.* Ruganyos rostokból álló hálózat, mely az izomcsövön levővel összefügg. *j, j.* Ruganyos rostok kacsái, melyekkel azok az izomcső alsó oldalára hajolnak. *k.* Igen elhalványodva mutatkozó haránt csíkok, igen elmosódott határszélű izomoszlópcsákkal. *l, l.* Fénylő szemcsékből álló sorozatok. *m, m.* Halvány szemcsékből álló sorozatok. *n, o, q.* Sejtek az izomcső belsejében. *p, r.* Az izmok belsejébeli sejtek felett elszakadva végződő ruganyos rostok. *s.* Ruganyos rost, mely *q* izombeli sejt felett tovahalad. *t.* Ruganyos rostok lefolyása közben levő magvak, melyek azon kötszöveti sejtek magvaiként tekinthetők, melyekből a ruganyos rostok alakultak.

15-ik ábra. Békaporonty izmából, mely 16 órán keresztül hamanyszénlégnek (KCy) könnyhalvanysavval telített töményoldatában ázott. 750-szeres nagyítás. Vízréteges lencseszűrőrendszer (Immersion-System).

a, a. Izomcső, melynek haránt csíkjai halaványan, de elég élesen láthatók. Az izomoszlópcsák egygyé olvadvák. *b* Idegcső. *c, c.* Az idegcső burkának az izomcsőbe való átmeneteli helye. *d.* Az idegcső bennékének végződése az izomcsőben. *f, f.* Szemcsés anyag az izomcső állományában. *g, i, j, m.* Sejtek a szemcsés anyagban. *e.* Ruganyos rost, mely, hálózataból leszakadva, az idegvégződés felett az izomcső-burkon fekszik. *h.* Ruganyos rost, mely, az izomcsövön feküve, ott van elszakadva, hol a *g* sejt látható. *k, k.* Ruganyos rostok, melyek, az izomcsövön haladva, azon túlérnek. *l.* Ruganyos rost, mely az izomcsövön való haladtában *j* sejt közelében megszakadt. *n.* A szemcsés anyag felett megszakadt ruganyos rost. *o.* Szemcsés anyag egyszerű és oszlódásban levő sejtekkel. *p.* Egyszerű sejt az izomcső belsejében. *q.* Az izomcsőben levő hézag, hol bennéke az idegvégződéstől tova húzódott.

16-ik ábra. Ember horpaszizmából, ennek lobos volta-kor. Kocsonyanedvben (corpus vitreum) vizsgálva. A boncsolás halál után 20 óra múlva történt. 540-szeres nagyítás.

a. Izomcső, melynek bennéke rostokká van hasadva.

b, b. Hosszu vékony sejtek az izomcső belsejében. *c.* Idegcső végződése (*d*) az izomcső belsejében.

17-ik ábra. A béka izmából hígított kőnhaltanysavban néhány óráig való ázás után. 750-szeres nagyítás.

a. Izomcső, melynek haránt csíkjai elenyésztek. *b.* Fénylő szemcsékből álló sorozat. *e, c.* Idegcsőburok átmenetele izomcső burkába. *c, c.* Izomcsőbeli sejtek. *f.* Idegcső bennékének végződése izomcsőben.

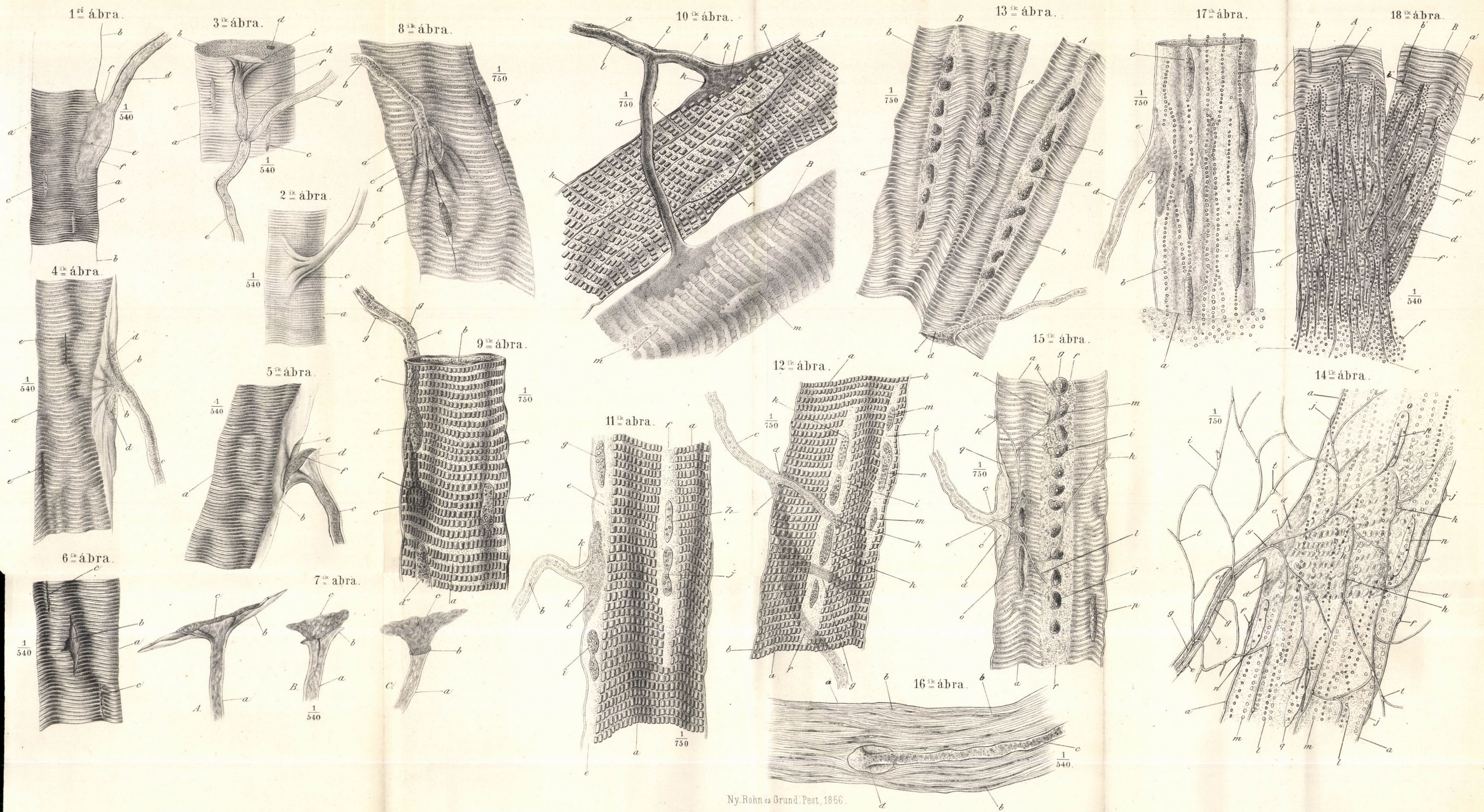
18-ik ábra. Ember horpaszizmából nagy foku lob után. Kocsonyanedvben (corpus vitreum) vizsgálva. Bonczolás halál után 14 óra múlva. 540-szeres nagyítás.

A. a. Izomcső, részben még kivehető haránt csíkokkal, melyek általában véve szemcsékké való szétesésben vannak. *b.* Épnek látszó sejt az izomcső belsejében. *c, c.* Oszlódásban levő sejtek. *d, d.* Oszlódás által származott sejtek. *e, e.* Hely, hol az izomcső a sejtek egymástól való széthullása következtében szétesik. *f, f.* A haránt csíkok állományából keletkezett finom és fénylő szemcsék.

B. a' mint *a.* *b'*, *b''* mint *b.* *c'* mint *c.* *d'*, *d'* mint *d.* *f'* mint *f.*

Kiigazítandó nyomdahibák.

168. lapon alulról	17. sor. követelt irány,	helyett	követett irány
170. „ felülről	7. „ 15-ik	„	17-ik
171. „ alulról	18. „ <i>g, h, j, i</i>	„	<i>g, i</i>
174. „ „	18. 19. „ melyben	„	melynek
174. „ „	2. „ <i>d, d és d</i>	„	<i>d, d' és d''</i>





ADATOK
AZ ORTHOTRICHUM DIAPHANUM SCHRAD.
SPÓRÁINAK KIFEJLŐDÉS-TÖRTÉNETÉHEZ.

JURÁNYI LAJOS ORV. TUDORTÓL.

Olv. Május 1-őjén 1865.

(2 táblarajzzal). 7.

A mohok- s általában az úgynevezett rejtvenősző növények (Kryptog.) nemi szervei, már a régibb fűvészek vizsgálódásának tárgyát képezték. A kutatók figyelme előbb inkább csak e szervek külidomi (morphologicus) viszonyaira volt irányozva, úgy hogy a törekvés végeztéljául majdnem kizárólagosan volt kitűzve az, hogy a rejtve- és nyilván nőszők nemi szervei közti azonosság fel legyen derítve, meg legyen állapítva.

Későbbi időkben, midőn a szabad szemmel észleléshez hatalmas segédül párosult a görcső használata, azon számos esetekben, hol előbb a szabad szemmel észleléssel kielégítő eredményre nem juthatva, csupán az elmélkedés állott segédül, most már lehetséges lett a tényekről tapasztalatokon alapuló meggyőződést s nézeteket szerezni; s így természetes, hogy a bűvárok figyelme is mindinkább mélyebbre hatolt, s hogy igyekeztek megismerkedni e szervek belalkatával, valamint azon folyamatokkal is, melyek által azok létrehozatnak, s melyek véghezvitelére hivatvák.

Habár az ide vonatkozó irodalomban több kitűnő fűvész nevével találkozunk is, nem kevésbbé számosak s eltérők azon nézetek, melyekre a különböző bűvárok vizsgálataik útján

jutottak; s e nézetkülönbség nem csak azok irataiban található, kik a mohok nemi szerveinek jelentőségével igyekeztek tisztába jönni, de azoknál is, kik e szerveknek szöveti alkatát s kifejlődés- törvényeit tanulmányozták.

Észleleteim tárgyát csupán a spórák kifejlődési története képezvén, e helyen csak a szorosan ide vonatkozó irodalmat veszem tekintetbe, s ebből is csak azon férfiak munkáinak megemlítésére szorítkozom, kiknek nézeteik többé- kevésbé elterjedtek, vagy korukban irányadók voltak.

Az első, ki a mohoknál tisztán fogta fel a nemi szervek jelentőségét, *Hedwig* volt *). De e kívül, habár ő, a mennyire az akkori eszközök megengedték, ismerte a mohok szöveti alkatát, sőt kimutatta azon sejtek rétegét, melyben a spórák létre jönnek: a spóráknak keletkezési s tovább- fejlődési módja előtte homályban maradt.

Bridel **) a spórákat azonosoknak tartá a felsőbb növények magvaival, s azt állítá, hogy valamint ezek a magzsinór által fűzetnek a magléczhez: úgy a spórák is hasonló, a magzsinórnak megfelelő, képlet által függesztetnek a tok úgynevezett belfalához.

Cassebeer ***) valószínűnek tartja *Bridel* állítását, mert mint állítja, ő maga is látott oly magzsinórszerű képlettel ellátott spórákat.

Az utóbb említett két bűvár nézetével ellenkezőleg nyilatkozik *Palisot de Beauvois* ****) azt állítván, hogy a spórák egyenértékűek a virágpor-sejtekkel, s a magvak azon apró szemcsék, melyek a tok oszlopcsájának sejtjeiben foglaltatnak.

Nees a spórákat magvaknak tartja *****), s azt állítja, hogy azok az oszlop sejtjeiben is fejlődnek.

*) *Hedwig*: *Theoria generationis et fructificationis plantarum Cryptog.* Pag. 129.

**) *Bridel-Brideri*: *Muscologia recentiorum.* Tom. I, 4. pag. 46. (1797).

***) *Cassebeer*: *Über die Entwickl. der Laubmoose.* 1832. 8 r. 45-ik lap.

****) *Palisot de Beauvois*: *Nouvelles observations sur la fructification des Mousses et des Lycopodes.* 1811. 4.

*****) *Nees ab Esenbeck* in: *Bryologia germanica* I, k. XXXIV 1.

E nézet ellen Brown Robert, és Mohl Hugo emeltek szót. Mig az előbbi Nees állítását oda igazítja, hogy az oszlop sejteiben talált spórák nem ott fejlődtek, hanem csak mesterségesen a kikészítés alatt jutottak a felmetszett sejtekbe*) az utóbbi azt hiszi, hogy a Palisot de Beauvois által magvaknak tartott szemcsék, az oszlop sejteiben tartalmazott levélzöld testecsek voltak **).

E vita már régen megszűnt ugyan s a támadóké volt a győzelem, de még sem tartom érdektelennek egy tény fel- említését, mely talán képes felderíteni azt, mi adott okot különösen Neesnek azon állítására, hogy a spórák az oszlop sejteiben is fejlődnek.

Lantzius-Beninga ***) újabb időben a mohok tokjának szöveti alkatát tárgyaló összehasonlító vizsgálatokat téven, vizsgálatai közben *Syntrichia subulata* nevű moh egy tokjában azon rendellenességre akadt, hogy a spórák ösanyasejteinek rétegéből egy sejtköteg nyomult az oszlop szövetébe, s mint egy ág hágott felfelé annak közép vonalát mindinkább megközelítve, egészen azon pontig, hol a tok szövete általmegy a kupak szövetébe. A készített haránt metszeteknél, különösen a tok felső részében, e sejtek természetesen az oszlop közepén foglaltak helyet, de mennél alább tette a metszeteket, e sejtek a lyzete is változott, a mennyiben mind inkább kisebb és közelebb estek az ösanyasejtek rétegéhez, míg végre ezzel egybe olvadtak. E rendellenességet Lantzius-Beninga nem látta ugyan többé sem ezen, sem pedig más mohnál, de azt hiszi, hogy talán hasonló rendellenesség indította Neest, nézete nyilvánítására.

Mint sok más szövet- vagy élettani kérdés megoldásánál, úgy itt is találkozunk Mohl Hugo ****) — a fáradhatlan

*) R. Brown's Vermischte Schriften. Herausgegeben v. Nees ab Es. II. k. 685. lap.

**) H. Mohl: Vermischte Schriften botan. Inhaltes. 1845. 73. lap.

***) Lantzius-Beninga: Vom Bau der Mooskapsel. Nova Acta Acad. C. Leop. Carol. Vol. XXII. P. II. 573 lap.

****) H. Mohl: Einige Bemerkungen üb. d. Entwickl.u. Bau der Sporen etc. Flora 1833. I. r. 49 lap.

s kitünő buvár nevével, kinek a tudomány már annyi becses adatot köszön. Ő az első, ki világosabbá tette a látkört a spórák kifejlődése körül; s habár e tárgyban először (i. h.) és egyszer teljesen ismételve, közzétett észleletei *) nem egészen teljesek s befejezettek is, mégis felülmúl ezen észleletek eredménye minden előbb felállított, s inkább csak pusztá elmélkedés, mint vizsgálatok útján szerzett tapasztalat által létre jött nézetet, s útmutató későbbi vizsgálatok tételére.

Mohl H. fenn említett munkálatában nem csupán a mohokra terjeszti ki figyelmét, de észleletei nyomán eléadja a májmo-hok, harasztok s. t. b. spóráinak fejlődését is. A mohok spóráinak fejlődését egészen öszhangzónak találja a májmo-hok s harasztokéval**), s azt állítja, hogy mindezen növényeknél minden anyasejtben négy spóra képződik. Fejlődésökről azt adja elé, hogy az anyasejtek tartalmát kis szemcsés tömegek képezik, melyek későbbben sejtfalat nyervén spórákká lesznek. Mivel némely anyasejtben — mint állítja — négynél több ily szemcsés tömeget is vett észre, ebből következtetve gyanítja, hogy az anyasejtekben négynél több spóra is fejlődhetik. Mily módon jönnek létre a spórák anyasejtjei, erről idézett munkájában említést nem tesz.

Meyen ***) részben elfogadja Mohl állítását, de e kívül a spórák fejlődésének egy az előbbtől egészen eltérő módját is leírja. Nevezetesen a Sphagnumnál következőleg adja elé e folyamatot: a Sphagnum tokjában először Conferva-szerű tagolt és elágazó szálakat lehet észrevenni, melyek a tok ürt betöltik. Későbbben ezen szálak végső tagjai felduzzadnak, gömb-alakuakká lesznek, s mint ilyenek hosszabb vagy rövidebb ideig összefüggnek szálaikkal. Ezen gömb-alaku sejtek falai ha azok már kellő nagyságra fejlődtek, befelé redőt képezve mint válaszfalak tovább-tovább nyomódnak a sejt ürébe, s négy kisebb sejtbe osztják az eredeti gömbsejtet; nem sokára a vá-

*) H. Mohl. Vermischte Schriften. 67-ik lap.

**) Mohl : Vermischte Schr. pag. 72.

***) Meyen : Neues System der Pflanzenphysiologie III köt. 388, 389 lap.

lasz-falak teljes kifejlettsége után a származott négy leánysejt egymástól elválík, mindegyik egy-egy spórát képezvén.

Mennyire távol van a spórafejlődés ezen rajza a valótól, megmutatták a későbbi bűvárlatok. Az újabb időben igen szép és részletes észleletek közzétételével gazdagították az ide vonatkozó irodalmat Lantzius-Beninga *), Hofmeister Vilmos **), és Schimper ***)) — E bűvárok nem csak azon változatokat s átalakulásokat vették tekintetbe, melyek a spórák képződését előidézendők, ezek anyasejtjeiben egy másra következnek de kiterjeszték figyelmüket arra is : mi módon jönnek létre magok ez anyasejtek. Bűvárlataik eredményét egymás mellé állítva s összehasonlítva, azt különösen Lantzius- és Hofmeisternél öszhangzónak mondhatjuk, míg Schimper azon állítása által, hogy vannak mohok, melyeknél a saját anyasejtek közvetlen az első vagy másodrangú anyasejtekből lesznek (Phascaceae, Archidiaceae, Pottiaceae), az előbbiektől eltér.

Mivel az utóbb említett bűvárok vizsgálódásának eredményével általában véve megegyeznek saját észleleteim, ez okból nem tartom szükségesnek az ő nézeteiket részletesen közölni; ott, hol némi eltérést találok, el nem mulasztandom azokat tekintetbe venni.

Mielőtt a spórák fejlődés-története körül tett észleleteim előadásához kezdenék, — legyen szabad röviden jellemeznem azon szerv szöveti alkatát, melyben ezen folyamat történik.

Már akkor, midőn a kanaf (seta) vége, hol a tok fejlődik még csak csekély fokú duzzadást mutat oldalain, e duzzadt részt — a tok ifjú fejlettségű szakát — vizsgálva, szövetét rétegekre különböztötnék találjuk.

Ha egy ily ifjú tokból vett sikerült hoszmetszetet körülbelül 80—100-szoros nagyítás mellett veszünk szemlélet alá, világosan látjuk, hogy az őt alkotó szövet nem képez egy

*) Lantzius-Beninga : De evolutione sporidiorum in capsulis Muscorum 1844.

**) W. Hofmeister Vergleichende Untersuch. üb. d. Keimung, Entfaltung u. Fruchtbildung etc. höherer Kryptogamen 1851.

***)) Schimper : Bryologia europaea 1860.

egész tömegében mindenütt összefüggő egészet, hanem hogy az egy kül- és egybelrészletre van válva. (I. Táb. 1. A, B).

Mindkét részlet több réteg által alkottatik, s e réteg- különbség, valamint a tok szövetének két külön részletre való különülése, ott kezdődik, hol a kanaf szövete általmegy a tok szövetébe. Az átmenet azonban világosan van határolva a tok és a kanaf szövete közt; mert míg ez utóbbinak sejtjei semmi rétegzést nem mutatnak, s a tok felé közeledtükben legfeljebb nagyságuk változik meg: a tok sejtszövete mindjárt kezdeténél rétegekre oszlik,— és sejtjei nem csak idomuk s nagyságuk által térnek el a kanaf szövetétől, de feltűnően s világosan jellemződnék az által is, hogy bennéjük levélzöldet is tartalmaz.

A tok szövetének két részlete annak alján bizonyos magasságig még egybe van olvadva (I. 1. a, a₁), de innét két külön tömegre válva s magok közt ürt hagyva halad felfelé egészen addig, hol mindketten a kupak (oper culum) szövete be menve át, egymással egyesülnek. De ha a tok szövete kezdetén, mint láttuk, a külső és belső szövet sejtjei nincsenek is ténylegesen egymástól elkülönítve, mégis e két részlet már itt is jellemezve van, és pedig az által, hogy ott, a hol a külrészlet a belsővel határos, két levélzöld tartalomban dús sejtréteg lép fel, melyek közül az egyik a belső, a másik pedig a külső részletnek képezi határ-sejtrétegét. A hossz-metszetről ezen levélzöld dús sejteket oly elhelyezésben látjuk, hogy általuk a tok ezen alsó részlete egy közép és két oldalsó kötegre látszik elkülönítve.

A külső sejtszövet-részlet a tok külfalát képezi, s ez következő alkattal bír: kívülről a külhám (epidermis) képezi az első sejtréteget (I. 1. b₁); ennek sejtjei általában nyújtottak, négy oldalú oszlopcsákhoz hasonlóak, külfalaik megvastagodottak, felettük elég erősen kifejtett bőr-anyag (Cuticularsubstanz) terül el (I. 2. a.). Egyes helyeken ezen nyúlt sejteket köbös (cuboid) sejtek váltják fel, mely utóbbiak a légszájadékokat (stomata) veszik körül (I. 2. b.); e szájadékok alatt elég tárg légüreket láthatni (I. 2. c.), melyek igen szűk légmenetekbe mennek által; számuk csekély, s a tok felületén minden rend nélkül vannak szétszórva. A tok igen ifjú

korában a külhám-sejtek a sejtnedven s képlőn (plasma) kívül csekély mennyiségű levélzöldet is tartalmaznak; de mennél inkább közeledik a tok megéréséhez, ezen tartalmuk is mind inkább eltűnik, folyadék-tartalmuk általában kevesbedik, a külfalak mindinkább vastagodnak, míg végre a megérett toknál folyadék helyett léget tartalmaznak, s a sejtfalak sárgásbarna szint nyerne.

A külhám után a tok külfalának közép része következik, s ezt két sejtréteg alkotja (I. 1. c.). Mindkettő—hoszmet-szetnél — 4 — 6 oldalú elég öblös és gyengéd falu sejtekből áll, melyek csekély mértékben tartalmaznak levélzöldet; ezt azonban a külső — közvetlen a külhám alatt fekvő — sejtek csakhamar elveszítik, míg a befelé esőknél azt még később is találhatni.

Az utolsó sejtréteg,— mely a küfal belső határ-sejtrétegét teszi, — részint helyzete, de más részt idoma által is igen könnyen megkülönböztethető az előbbiektől; mert sejtei jóval nagyobbak, többé-kevésbé gömbölydedek, s bőven tartalmaznak levélzöldet. (I. 1. d.)

Mindezen sejtrétegek csak lazán függnek össze egymással, s sejtheik kicsinysége miatt a tok küfala is csak csekély vastagsággal bírhat; részint ezért, részint pedig hogy az őt alkotó sejtek gyenge falazatuak, a tok fala is gyenge lenne, ha a külhám sejtheinek erős megvastagodása által nem nyerné azon szilárdságot, melylyel nem kis mértékben bír.

Alig halad a belrészlet, mely a tok oszlopát s az ezzel szoros összefüggésben levő sejtrétegeket képezi, azon ponttól, hol a közte s a küfal közt levő ür kezdődik, néhány sejtnyi magasságba, már is elváltozik idoma és szövete. E tájon t. i. rögtön kihasasodik, s bunkós alakot nyer, mely azonban a tok hegye felé való közeledtében ismét keskenyebbé lesz. Ezen bunkó-alaku sejtszövet-tömegnek közép részében levő sejtek közvetlen folytatását képezik az oszlopca alsó részének, s ugyancsak az oszlopcsát alkotják (I. 1. e.). Sejthei hosszudakok, nagyok, nagyságuk azonban e szerv felső s alsó vége felé kisebbedik, úgy hogy e helyeken köbösekké lesznek. (I. 1. f. f.) Tartalmuk a sejtfolyadékon kívül képlő (plasma v. protoplasma) melynek hártýarétege (Hautschichte) habár elég mennyiség-

ben van jelen, a szemecseréteget (Körnerschichte) nem köríti mindenütt, azaz nem képez egy minden oldalról zárt tömlő-szerű réteget, hanem helyenként hézagokat hágy tömegében; a képlő szemcse rétegében csekély mennyiségű levélzöld- s kemnye testecsek vannak beágyazva; a sejtmagot, valószínűleg szerfeletti kicsinysége miatt, csak egyszer voltam képes megkülönböztetni.

Az oszlop imént leírt részét köröskörül öt sejtréteg veszi körül, mely rétegek sejtjei úgy idomukra, mint értékükre nézve is különbözök. A tok igen ifjú korában mindezen sejtek dúsan tartalmazznak levélzöldet, s ekkor csak idomuk nyújt alkalmat közöttük rétegmegkülönböztetést találni.

A két belső réteg, mely az oszlop szövétével közvetlen összefügg, s a két külső, mely szabad felülettel határazódik a tok ürében s a régebbi íróknál a tok úgynevezett belfalát képezi együtt véve a spóra-tömlőt (Sporensack) alkotják, s magok közé zárják aspórák ősanasejtjeinek (Cellulae matriciales primordiales, Urmutterzellen) egyszerű réteget. (I. 1. g, g.) Míg a spóratömlőnek kül- s belfalát alkotó sejteknél a levélzöld testecsek a tok majdnem teljes megéréséig fellelhetők, az ősanasejteknél a tartalom e része csak e sejtek osztódási korszakáig marad fenn s ezzel egyidejűleg vagy még előbb is e sejtek bőven megtelnek sárgás-szürke színű, alig áttetsző szemcsés nyákos képlővel.

A spóra tömlő sejtjeiről legyen elég csak azt említmem, hogy a belfalat alkotók hoszmetszetnél 4—5 oldaluk, kicsinyek, a külfal sejtjei körül pedig azok, melyek az ősanasejtekkel függnek össze, köbösek; a legkülsők pedig azon háttértól kezdve, hol ez oszlopca kihasasodik, hengerdedek s elég nagyok (I. 1. h.).

Mint már említettem, a spórák ősanasejtjei egy egyszerű réteget képeznek. E sejtek idoma és nagysága annyira elüt az őket környező rétegek sejtjeitől, hogy ezektől már első pillanatra is világosan megkülönböztethető. Nagyságra nézve jóval felülmúlják a szomszéd rétegek sejtjeit, de e tekintetben egymás közt nem egyenlők, hanem a tok közép részében legnagyobbak, míg innét le és felfelé mindinkább kisebbek lesznek. Általában négyoldalu hasábokhoz hasonlíthatók,

s ez idomot különösen a tok középső harmadában lehet találni, míg a felsők s az alsók — a kisebbedés következtében köb alakot nyernek (I. 1. i, í). Elhelyezésök olyan, hogy hosszátmérőikkel párhuzamosan fekszenek a tok sugáraihoz, szélességi átmérőikkel pedig a tok érintőinek felelnek meg. Falaik gyöngédek, igen vékonyak, megvastagodást — azaz sejtenyerakodást — sehol nem mutatnak, s ezért mindenütt átlátszóak.

— Azon pontokon, hol e sejtek egymással, vagy a szomszéd rétegek sejtjeivel érintkeznek, fellelhető és kimutatható ugyan a sejt közti anyag, de oly csekély mértékben van kifejlődve, hogy e miatt e rétegek összefüggése laza. Tartalmuk, a kifejtetekenél csekély sejtnedv, igen bő képlő; a mint már fentebb is említém, az ifjú ősanyasejtek levélzöldet is tartalmaznak, de e tartalom oly arányban fogy, a milyenben a sejtek kifejlődése előre halad, míg végre teljesen elvész, úgy hogy az ősanyasejtek osztódási korszakában levélzöldet e sejtekben nem lehet találni.

A levélzöld testecseknek az ősanyasejtekből eltűnte után ezek mindinkább nagyobb mennyiségű képlővel (plasma) telnek meg, úgy hogy végre az egész tartalom csupán egy képlőtömegnek látszik lenni. Ez által már most képesítve vannak e sejtek azon folyamatok lánczatának megkezdésére, melyek által feladatuk betöltésének végpontjához mindinkább közelebb jutnak.

Az első változás az ősanyasejteknél ezek szaporodása, mely osztódás által eszközöztetik; a második pedig, mely az osztódás által létrejött leánysejtekben történő átalakulási folyamatok majdnem teljes bevégezése után következik be, az ősanyasejtek eredeti számának ismétli visszaállításában áll, s ez a benők képződött válaszfalak ez időbeni eltűnésének eredménye.

Habár épen nem nehézség nélkül, — mert a sejtek kicsinysége, s még inkább sötét, alig áttetsző tartalma elég akadályt nyújt a vizsgálónak, — mégis elég világosan és szépen lehetett követnem az osztódást annak különböző szakain át. Észleleteim által e folyamatnak következő képét nyertem:

Az osztódás kezdetére az teszi az észlelőt figyelmes-sé, hogy az illető sejtben a tartalom, a sejt hosszátmérője közepének megfelelő táján, oldalain csekély bemélyedést mutat.

E befűződés kivétel nélkül s szükségképen jelen van ugyan és látható minden osztódásban levő sejtnél, de mégsem lehetne e jelenségnek azon jelentőséget biztosan tulajdonítani, melylyel bír, ha nem lennének képesek egyszersmind kimutatni az okot, mely azt eléidézte.

Ugyanis, ha az ily állapotban levő sejtet figyelmesebb szemlélés alá vesszük, a görcső, s a sok esetben nélkülözhetlen vegyi kémszerek figyelmes és ovatos alkalmazása által sikerül fellelnünk a képződő, fiatal válaszfalat. Ez, — ha az osztódó sejtet ennek felső síkjára beállított tárgylencsével vizsgáljuk, — azon helynek megfelelőleg, hol a tartalom befűződése van, mint szerfelett vékony vonal húzódik át az osztódó sejt falán, s derékszög alatt éri el annak oldalfalait. (I. 3. a, 6-ik ábra a, II. táb. 1 ső áb. a).

Habár már magában véve e körülmény, hogy a sejtfalon ezen vékony vonalat mindig a tartalom befűződésének megfelelő helyen találjuk, s az, hogy e kettő e viszonyban minden osztódó sejtnél ilyképen látható, eléggé bizonyítják azt, hogy azon vékony vonal csakugyan fejlődése kezdetén levő válaszfal: teljes bizonyosságra csak akkor jutunk, ha a tárgylencsét (Objective) az osztódó sejt közép síkjára (Mittleebene) állítjuk be, s oly kémszereket alkalmazunk, melyek képesek a tartalomnak összehúzódását eszközölni, a nélkül azonban, hogy a sejtfalak, vagy — mi legfontosabb s legnagyobb elővigyázatot igényel — a fiatal válaszfalak a kémszerek behatása következtében széttromboltatnának. Én ezen kémszerek közül hígított borszeszt, vagy jól hígított ecetsavat használtam. *)

Az említett kémszerek alkalmazásánál csakugyan bekövetkezett a tartalom összehúzódása, s így a sejtfal s a képződő válaszfaltól eltávolodása. Meg kell itt azonban jegyeznem, hogy ezen sejteknél — valószínűleg a dús képlő-tartalom miatt —

*) A kémszereket illetőleg nem mulaszthatom el e helyen azt megjegyezni, hogy ezen és más hasonló esetekben azoknak hígítása elkerülhetlen szükséges, ha azok alkalmazásától eredményt várunk. Az erős borsesz, de még inkább a kelleténél csak kevésel töményebb ecetsav, a fiatal válaszfalakat széttrombolja, s így azokat fel nem lelhetjük. Én a borszeszt $\frac{1}{3}$ vízzel keverve alkalmaztam; az ecetsavból 5 — 6 csepp körülbelül egy drachma vízre tökéletesen elég a tartalom összehúzódásának eszközzésére.

az összehúzódás oly hirtelen következik be, hogy annak egyes mozzanatait megkülönböztetnem nem lehetett.

Az összehúzódás után szépen s világosan lehetett látnom a fiatal válaszfalat, mely megfelelőleg azon helynek, hol a tartalom befűződése volt látható, derékszög alatt indult ki a sejt oldalfalától, s terjedt annyira, mint a milyen mélynek látszott a kémszer alkalmazása előtt a befűződés, itt a mindkét oldalról szabad véggel végződő válaszfal végei közt maradt tért a közbezárt tartalom töltvén be. (I. 4. a.)

Mennél inkább eléhalad az osztódás folyamata, azaz mennél mélyebbre hatol fejlődése következtében a sejt ürének központja felé a képződő válaszfal: természetes, hogy az ennek szabad széleitől környezett nyílás, — melyen át a keletkezőben levő két leánysejt üre most még egymással közlekedik, — annál szűkebb, s az e helyet elfoglaló tartalom-részlet annál vékonyabb lesz; míg ellenkezőleg a tartalom oldalain a bemélyedésnek szükségképen azon arányban kell nagyobbodnia, mint a milyenben az ezt okozó válaszfal, képződésében elébb-elébb halad. (I. 3. b., 5. a, b.)

A válaszfalnak folytonosan tartó tovább fejlődése következtében annak befelé néző szabad szélei végre összeérvén egybeolvadnak, s így most már egy összefüggő folytonos hárttyát képezvén, mint kész válaszfal vonul át az anyasejt ürén, ez által két, egymásközt többnyire egyenlő nagyságu, s mindenkor egyenértékű leánysejtet hozván létre (I.3.c,5.c,6.b.).

Megemlítenédnek tartom még e helyen a következőket: az osztódás e sejteknél bár szabályszerűleg érintői (tangential) válaszfalak által történik, mégis előfordul — bár csak igen ritkán —, hogy az anyasejtek haránt válaszfallal osztódnak (I. 7. a, a,); a mi ezek fejlődését illeti, természet szerint áll erről az, mit a fentebb leírt érintői válaszfalakról mondtam. Az ősanasejtek osztódása nem egy időben történik, de ellenkezőleg oly anyasejtek közt, melyeknél az osztódás már teljesen bevégeződött, sőt a már létrejött leánysejtekben is, mutatkoznak a tartalom változásainak jelei; találunk — és pedig nem ritkán — olyanokat, melyeknél az osztódás vagy még csak kezdetén van, vagy pedig annak még csak jelei sem mutatkoznak. (pl. I. 3 d, 5 d, 6 c.)

Az osztódási folyamatnak fentebbi rövid vázlata után, önként áll élénk azon fontos kérdés, hol van az ifjú válaszfal képződésének kiindulási pontja? minek kell tartanunk a létrejött válaszfalat?

Mielőtt e kérdésre felelnék, legyen szabad előbb egy vizsgálataim közben észlelt tünetét felemlítnem.

Midőn a netalán jelenlevő válaszfalak felderítése végett az e célra készített metszetekhez gyenge borszeszt adtam, s a tartalom összehúzódását észlelém: míg ezt az anyasejtekben — mint már fentebb is említém — hirtelen láttam bekövetkezni, feltűnt, hogy a láttérben fekvő oszlopca sejtlejénél az összehúzódás jóval lassabban történik, s első pillanatra nem csekély hasonlatosságot véltem találhatni a sejt-tartalom összehúzódásának azon módjával, melyet, Pringsheim vizsgálatait ismételve, *Cladophora* és *Mougeotia* nevű algáknál láttam.

Sejtelnem nem csalt meg, mert ismételt kísérletek után nem csekély örömmel láttam a tartalom összehúzódása alatt e sejtekenél is bebizonyítani azt, mit Pringsheim*) — fényes és nagyfontosságú észleletei következtében — a Mohl-féle elsődsejtfalról (*Primordialschlauch*) állított. Legyen szabad most röviden leírnom, miképen megy végbe ezen épen oly érdekes, mint a sejt-képződés elméletére nézve oly nagy fontosságú tünemény az oszlopca sejtlejében.

Alig ér az alkalmazott borszesz ezen sejtekhez, s hatása nem sokára látható lesz, azaz megkezdődik a tartalom összehúzódása. Mindjárt e folyamat kezdetén világosan lehet megkülönböztetni a képlő hártya-rétegét (*Hautschichte*), mint a tartalom legkülső részét, a szemcse-rétegtől, mely attól befelé fekszik, s e sejtekenél különösen a levélzöld testecsek által van jellemezve (I. 8 a, b.). A hártya-réteg, mely a sejtfalhoz feküdt, most az összehúzódás miatt ettől lassanként eltávolodik, de a sejtfaltól elhúzódása alatt észre lehet venni, hogy az nem válik el egyszerre és síma felülettel a sejtfal minden pontjától, hanem attól előbb csak egyes helyeken

*) Pringsheim : Untersuchungen üb. den Bau u. Bildung der Pflanzenzellen. 1854. A szorosan ide vonatkozó rajzok e munkában III. Táb. 16 — 21 áb. IV. 2, 5, 24, 25.

s lassanként húzódik el, míg más helyeken hozzá tapadva marad (I. 8. c, c., 9. a. a.); mivel azonban a képlőnek a sejtfaltól elvált részlete az oda tapadttal összefüggésben van, menél inkább nagyobb fokra hág ezen összehúzódás, annál inkább hosszabbodnak s vékonyúlnak a képlőnek a sejtfalhoz tapadt részletei (I. 8 d, d. 9 b, b.), míg végre ezek vagy szintén elválnak a sejtfaltól s összeolvadnak a képlő többi részével (I. 9 c, c.), vagy pedig elszakadnak, s az egyik részlet a sejtfalhoz fekvé marad, míg a másik követi a vele összefüggésben levő képlő- részletet (I. 9 d.). E folyamat alatt a szemcse-réteg közvetlen összefüggésben lévén a hártya-réteggel, természetesen szintén változtatja helyzetét, s legnagyobb részével rendszeren az összehúzódó tartalom középrészében foglal helyet (I. 8 b, b, 9 f, f.), míg egyes részletei egybeolvadva maradnak a sejtfalhoz tapadva maradt hártya-réteg részletével; s innét van, hogy ezen részletekben majd mindig lehet egyes levélzöld testecskéket találni.

A csak röviden leírt folyamatból világosan látható, hogy a tartalom összehúzódásánál a képlő hártya- rétege nem úgy válik el a sejtfaltól mint egy összefüggő hártya, hanem mint valamely nyúlós, nyákos folyadék; s így határozottan kitűnik az is, hogy e sejtekben a tartalom nincsen a Mohl által felvett-primordialis tömlőbe, mintegy összefüggő sejtfalba bezárva, hanem hogy az itt is csupán a képlő ugynevezett hártya-rétegétől vétetik körül.

Bár ezen tünetet csak az oszlopca sejtjeiben sikerült észlelnem, mégis azt hiszem, hogy nem hibásan, de sőt következetesen járok el, ha felveszem, hogy a spórák ősan-yasejtjeinek tartalma sem bír a Mohl-féle primordialis tömlővel. De megvallom, nem is találok okot, mely ennek el- lent mondana. Legfeljebb talán azon körülményt lehetne ezen felvételem ellen felhozni, hogy a szóban levő sejtek nem egyenértékűek; azonban ezen látszólagosan nyomós ok is elveszti minden fontosságát, ha tekintetbe vesszük Pringsheim észleleteit, ki ugyane tünetet épen oly világosan s biztosan észlelte és írja le a virágpor-sejtekről, mint a moszatok (Algae) sejtjeiről is.

Ha tehát a tartalom az ősan-yasejtekben szintén úgy, mint

azt az oszlopcsa sejtjeiről egész határozottsággal állíthatom, nem bír a Mohl-féle primordialis tömlővel : úgy a válaszfalnak a Mohl elmélete szerint való képződése is önként esedik.

Nem tarthatom tehát a válaszfalakat a primordialis tömlő váladékának (*Secretum*), de felveszem, hogy azok itt is akképen fejlődnek, mint azt Pringsheim *Conferva*, *Spirogyra*, *Mougeotia* stb. moszatoknál, s *Althaea Allium* stb. virágporának anyja sejtjeinél a legfényesebben bebizonyította, s miről *Cladophora glomerata*, *Mougeotia genuflexa* moszatoknál, s az *Ornithogalum umbellatum* virágporánál magam is meggyőződtem.

Pringsheim, észleleteivel világosan kimutatta, hogy a válaszfalak képződése a sejtfalaktól indul ki, s hogy azok az anyasejt fal beredőzése által jönnek létre. Hogy történik e redőképzés, és melyek még azok az okok, melyek által Pringsheim ez elmélet felállítására jött, annak előadás munkám czélján s korén kívül esik.

Ákár érintői, akár pedig haránt válaszfallal osztódott az ősanasejt, az osztódás többé a létre jött leánysejtekben nem ismétlődik *); e helyett ezen sejtek tartalma van alávétve fontos átídomulásoknak.

A leánysejtek csupán idom és nagyságra különböznek az ősanasejtektől, mert köbűsek, s kisebbek mint az ősanasejtek, tartalmuk azonban ugyanolyan tulajdonokkal bír mint azt az ősanasejteknél láttuk. Az ezen sejteknél alkalmazott vegyi kémszerek hatását következőkbe lehet összefoglalnom :

Igen ifjú tokból vett metszetenél a hígított borszesz a tartalom rögtöni összehúzódását eszközöl; de ha az előbbinek megfelelő kifejelettséggel bíró sejtekhez erős borszeszt adtam, a tartalom összezsugorodásán kívül itt-ott észrevehető volt a válaszfalak szétomlása is; kifejelettebb sejteknél ezt nem tapasztaltam.

Iblanynak vízbeni oldata a sejttartalmat halvány-sárgára festette, szintűgy a sejt falakat is; de ez utóbbiakat csak

*) Csak egy sejt nál találtam azon rendellenességre, hogy a leánysejtek közül az egyik még egyszer osztódott, s így az ősanasejt három leánysejtre vált. (II. 2. ábra a.)

futólagosan, mert körülbelül $1\frac{1}{2}$ óra múltával, néha előbb is, e szint teljesen elveszíték.

Ha a metszetekhez előbb Iblanynak borszeszbeni oldatát s az után hígított kénsavat adtam, a sejtfalak előbb szép égkékre, később sötétkékre festettek; a tartalom, mely igen összezsugorodott volt, szennyes barna színűvé lett. *)

Igen hígított kénsav hasonló tüneteket idézett elé mint a milyeneket az erős borszesz behatásáról mondtam. A tömény kénsav romboló behatásának e sejtek sem képesek ellenlenni; a tartalom rögtön összetöppörödött szennyes sárga, azután barna lett, a sejtfalak előbb sárgás majd vörös barnává lettek, míg végre az egész metszet szennyes feketés szemcsés tömeggé bomlott szét.

Az ifjú leánysejteknel jó ideig csak a növekedés vehető észre, s ezzel összefüggésben a tartalom szaporodása. Ha azonban a sejtek teljes nagyságukat elérték, tartalmuk változást szenved.

Ugyanis észrevehető lesz, hogy a tartalom, mely eddig egy tömeget képezett, lassanként részletekre kezd szétválni. Ezen szétválásnak első jele az, hogy a tartalom többnyire — de nem mindig — tömege közepének megfelelő részén kétoldalt csekély bemélyedést mutat (I 3 e, e. II 2. b. 3 a). Ez mindinkább mélyebbre hatolván, a tartalmat végre két külön álló darabra osztja (I 5. e. II 1. c, c. 2. c, c. 3. b, b.), s ezzel bevégeződött az első mozzanat az új anyasejtek képzésére.

Vajjon a tartalom szétválását válaszfalak idézik-e elé vagy nem? e kérdésre jelenleg tagadólag kell nyilatkoznom.

*) A jód éskénsavvali eljárásra több modor van, de legalább eddigi tapasztalataim után egy sem oly biztos mint a Mohl által ajánlott. Szerinte előbb a jód borszeszbeni oldata hozatik érintkezésbe a készítménnyel, s ez abban hagyandó egészen a megszáradásig. Mohl ez után mindjárt a kénsavat (1 r. SO_3 2 rész vízzel) adja a készítményre; én előbb egy igen kis csepp vízzel nedvesítem meg a kiszáradt készítményt, s csak ez után alkalmazom a kénsavat s a várt hatás így sem marad el. A víznek a kénsav előtti alkalmazása különösen gyengéd és ifjú sejtszöveteknél azért ajánlható, mert így a kénsav nem hat be oly erőlyesen, minek nem ritkán a sejtek feloldása lenne következménye.

Húzas időn át s a tölem kitelhető legnagyobb ovatossággal tett vizsgálataim daczára sem sikerült itt válaszfalakra találnom; a tartalom összehúzódását eszközölő kémszereknek még nagyobb foku higitásai is csak a tartalom összehúzódását eszközölték, de e mellett a képződő vagy kifejtett válaszfalnak nyomát sem találhattam. Ez okból fel kell tennem, hogy a szétválás csupán a képlő hártya-rétegének beredőzése s ez által a tartalom többi részeinek mindinkább nagyobb fokban történő befűződése által megy végbe.

Megjegyzem még itt, hogy valamint az ősanasejtek osztódása, úgy itt is a tartalom két részletre való szétválása különböző időben történik.

Ha már mindezen osztódási átalakulások bevégeződtek, rövid idő múlva azt látjuk, hogy a szétvált részletek körül egy világos áttetsző hártyszerű réteg lép fel (II 4 a, b, c.). Ez nem más, mint a képlőnek most már mindinkább nagyobb mennyiségben képződő s világosabban megkülönböztethető hártya-rétege. Erről könnyen meggyőződhetünk, ha az ily sejtekhez borszeszt adunk, mire az egyes tartalom-részletek összezsugorodnak s e világos körszegély eltűnik; mi azon esetben, ha a részletek már sejtfallal volnának körülvéve, lehetetlen lenne, mert ekkor csak a tartalom összehúzódása lenne észlelhető, a nélkül azonban, hogy a fiatal sejtfalak eltűnének. Alkalmazott kémszereim sokkal inkább voltak higitva, mintsem feltehetném, hogy átalok a sejtfalak feloldattak.

A képlő ezen hártya-rétege akkor, midőn azt legelőször lehet megkülönböztetni, köröskörül ráfekszik az általa körülvett s közvetlen alatta fekvő rétegre; de később a fejlődés tovább haladtával bizonyos vastagságot elérve, attól elválk, lassanként tömöttebb állományúvá lesz, végre valódi hártává szilárdul, s mint ilyen, az ezen folyamat által létrejött új sejtek falát képezi (II 4, d.).

Ezen új sejtek a spóráknak anyasejtjei, s mint ilyenek igénylik a tüzetesebb vizsgálatot, s leírást. A mi ezen anyasejtek idomát illeti, legtöbbször gömb tetraéderhez hasonló alakkal bírnak, különösen akkor, ha az őket elkülönítő válaszfal korán felszívódva, e sejtek a Mohl által úgynevezett négyesfekvésbe

(Tetraedrische Lagerung) jönnek fejlődésük alatt; ezen alakon kívül azonban előfordúlnak pete és köröcz idomuaik is.

Úgy a kifejlődésben levő, mint a már teljesen kifejlett spóraanyasejtek falai meglehetősen vastagságúak, víztiszták, átlátszók; némelyeknél azon pontokon, hol e falak szöglet alatt érnek össze, csekély megvastagodást láttam (II. 10 a, a), de a sejtfal többi részén ezt egy esetben sem észleltem. Részint ez okból, hogy a sejtfalak más pontjain semmi lerakódás nem észlelhető, részint pedig ezen anyasejteknek sebes növekedése s kifejlődésük után tartalmuknak csaknem oly gyorsan bekövetkező átidomulása s továbbá a miatt, hogy a fentebb említett pontokon előforduló megvastagodást nem lehet úgy megkülönböztetni mint egy lerakódási réteget, sőt inkább az tömegében a sejtfallal teljesen egybe van olvadva: hajlandó vagyok feltenni, hogy az anyasejtek ezen vastagabb pontjai, nem sejtenye-lerakódás következtében jöttek létre. Jelenlétüket én következőleg hiszem megfejtetni: mint fentebb érintém, az ősanasejt két leánysejtjét elkülönítő válaszfal gyakran már azon időben felszívódván, mikor még a bennök képződő spóra-anyasejtek csak kifejlődésük kezdetén vannak, a válaszfal eltűnte után a négy képződésben levő spóra-anyasejt egymástól elkülönözve nincsen. Most már azok egymással érintkezésbe jönnek, és pedig annál inkább, minél nagyobbakká lesznek; s így a viszonyos nyomás következtében, melyet e sejtek növekedésük miatt egymásra gyakorolnak, azon pontokon, hol az egyik vagy másik sejtnak fala a legnagyobb nyomást szenved, a szomszéd sejtektől a még ez időben sejtenye fallá nem szilárdult hártya-réteg az oldalról jövő nyomás következtében összenyomatik, s az összenyomott részletek egymással egybeolvadván, egy összefüggő s rétegzés nélküli vastagodást képeznek. Korántsem akarom e nézetemet mint olyat felállítani, mely kétségtelenül megfejténé e kérdést; de másrészről úgy hiszem, hogy fentebb felhozott okaim szintén eléggé nyomósak arra, hogy a sejtenye-lerakodást kétségbe vonjam.

A mi a spóra anyasejtek falainak a kémszerekhez való viszonyát illeti, erről elég annyit mondanom, hogy az alkalmazott borszesz, jó d, kénsav, jó d és kénsav stb. itt is ugyanolyan tüneteket idéztek elő mint a melyeket az ősanasejtek leány-

sejtjeinél említettem, azon különbséggel, hogy a kémszerek itt gyorsabban s erélyesebben hatottak mint amott.

Van azonban e sejteknek egy sajátsága, melyet említenül nem hagyhatok, mert ebben eltérnek a többi ezelőtt jellegzett s ezután leírandó sejtektől.

Ha a spóra-anyasejteket vízzel hoztam érintkezésbe, az első feltűnő változás, mely ez által előidéztetett, abban állott, hogy a tartalom képlő része, mely, ha ezen sejteket száraz állapotban vizsgáljuk, az egész sejt ürét látszik körülvenni (II. 7.), most hirtelen összehúzódott s mintegy gömbbé idomulva úszott a sejtmedvében (II. 8.); összehúzódása következtében természetesen csökkent átlátszósága, s így ha már a szárazon vizsgált spóra-anyasejteknél is igen nehéz a tartalom alkatáról világos képet szerezni, a víz alatt szemléltetknél ez teljesen lehetlenné válik.

A tartalom összehúzódásával egyidejűleg észre lehetett vennem, hogy ezen sejtek gyorsan nagyobbodtak, a mindinkább eléhaladó felduzzadással eredeti idomukat elvesztve, rendszeren pete- s majdnem gömbalakuakká lettek. A felduzzadás, mi természetesen a vízfelvétel következtében történt, oly sebesen ment végbe, hogy néhány másodperc múltával majdnem minden sejt, mely a láttérben szemem előtt feküdt, elérte a felduzzadás tetőpontját. Ezen gyorsan bevégzett folyamat után, különösen az ifjabb spóra-anyasejteknél észre lehetett vennem a sejtfalak duzzadását is, mi által ezek vastagabbakká lettek. Ezen utóbb említett tünetet Hofmeister Vilmos is észlelte, s mint azon időben (1851) a Mohlféle első sejtfal egyik védője, e folyamatot a primordial tömlő önállósága mellett szóló bizonyítékok egyik legfontosabbjának tekinté. *)

Ma midőn Pringsheim fényes eredményű vizsgálatai által a primordiantömlőnek nemléte már majdnem teljesen be van bizonyítva, ezen tünet épen az ellenkezőt bizonyítja, s Pringsheim elmélete mellett szól. Mint láttuk, a spóra-anyasejtek fala közvetlen a képlő hártya-rétegeből képződik, s ennek a sejttartalom többi részeitől lassankénti elválása következtében lesz egy önálló tömlővé, mely az elválás előtt vele közvetlen összefüggésben volt tartalmat most már mint sejt-

*) Hofmeister V. : Vergleichende Untersuchungen stb. 1851. 721.

fal veszi körül. De természetes, hogy a mint az új sejt növekedtében, fejlődésében előbb-előbb halad, csak ezen tovább fejlődéssel lépést tartva lehet a sejtfalat képzendő hártárétegnek is mind azon vegyi és physikai változásokon átmennie, melyek által az végre sejtenyből álló sejtfallá lesz; s épen ezen fokenkénti fejlődésből magyarázható, hogy a különböző kifejllettségű sejtek, a hozzájuk adott kémszerekre más-más jelenségeket mutatnak.

Világosan kitűnik tehát a fentebbiekből, hogy ezen spóra-anyasejteknel is az ifjú még teljesen meg nem szilárdult sejtfal a vízfelvétel következtében könnyebben s jobban duzzad fel, mint az, mely a kifejlett sejthártya szilárdságát már tökéletesen elérte, s így összeállása tömöttebb s engedékenysége kisebb fokúvá lett; említém pedig, hogy az ifjú anyasejtek falai jobban duzzadtak fel.

De ha nem tekintem is azt, hogy mi módon jönnek létre, s hogy fejlődnek ki ezen spóra-anyasejtek falai: úgy hiszem, hogy a szóban levő tüneményt még sem egészen helyesen hozza fel Hofmeister a primordial tömlő védelmére, mert itt már nem annyira lehet szó a primordial tömlőről, mint épen ennek (Mohl szerint) váladékáról, a sejtfalról.

A spóra-anyasejtek növekedése, kifejlődése sebesen történik. Nem lehet ugyan szorosan meghatározni, hogy mennyi időt igényelnek e sejtek kifejlődésükre: de hogy ezek növekedése elég gyorsan meggyéghez, igen valószínű, ha tekintetbe vesszük részint azt, hogy egy és ugyanazon tokban s egymáshoz közel fekvő sejtekben ezen anyasejteket a fejlődés kezdetén vagy ennek bevégeztéhez már közel állóknak találjuk; részint pedig azt, hogy egyenlő nagyságu s korukat tekintve külső, szabad szemmel szemlélet által meg nem különböztethető tokokat vizsgálva, az egyiknél már kifejlett anyasejteket találhatni, míg másoknál még csak a tartalom elválását látjuk.

Mennél inkább nagyobbodnak ezen sejtek, természetesen annál nagyobb tért kívánnak; s így ha fejlődésük kezdetén az őket magukban foglaló sejtek ürét nem töltik is be egészen, később azt mindinkább elfoglalják, nagyobbodásuk következtében ezek falaira nyomást gyakorolnak, minek első már fentebb is említett következménye az, hogy először a két-

két spóra anyasejtet egymástól elkülönítő válaszfal tűnik el, később pedig felszívódnak az ösanyasejtek falai is, s ez által a spóra-anyasejtek szabadon s rendetlenül fekszenek egymáson azon ürben, melyet spóratömlő (Sporensack) névvel jelölünk. Kifejlett spóra-anyasejteket az ösanyasejtjeikben, melyekben fejlődtek, találni igen nehéz, s csakhúzamos és óvatosan ismételt sokszori metszés után sikerül egynéhány sejtet kivenni (II 5, 6.), s csak egy esetben láttam, hogy a spóra-anyasejteket elkülönítő válaszfal egy sejtben még megvolt (II 5. a.)

Ha már a spóra-anyasejtek szabadon hevernek a spóratömlőben, némely esetekben már előbb is megkezdődik tartalmuk átalakulása. Ez hasonlóan megy végbe, mint az ösanyasejt leánysejtjeinek tartalmánál láttuk. Ugyanis minden spóra-anyasejtnél részletekre válik szét a tartalom, és pedig előbb két részletre (II 9 a; 10 b), s ezek ismét kettőre válnak szét, úgy hogy az oszlás bevégezte után az anyasejtben mindenkor négy részletre oszolván látjuk a tartalmat (II 10 c, c), Hogy négynél több részletre oszlott volna a tartalom, azt egy esetben sem észleltem.

Az imént mondottakból látható, hogy a tartalomnak részletekre való szétválása itt önként, válaszfalak képzése nélkül megy végbe. A spórák fejlődése körül tett eddigi vizsgálatok azt mutatják, hogy e folyamat a mohoknál általános s mint Hofmeister V. vizsgálataiból kitűnik, csak néhány mohfajnál (pl. *Funaria hygrometrica*, *Archidium phascoides*) fordul elő azon eset, hogy a spóra-anyasejtekben válaszfalak képződven, négy új leánysejt támad, melyek mindenikében csak egyegy spóra fejlődik; s így az ezen oszlódás által származott leánysejtek a spórák *saját anyasejtjei* (cellulae matrices speciales.) Ezen okból nem igen helyeselheto azon eljárás, hogy a spóra-anyasejtek még oly szerzőknél is mint Lantzius, Schimper stb. minden esetben saját anyasejteknek neveztetnek. Figyelmes összehasonlítása azon sejteknek, melyekben saját anyasejtek fejlődtek vagy fejlődnek, azokkal hol ez nem történik, eléggé meggyőző a felől, milyen a különbség az anyasejtek e kétféleségénél, s mennyire jogosult azon elnevezést általában minden mohra kiterjeszteni.

Milyen szerepet játszik a sejtmag a spóra-anyasejtek

tartalmának ezen részletekre való szétválásánál, ezt nekem nem sikerült követnem s megállapítnom. Hofmeister V. szerint a tartalom oszlása előtt a spóra-anyasejtben egy nagy sejtmag van, de a mely még mielőtt a tartalom oszlása megkezdődnék, eltűnik, s helyette nem sokára két ifjú sejtmagot lehet az anyasejtben látni. Ezek létre jötte után a tartalom úgy válik két külön tömegre, hogy mindenik magába zárja egyikét a sejtmagváknak. Rövid idő múlva azután e két részlettel ugyan e folyamat ismétlődvén, meg van vetve alapja a leendő spóráknak, s ezek első kifejlődési szakát képezik.

A különvált tartalom-részek vagy szabadon fekszenek az anyasejt ürében s párosan kettenként egymás átellenében helyezvék, vagy pedig, mi sokkal gyakoribb, az anyasejt ürének közepében a Mohl által jellegzett négyes fekvésben (Tetraëdrische Lagerung) vannak. Megjegyzendő azonban, hogy a tartalom részletei, nem mindjárt különválásuk után jönnek a négyes fekvésbe, sőt inkább akkor legtöbbször kettenként szemben állanak egymással, s csak később további fejlődésük folyama alatt közelednek egymáshoz, s jutnak a fentnevezett helyzetbe. Az egyes részleteket ezen említett két módon kívül még más helyzetben is lehet találni, ezek azonban mint nem jellegzők s legtöbbször csak esetlegesen előidézettek, elhagyhatók.

Az egyes részletek idoma különböző, mondhatnám rendetlen, s ez leginkább onnét magyarázható, hogy a befűződési vagy osztódási vonal nem részarányosan metszi az elkülönítendő tartalom felületét; miért nagyságuk is különböző.

Ezen osztódási folyamat bevégezte után, rövid idő elteltével az egyes részleteknél a képlő hártya rétege lassanként sejtfallá fejlődvén át, azokat mint ifjú spórákat találjuk az anyasejtekben (II. 9 b. 10 d, d.). Mint ilyenek rendesen a négyes fekvésben vannak, s az anyasejtekben csak élesebben határolt körvonalaik s az által különböztethetők meg a tartalom azon részleteitől, melyeknél ez ifjú sejtfallal még ki nem fejlődött, hogy ezeknél nagyobbak.

Nem állíthatom teljes biztossággal, de azon körülmény miatt, hogy e moh tokjait vizsgálván, nem ritkán találtam a spórák tömlőjében már szabadon heverő s még igen ifjú

fejlettségű spórák ra, úgy látszik, hogy ezek a sejttal létrejötté után csak rövid ideig maradnak az anyasejtekben. Megjegyzendő, hogy ily esetekben mindig találtam oly spórákat is, melyek még az anyasejt ürét el nem hagyták.

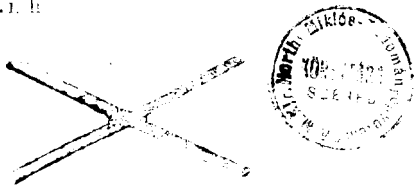
Mi módon lépnek ki az ifjú spórák anyasejtjük üréből, valjon az anyasejtek akkor, ha a bennük foglalt ifjú spórák bizonyos fokig kifejlődtek, egyszerűen felszivódnak-e, vagy előbb felrepedve utat nyitnak a spórák kilépésére? e kérdést közvetlen észlelet által eldönteni nem sikerült.

Hofmeister V. *) az először említett mód mellett nyilatkozik, s én az ő nézetében osztozom. E nézet elfogadására indít engemet részint azon körülmény, hogy felrepedt s tartalom nélküli anyasejtet soha nem sikerült találnom, részint pedig az, hogy az ifjú spórákat az anyasejtből kilépés után is igen sokszor lehet négyes fekvésben találni úgy, a mint az anyasejtben rendesen elhelyezve vannak. Igaz ugyan, hogy ez anyasejtek falainak felszívódását illetőleg vékonyodását, s így lassanként eléhaladó szétomlását szintén nem láttam: de tekintetbe vévén ezen sejtek kicsinységét, könnyen felfogható, hogy ezen folyamatnak észrevétele a legnagyobb vigyázat s a legjobb eszközzeli vizsgálat mellett is a legnagyobb nehézséggel jár, s így könnyen elkerüli az észlelő figyelmét.

Az ifjú spórák az anyasejtből kilépésük után még nem bírnak mind azon jellegekkel, a melyekkel a már teljesen kifejlett spóráknál találkozunk. Azonkívül hogy — habár nem sokkal — kisebbek a kifejletteknél, még faluk s tartalmuk szerkezetében is különböznek azoktól. Faluk igen gyöngéd, vékony, teljesen átlátszó, s a bekövetkező megvastagodásnak kezdetét sehol nem mutatja. Tartalmuk világos, majdnem átlátszó szemcsés nyákos folyadék, melybe a majdnem minden ily ifjú spóránál fellelhető sejtmag (II. 11. a b, c. d) rendesen a spóra kerületi részén van beágyazva.

Gyenge borszesz a tartalmat az első pillanatra még átűnőbbé változtatta, de csakhamar bekövetkezett ennek összezsugorodása is. Erős borszesz alkalmazásánál némelyeknél észlelnem lehetett a tartalom összehúzódásán kívül a sejttal

*) Hofmeister V. l. l.



feloldását is, míg mások e folyadékknak e tekintetben erősen ellenállottak.

Az iblany vizbeni oldata a sejtfalet sárgára festé, míg az iblany borszeszbeni oldata s az ezután alkalmazott hígított kénsav a sejtfaletat szép kékre festé. Tömény kénsav a sejtek rögtöni szétbomlását idézte elő.

Az ifjú spórák megérésükig csak csekély mértékben növekednek, úgy hogy a teljesen kifejlett s érett sejtek, összehasonlítva az ifjakkal, csak kevéssel nagyobbak. Azonban ezen növekedésük alatt mind a tartalom, mind a sejtfalet változást szenved. A sejtfaleton észlelhető változás abban áll, hogy annak külfelületén az úgynevezett bőr (Cuticula) képződik. Ez a már érett spóráknál, tekintve e sejtek kicsinsységét, erősen van kifejlődve, de nem képez egy a sejtfalet mindenütt takaró folytonos hártját, hanem szerfelett sűrűen recézett hálóként terül el annak felületén, úgy, hogy az ezen háló fonalai közt szabadon maradó pontok csak mint igen apró bemélyedések mutatkoznak. A sejtfalet ezen sajátsága miatt a spórák igen csinos küllemet nyernek, s első tekintetre úgy látszik, mintha faluk igen apró sejtekből lenne alkotva (II. 14 a, b). A bőr kifejlődését illetőleg, míg itt, mint a fentebbiekből kiténik, az csak azután áll be, miután a spórák az anyasejt ürét elhagyták, Hofmeister V.*) észleletei szerint ezen folyamat az általa vizsgált mohoknál (*Phaseum cuspidatum*, *Gymnostomum pyriforme* stb.) már azon időben állt be, midőn azok még az anyasejtekből foglaltak s ezek felbomlása kezdődik.

Ugyanazon időben, midőn a sejtfalet az előbb leírt változaton megy át, a sejtnek tartalma szemcsedúsabb, sötétebb lesz, s benne itt-ott olaj cseppeket lehet találni, melyek annál számosabbak s nagyobbak, mennél kifejlettebbé, érettebbé lesz a spóra. (II. 16 a, a.)

A száraz állapotban vizsgált érett spórák majd mindig gömbtetraöderhez hasonlóak, s gyakran lehet őket még négyes fekvésben találni (II. 12 a, a.); azonban ha vízzel jönnek érintkezésbe, lassanként felduzzadnak, s gömb- vagy pete-ala-

*) Hofmeister V. : Vergleichende Untersuch. etc. 73. lap.

kot nyernek (II 13. a, b.), s ilyenkor színük is világosabbá lesz, s különösen akkor, ha az olajcseppek még nem igen számosak, könnyen lehet a kerek s erősen fénytörő sejtmagot fellelni s benne egy magtestecset megkülönböztetni (II. 13 c, c.).

Borszesz a tartalom összehúzódtását eszközölte, ugyan így, de sebesebben hatott a hígított s tömény kénsav is, mely utóbbi azonban a sejtfalakat vörösrre festette s azoknak igen lassu szétbomlását eszközölte; különösen a bőranyag igen soká ellent állott e folyadéknak, úgy hogy még 24 órai behatás után is találtam sejtekre, melyeken alig mutatkozott hatása a nevezett kémszereknek (II, 15.). A szétrombolt sejtek tartalmát a kénsav feloldotta, azt előbb fekete szemcsés tömeggé változtatván.

Eléadott észleleteim eredményét röviden a következőkbe foglalom össze :

1. Az ősanasejtek rendesen érintői, igen ritkán haránt válaszfalakkal osztódnak. Az osztódásnál a válaszfalak itt is a Pringsheim által megállapított törvény szerint képződnek. E folyamat az ősanasejtekben szabály szerint többé nem ismétlődik, s a képződött válaszfalak még azon időben eltűnnek, midőn a spóraanasejtek még csak kifejlődésük kezdetén vannak; ezek kifejlődésének bevégeztével felszívódnak az ősanasejtek falai is.

2. Az által, hogy az ősanasejt leánysejtjeinek tartalma mindenikben két két részletre válik, meg van vetve alapja a fejlődendő spóra-anyasejteknek. A spóra-anyasejtek fala, közvetlenül az egyes tartalom-részletek képlőjének hártya-rétegéből (Hautschichte) lesz.

3. A spórák e mohnál is egyszerűen anyasejtjeik tartalmának négyrészre való szétválása által jönnek létre, a nélkül hogy a spóra-anyasejt osztódott volna; a spórák tehát itt nem birnak saját anyasejtekkel (Cellulae matric. speciales).

4. A spórákon a bőranyag (Subst. Cuticularis) nem akkor fejlődik, midőn még ezek anyasejtjeikben tartalmaztatnak, mint ezt Hofmeister az általa vizsgált mohokról állítja; hanem csak jóval azután, midőn mára spórák anyasejtjeiket elhagyták.

A z á b r á k m a g y a r á z a t a . *)

I. Tábla.

1-ső ábra. A tok, hoszmetszetben 100-szoros nagyítás mellett szabadon rajzolva. *A*, a tok szövetének belrészlete; *B* és *B*, a külrészlet vagyis a tok fala; *a*, *a*, a tok azon része, hol a kül- s belrészlet még nincsen különválva; *b*, a külhám; *c*, a tok falának közép részlete; *d*, a tokfalának belső-határ sejtrétege; *e*, *f*, az oszlop; *g*, a spórák ősanysajtjeinek egyszerű rétege, melynek sejtjei a tok hegyén és alján köbösök; *i*, *h*, a spóratömlőnek külső, *k*, ugyanannak belső fala

2-ik ábra. Hoszmetszet a tok falából $\left(\frac{250}{1}\right)$; — *a* külhám sejtek, melyek felett a bőranyag húzódik el; *b*, légszájadék (Stoma); *c*, a légszájadék alatt levő légűr.

3—6-ik ábra. Hoszmetszetek $\left(\frac{370}{1}\right)$. Az ősanysajtje az osztódás különböző szakaiban; — 3. és 6. *a*-nál e folyamat kezdete; — 3. *b*, és 5. *a*, *b*-nél az osztódás előbbhaladt szakában; — 3. és 5. *c*, *c*, és 6 *b*-nél sejtek az osztódás bevégezte után; — 3. *d*, 5. *d*, és 6. *c*-nél oly sejteket látunk, melyeknél az osztódás még be nem állott; — 4-ik áb. *a*, egy osztódásban levő sejt, ennek középsikjára beállított tárgylencsével szemlélve; *a*-nál a képződésben levő fiatal válaszfalat látjuk a sejt üre felé beállani.

7-ik ábra. $\left(\frac{250}{1}\right)$ hoszmetszet egy tok alsó részéből, hol az ősanysajtje haránt válaszfalakkal osztódtak.

*) Az I. táblán az 1-ső ábra kivételével valamennyi ábra a Hartnack-féle rajzkészülékkel van lerajzolva, és pedig az I. táblán a 2-ik, 7-ik és 8-ik ábra $\frac{250}{1}$, a többi pedig $\frac{370}{1}$ szoros nagyítás mellett.

A II. táblán az 5-ik és 6-ik ábra $\frac{400}{1}$, a többi pedig mind $\frac{370}{1}$ szoros nagyítva.

8—9-ik ábra. Sejtek az oszlopcsából, hígított borszeszszel kezelve, melynek behatása alatt, a tartalom összehúzódásának különböző mozzanatai egymás után vannak letéve s láthatók.

II. Tábla.

1—3-ik ábra. Az ősanasejtek leánysejtjeiben a tartalom részletekre való oszlásának különböző szakai. 1. áb. (haránt metszet) *a*, egy oszlódásban levő sejt; *b*, sejt az oszlódás után; *c*, *c*-nél a tartalmat már két-két részletre látjuk oszolva, szintén így a 2-ik ábrán *c*-s a 3-ikon *b*-nél; a tartalom két külön részletre való oszlásának kezdetét látjuk a 2-ik ábrán *b*-nél, a 3-ikon *a*-nál (s ugyanígy az I. táb. 3-k áb. *e*-nél). A 2-ik ábrán *a*, sejtben az osztódás az egyik leánysejtben ismétlődött.

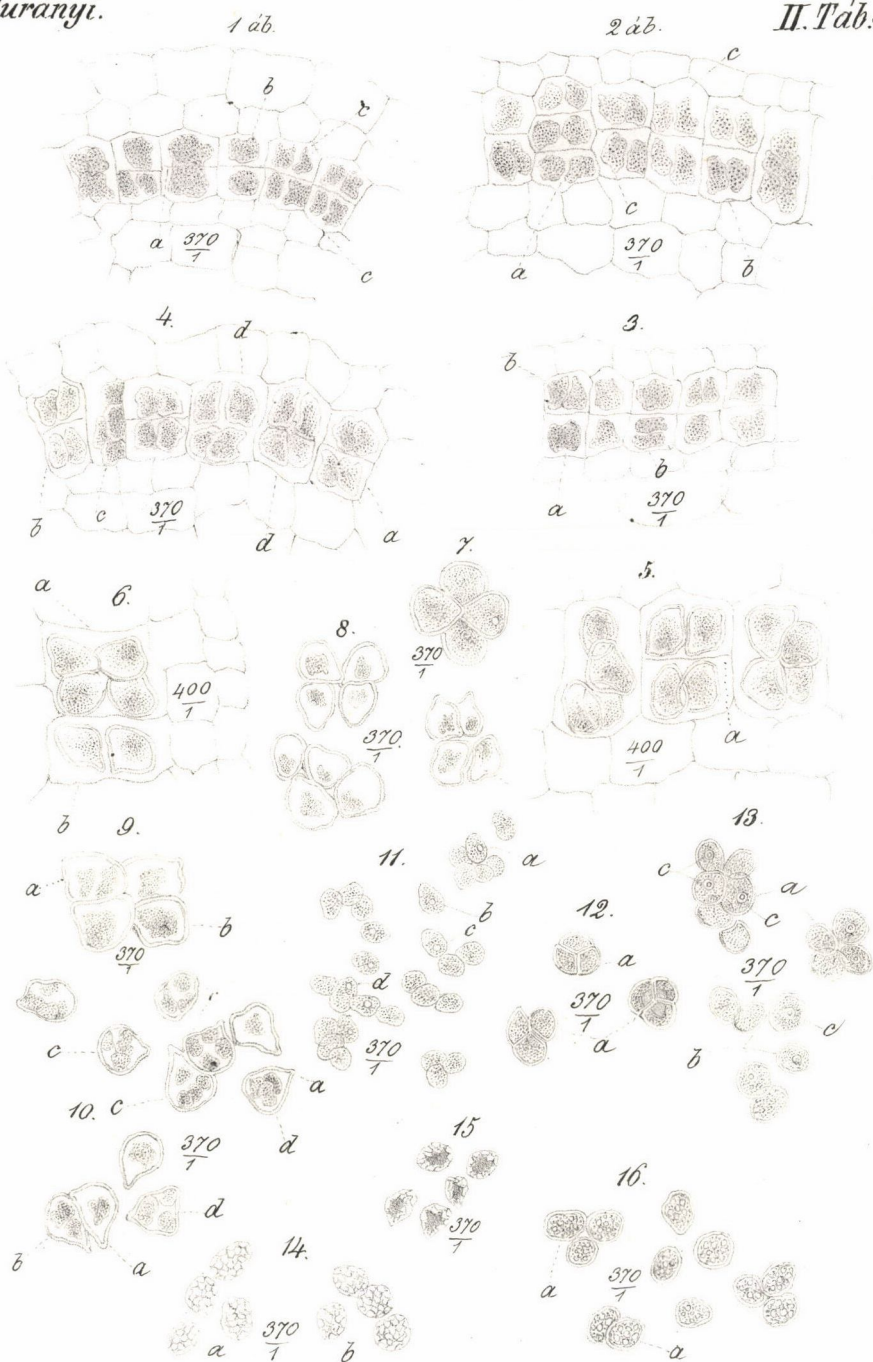
4-ik ábra. A spóra-anyasejtek fejlődésének kezdete; *a*, *b*, és *c* sejtekben a tartalom körül a képlő hártya-rétege még csak mintegy vékony világos szegély látható, ez későbbben a tartalom többi részétől elválván, az ifjú spóra-anyasejtek falát képezi *d*, *d*, — látjuk egyszersmind e két utóbbi sejt-nél, hogy a még igen fiatal spóra-anyasejteket elkülönítő válaszfal már nincsen jelen.

5—6-ik ábra. Kifejlett spóra-anyasejtek az ősanasejtekben; az 5. áb. *a*-nál azon ritkán található esetet látjuk, hogy az ősanasejt leánysejtjeinek válaszfala még nem szivódott fel. A 6-ik ábrán a sejtben, *a*—a spóra-anyasejtek egymás mellett fekszenek; — *b* sejt-ből a másik két spóra-anyasejt valószínűleg a kikészítés alatt veszett el.

7—10-ik ábra. A spóra-anyasejtek. 7-ik áb. Ilyen sejtek szárazon vizsgálva, a tartalom képlője az egész sejt kerületén el van terülve; 8. áb. *a*, és *b*-nél spóra anyasejtek víz alatt szemlélve, mint látjuk a képlő ezeknél gömb-alaku tömeggé húzódott össze, szintén így *c*-nél, mely sejtek borszeszszel voltak kezelve. A 9—10-ik ábrán a spóra-anyasejtek tartalmának átidomulási szakai láthatók; 9 *a*,- és 10 *b*-nél a tartalom már két részletre van válva, 10. áb. *c*, *c*-nél pedig már négyre. E részletek képlőjének hártyarétege sejtfallá fejlődván, az egyes részletek spórákká lesznek, 10-ik áb *d*, *d*.









11-ik ábra. Ifjú spórák, nem sokára anyasejtjeikből ki-
jöttük után; a sejtmag nálok könnyen fellelhető, *a, b, c, d.*

12 – 16-ik ábra. Kifejlett spórák. 12. áb. *a, a*, spórák szá-
raz állapotban, négyes fekvésben. *13-ik áb. a, b.* vízzel érintke-
zésbe hozott s ez által felduzzadt spórák; a kerek erősen
fénytörő s egy magtestecsessel ellátott sejtmag *c, c, c*-nél jól
megkülönböztethető.

14-ik ábra. Érett spórák, felszínökre állított tárgylencsé-
vel nézve; *a* és *b*-nél a spóra falát borító recézetten elterülő
bőranyag vehető ki.

15-ik ábra. Kénsavval kezelt spórák 24 órai behatás
után; tartalmukat összezsugorodott állapotban látjuk, de a
sejtfalon elvonuló bőranyag még most sincs teljesen feloldva.

16-ik ábra. Érett spórák, víz alatt szemlélve; belsejük-
ben már olaj-cseppeket is tartalmaznak, *a, a.*

MAGYAR

AKADÉMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATEMATIKAI,
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI
OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

VI. KÖTET.

1865.

II. SZÁM.

A KAMATOS-KAMAT-SZÁMÍTÁS TÁBLÁZATAI A SZÁZALÉK TIZEDRÉSZE SZERINT HALADVA.

WENINGER VINCZÉTŐL.

Azon gyakori alkalmazás végett, a melyet a kamatozási tényezők találnak, czélszerűnek találtam azokat, a mennyiben jelenleg csak $\frac{1}{4}\%$ szerint haladva ismeretesek, bővíteni, oly formán, hogy a százalék tizedrészei szerint haladjanak.

Korunkban, midőn mindenki többé-kevésbé, és pedig vagy activ vagy passiv, a kölcsönüggyel bajlódik, az erre vonatkozó számítások is gyakrabban fordulnak elő. Ez által szükségessé lett, táblázatok által könnyíteni az erre vonatkozó munkálatokat, mi által tetemes idő lesz megkímélve, — és a nem matematikus is képesítettik e szakba való kérdéseket megoldani.

A kamatozási tényezők 100 hatványát 8–10 decimálisig számítani ugyancsak nem kellemes időtöltés, és ha ily munkához nem igen találkozik ember, azon nincs mit cso-

dálni, mert ily munkából sem anyagi sem szellemi haszon nem háramlík arra, ki ily lélekölő munkába kap.

Ennek tulajdonítandó, hogy a kamatozási tényezők számításától mindenki borzad, és hogy eddig is csak $\frac{1}{4}\%$ szerint haladva ismeretesekek.

Annak azonban, ki a politikai számtannal foglalkozik, nem szabad visszariadni a nagy és hosszadalmas számításoktól, és így eltökélém magam az eddig ismert táblázatokat bővíteni.

Kíváncsinos, hogy ezen kamatozási tényezőket valamikor $\frac{1}{100}\%$ szerint haladva ismerjük, mely gyűjtemény azután nagy szolgálatot fog tenni. Ily nagy terjedelmű munkát azonban egy ember nem végezhet, mert ha a tényezőket csak 2% — 6% között számítná valaki, 40.000 nagy szorzást kellene végeznie 8—10 decimálisig, azután ugyanannyi összeadást. Ily lélekölő munkában elveszhetne egy emberélet. Ha azonban ily munkához többen egyesülnének, a czélt rövid idő alatt el lehetne érni.

Ezt tartva szem előtt, a lefolyt két hónapon át az eddig ismert táblák első kiegészítéséhez fogtam, használván a Thomas-féle gépet.

A 40.000 szorzásból e két hó alatt szabad esteli óráimban magam végeztem 2500-at. Tehát a munkának tizenhatodrésze megvan.

E számításnál is meggyőződhettem a Thomas-féle gép becséről, miután az avval végzett munka, nélküle ötször-hat-szor annyi időt igényelt volna.

Ily táblázatok azonban a matematikusnak is igen jól szolgálnak, sőt általuk némely adat kikeresésében, mint látni fogjuk, megkíméltetik a magas fokú egyenletek megoldásától.

Ha p a százaléket jelenti, akkor a kamatozási tényező : $q = 1 + \frac{p}{100} = \frac{100+p}{100}$, és mint tudva van, ezen kamatozási tényezőnek különböző hatványai mutatják, hogy az egységből mi származik a kamatos-kamatok betudása után bizonyos időszak múlva.

Ha q -nak hatványait sor szerint összeadjuk, akkor

azon értéket kapjuk, a melynek matematikai képlete :

$$s = (q + q^2 + q^3 + \dots + q^n) = \frac{q^{n+1} - q}{q - 1} \text{ mely } s \text{ azt mutatja,}$$

hogy mennyi lesz a kamatos kamatok betudása mellett n időszak múlva a minden időszak elején befizetett egy-ségből.

Nem czélom e helyen a kamatos kamatok elméletét, mely elég kimerítően van tárgyalva a múlt évben megjelent értekezésemben a kölcsönügyről, itt fejtegetni; e sorok csak némi útmutatásul szolgáljanak a mellékelt táblázatok használatánál.

A ki azon különbséget felismerte, mely az előleges kamatozás elmélete és az utólagos kamatozás (tehát nem magában a törlesztési részletnek előleges, vagy utólagosan fizetésében) elmélete között létezik, és a mely különbség oly lényeges, hogy két különböző felszámítási rendszert származtat: az azonnal felismerendi a jelen és a múlt évben általam számított táblázatok közötti különbséget, mert míg a múlt évben megjelentek az előleges kamatozást feltételezik, ezek itt az utólagos kamatozás elméletére vonatkoznak.

A két rendszer közötti különbségnek nem ismerése által számos hibás felszámítás származik.

A kamatozási tényezők jelen táblázata $2\frac{1}{2}\%$ -tól— 5% -ig terjed, növekedésük 0.1% szerint van felvéve, mi által $2, 5—2,6—2, 7—2, 8 \dots \dots \dots \%$ származik.

A mostani pénzviszonyok között ezen táblázatok elegendő terjedelemmel bírnak, miután félévi kamatfizetés mellett 5% -tól— 10% -ig lehet segítségükkel számításokat végezni.

A $2\frac{1}{2}$, 3 , $3\frac{1}{2}$, 4 , $4\frac{1}{2}$ és 5% -os sorokat Ritter táblázataiból vettem, miután ezeket több ízben teljesen jóknak találtam.

A tényezőket kilencz tizedesig számítám oly czélból, hogy a rövidített szorzás természeténél fogva, az utolsó jegyből eredő hiányos eredmény befolyása alól a 100-dik hatványban is még az ötödik számjegyet megóvjam. E szerint a jelen táblázatban

a.) az első ötven hatványban és összegben még hat tizedes jegy teljesen pontos.

b.) az ötvenedik és századik hatvány kö-

zötti tagokban még öt jegy teljesen helyes.

Jónak láttam azonban mindannyi tizedesjegyet, a mint a gépből eredtek, a táblázatba foglalni.

A tényezők mellett még azok összege is áll, mert nagy alkalmazással bírnak.

Lássuk már most ezen táblázatok alkalmazását.

Ha a kamatozási tényező q , akkor q_n azt mutatja, hogy mennyi lesz 1 (frt) alaptőkéből q kamatozási tényező mellett n időszak (év, félév) múlva, a kamatos kamatokat betudva. Így, mint a táblából kitűnik, 1-ből (frtból) lesz

3% -kal	40 időszak múlva	3.262037792
3.1%	" "	3.391146945
3.2%	" "	3.525233504
3.3%	" "	3.664484243
3.4%	" "	3.809092745
3.5%	" "	3.959259721
3.6%	" "	4.115193042

Szintúgy az összegek sorai azt mutatják, hogy az e g y s é g ből, mely minden időszak kezdetén befizettetik, mennyi lesz a kamatos-kamatokat betudva n időszak múlva. Így a 40-dik időszak végén az évi 1 betétből ered

3% -kal	" "	77.663297525
3.1%	" "	79.524919660
3.2%	" "	81.438780837 sat.

Itt már látni, hogy a százaléknak habár csekély növekedése mily befolyással bír, még nagyobbnak mutatkozik az a magasb százaléknál. Így például 1 időszakonkénti betétnek megfelel a 40-dik időszak végével :

4% -nál mint összeg	" "	98.826536326
4.1%	" "	101.286255235
4.2%	" "	103.816008415
4.3%	" "	106.417886278 sat.

Ezen két rendbeli sor, ú. m. a kamatozási tényezők és ezek összege, más számításoknál is haszonvehető; ugyanis könnyen érthető, hogy

a.) 1-et osztván az illető kamatozási tényezővel, jelen értékét nyerem azon egységnek, mely n időszak múlva fizetendő. Így például

$$\frac{1}{(1.031)^{40}} = \frac{1}{3.391146945} = 0.29488548$$

azt mondja, hogy azon egység, mely 40 időszak múlva fizetendő, ér jelenleg $3\frac{1}{10}$ százalékos kamatok betudásával illetőleg levonásával 0. 29488548.

b.) 1-et osztván a kamatozási tényezők összegével, megtudom azt, hogy mennyit kell minden év elején befizetnem a végre, hogy n időszak múlva, a kamatos kamatok betudása mellett az egység származzék.

Így például :

$$\frac{1}{(1.031 + 1.031^2 + 1.031^3 + \dots + 1.031^{40})} = \frac{1}{[1.031]_{40}} = \frac{1}{79.52491966} = 0.0125746$$

azt mondja, hogy ha 40 időszakon át minden időszak elején 0.0125746 befizetek, a 40-dik időszak végén e betételekből a kamatos-kamatok betudásával származik egy.

Ha ugyanazon táblázatnak valamely összeg számát osztom az ugyan mellette álló kamatozási tényezővel, akkor azon összeget nyerem, melyet az n időszakon keresztül minden időszak elején fizetett egység törleszt.

Így a 4,2%-os táblázatból a 40-dik sorból

$$103,816008415 : 5,184522394 = 20.024216$$

származik, mely azt mondja, hogy ha 40 időszakon át minden időszak elején az egységet fizetem, 20.024216 eredeti tőkét törleszték 4.2 százalék mellett.

Ezen számtani eljárásnak, t. i. ha az összeget a sor utolsó tagjával osztom,

$$\frac{q^{n+1} - q}{q^n(q-1)}$$

képlet felel meg.

Ha az időszakonkénti fizetés az időszak végén történik, akkor a sor összege

$$1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1} \text{ a mi}$$

$$q + q^2 + \dots + q^{n-1} \text{ sortól annyiban különbözik,}$$

hogy 1-el meg van toldva.

E szerint, ha valaki 40 éven át fizet évenként utólagosan

1 frtot, ennek értékét a kamatos-kamatokkal kitudandó, a 4^o/_o-os táblázatban a 39-dik összeget veszem, mely

$$94.025515698;$$

ehhez adok 1. —

$$\text{ered } \underline{95.025515698};$$

Ha tehát tudni óhajtom, hogy évi utólagos 1 frt. által mennyit törleszttek, számítandó

$$95.025515698 : 4.801020628 = 19.7927$$

azaz : minden évi 1 frt utólagos fizetés által 19.7927 forintot törleszttek, a mi :

$$19.7927 : 1 = 100 : H \text{ — arányból}$$

$$H = 5.052$$

azaz, ha évenként 5.052 százalékot fizetek valamely tőke után (évenként utólagosan) 40 év alatt 4^o/_o-nyi kamatozás mellett az törlesztve lesz, a miből látni, hogy ha 100. qⁿ-et osztom az összegszám által, azonnal a törlesztési százalékot kapom. Így például ha tudni akarom, hogy mennyit kell fizetni félvévenként utólagosan, a végre, hogy valamely tőke évi 7.6^o/_o mellett (félévi 3.8^o/_o) törlesztessék 60 félév alatt : a válasz a 3, 8^o/_o-os táblázatból

$$\begin{array}{rcl} 219.320858978 & \text{és} & 9.372192608 \\ 1. & & \text{szorozva 100-al} \\ \hline 220.320858978 & & \underline{937.2192608} \end{array}$$

és ebből :

$$937.2192608 : 220.320858978 = 4.25388\%$$

miből kitűnik

$$4.25388$$

$$-3.8$$

$$\underline{0.45388\%} \text{ a félévi ráfizetés a kamatozási százalékra.}$$

Ha ugyanczen példában előleges félévi fizetést feltételezek, cred :

$$937.2192608 : 228.693051586 = 4.09815\%$$

$$\text{ebből levonva } \underline{3.8}$$

$$\text{a ráfizetés } . . . \underline{0.29815.}$$

Ugyanczen táblákat igen czélszerűen lehet használni a kamatláb kitudása végett.

Valaki 60 félvéven át utólagosan fizet 4.7^o/_o-ot, ugyan vajjon hány ^o/_o-ba kerül a kölcsön ?

Itt számítom a törlesztési százalékot a táblák segítségével, és lesz

3.7%-al

$$884,5561032 : 212,042190259 = 4.17$$

a mi még távol esvén a 4.7%-tól, veszek 4%-ot, és a tábla szerint leendő :

$$1051.9627408 : 237.9906852 = 4.41818\%$$

a mi még mindig távol lévén, áttérek a 4.3%-os táblázathoz, a melyből

$$1250,427461 : 267.54127092 = 4.673$$

a mi igen közel esvén 4.7-hez, áttérek a 4.4%-os táblázathoz, a melyből

$$1324.432767 : 278.28017543 = 4.759$$

a mi már kelleténél nagyobb, és pedig

4.759		4.759
— 4.7	és	— 4.673
különbség 0.059		0.086

$$\text{ebből } 86 : 59 = 0.1 : x \text{ ebből } H = 0.07$$

a mit hozzáadva 4.3%-hoz

$$\frac{0.07}{4.37} \text{ származik,}$$

azaz, a pénz 4.37 százalékbba kerül, és e számítás bizonyára nem adott annyi munkát, mintha a megfelelő képletből

$$K q^{60} = \left(\frac{q^{60} - q}{q - 1} \right) 4.7 \text{ kellene } q \text{ értékét kipuhatolni.}$$

Ebből látni, hogy ily táblázatok által tetemesen könnyítetik a számítás, és habár az eredményt csak egy decimálisig határozhatom meg teljes pontossággal, mindazonáltal a gyakorlati élet kívánalmainak elég van téve.

Minthogy jelenleg a kölcsönöknél félévi részletfizetések vannak kikötve, és pedig, mind az államnál mind a hitelintézeteknél: tehát ezen táblázatok mindazon kölcsönöknél alkalmazhatók, a melyek évi kamatlába 5 és 10 között esik.

Példa. Valaki záloglevelekben kap kölcsönt, a melyek árfolyama 86.50%, fizetend pedig 32 éven összesen félévenként utólagosan 3.5%-ot; kérdés, hány %-nyi kamatokat fizet az adós?

$$86.50 : 3.5 = 100 : H$$

$$700 : 173 = 4.0462\% \text{ félévi részletfizetés;}$$

először is 3.7% próbálok, a táblázat szerint mint a 64-ik sorban található

$$1022.917029 : 249.437035 = 4.100902$$

ez teljesen meg nem felelvén, próbáljuk a 3.8%-os táblázat értékeit, a melyek

$$1088.004317 : 260.00113736 = 4.1842$$

a mi túlnagy. Kisebb százaléka 3.6% és ez ad :

$$961.6661768 : 239.351716648 = 4.0178\%$$

a mi különbség gyanánt eredményeztet :

3.7% nyi kamatozásnak megfelel mint félévi részletfizetés
4.1009

3.6% " " " " " 4.0178

E két félévi részletfizetés között feküdvén az adott 4.0462, a kamatozás is 3.6% és 3.7% között fog lenni ; a különbség kitudására áll a következő arány :

$$\begin{array}{rcl} 4.1009 \dots 3.7\% & 4.0462 \text{ megfelel } 3.6 + H\% \text{-nak} & \\ 4.0178 \dots 3.6\% & 4.0178 & \text{" } 3.6\% \\ 0.0831 : \frac{0.1\%}{0.1\%} = 0.0284 : & \frac{3.6}{H} & \end{array}$$

$$831 : 284 = 0.1\% \text{ különbség : } H$$

$$3.6$$

$$28.4 : 831 = 0.03 \quad 0.03$$

és így a kamatláb 3.63%, azaz, ha valaki az adott 100 frtnyi záloglevelet 86.50 f.-on értékesíti, és ezen kölcsön után 32 éven át félévenként utólagosan 3 frt 50 krt fizet, akkor ezen kölcsön 3.63 félévi százalékot ad, azaz évi 7.26%, a mi közel 7 1/4% kamatlábnak felel meg.

Ezen példákbl látni a jelen tábla használatát.

2.5‰

n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$	n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$
1	1.025	1.025	51	3.523036438	103.444493946
2	1.050625	2.075625	52	3.611112349	107.055666294
3	1.076890625	3.152515625	53	3.701390157	110.756996452
4	1.103812891	4.256328516	54	3.793924911	114.550921363
5	1.131408213	5.387736729	55	3.888773034	118.439694397
6	1.159693418	6.547430147	56	3.985992360	122.425686757
7	1.188685754	7.736115900	57	4.085642169	126.511328926
8	1.218402898	8.954518798	58	4.187783223	130.699112149
9	1.248862970	10.203381768	59	4.292477804	134.991589953
10	1.280084544	11.483466312	60	4.399789749	139.391379701
11	1.312086658	12.795552970	61	4.509784493	143.901164194
12	1.344888824	14.140441794	62	4.622529105	148.523693299
13	1.378511045	15.518952839	63	4.738092333	153.261785631
14	1.412973821	16.931926660	64	4.856544641	158.118330272
15	1.448298167	18.380224826	65	4.977958257	163.096288529
16	1.484505621	19.864730447	66	5.102407213	168.198695742
17	1.521618261	21.386348708	67	5.229967394	173.428663136
18	1.559658718	22.946007426	68	5.360716578	178.789379714
19	1.598650186	24.544657612	69	5.494734493	184.284114207
20	1.638616440	26.183274052	70	5.632102855	189.916217062
21	1.679581851	27.862855903	71	5.772905427	195.689122489
22	1.721571398	29.584427301	72	5.917228062	201.606350551
23	1.764610683	31.349037983	73	6.065158764	207.671509315
24	1.808725950	33.157763933	74	6.216787733	213.888297047
25	1.853944098	35.011708031	75	6.372207426	220.260504474
26	1.900292701	36.912000732	76	6.531512612	226.792017086
27	1.947800018	38.859800750	77	6.694800427	233.486817513
28	1.996495019	40.856295769	78	6.862170438	240.348987950
29	2.046407394	42.902703163	79	7.033724699	247.382712649
30	2.097567579	45.000270742	80	7.209567816	254.592280465
31	2.150006769	47.150277511	81	7.389807012	261.982087477
32	2.203756938	49.354034449	82	7.574552187	269.556639664
33	2.258850861	51.612885310	83	7.763915992	277.320555656
34	2.315322133	53.928207443	84	7.958013891	285.278569457
35	2.373205186	56.301412629	85	8.156964239	293.435533786
36	2.432535316	58.733947944	86	8.360888345	301.796422130
37	2.493348699	61.227296643	87	8.569910553	310.366332684
38	2.555682416	63.782979059	88	8.784158317	319.150491000
39	2.619574477	66.402553536	89	9.003762275	328.154253275
40	2.685063838	69.087617374	90	9.228856332	337.383109608
41	2.752190434	71.839807808	91	9.459577740	346.842687348
42	2.820995195	74.660803004	92	9.696067184	356.538754531
43	2.891520075	77.552323079	93	9.938468863	366.477223395
44	2.963808077	80.516131156	94	10.186930585	376.664153980
45	3.037903279	83.554034435	95	10.441603850	387.105757829
46	3.113850861	86.667885295	96	10.702643946	397.808401775
47	3.191697132	89.859582428	97	10.970210044	408.778611819
48	3.271489561	93.131071988	98	11.244465300	420.023077115
49	3.353276800	96.484348788	99	11.525576928	431.548654043
50	3.437108720	99.921457508	100	11.813716351	443.362370394

2.6⁰/₀

n	q ⁿ	q+q ² +.....+q ⁿ	n	q ⁿ	q+q ² +.....+q ⁿ
1	1.026	1.026	51	3.702673370	106.651648398
2	1.052676	2.078676	52	3.798942877	110.450591275
3	1.080045576	3.158721576	53	3.897715391	114.348306666
4	1.108126760	4.266848336	54	3.999055991	118.347362657
5	1.136938056	5.403786392	55	4.103031446	122.450394103
6	1.166498445	6.570284837	56	4.209710264	126.660104367
7	1.196827405	7.767112242	57	4.319162731	130.979267098
8	1.227944917	8.995057159	58	4.431460962	135.410728060
9	1.259871485	10.254928644	59	4.546678947	139.957407007
10	1.292628143	11.547556787	60	4.664892599	144.622299606
11	1.326236475	12.873793262	61	4.786179806	149.408479412
12	1.360718623	14.234511885	62	4.910620481	154.319099893
13	1.396097307	15.630609192	63	5.038296613	159.357396506
14	1.432395837	17.063005029	64	5.169292325	164.526688831
15	1.469638129	18.532643158	65	5.303693926	169.830382757
16	1.507848720	20.040491878	66	5.441589968	175.271972725
17	1.547052787	21.587544665	67	5.583071307	180.855044032
18	1.587276159	23.174820824	68	5.728231161	186.583275193
19	1.628545339	24.803366163	69	5.877165171	192.460440364
20	1.670887518	26.474253681	70	6.029971465	198.490411829
21	1.714330593	28.188584274	71	6.186750723	204.677162552
22	1.758903188	29.947487462	72	6.347606242	211.024768794
23	1.804634670	31.752122132	73	6.512644004	217.537412798
24	1.851555171	33.603677303	74	6.681972748	224.219385546
25	1.899695605	35.503372908	75	6.855704039	231.075089585
26	1.949087691	37.452460599	76	7.033952344	238.109041929
27	1.999763971	39.452224570	77	7.216835105	245.325877034
28	2.051757834	41.503982404	78	7.404472818	252.730349852
29	2.105103538	43.609085942	79	7.596989111	260.327338963
30	2.159836230	45.768922172	80	7.794510828	268.121849791
31	2.215991972	47.984914144	81	7.997168109	276.119017900
32	2.273607763	50.258521907	82	8.205094480	284.324112280
33	2.332721565	52.591243472	83	8.418426936	292.742539316
34	2.393372350	54.984615822	84	8.637306036	301.379845352
35	2.455600031	57.440215853	85	8.861875993	310.241721345
36	2.519445632	59.959661485	86	9.092284768	319.334006113
37	2.584951219	62.544612704	87	9.328684171	328.662690284
38	2.652159951	65.196772655	88	9.571229959	338.233920243
39	2.721116110	67.917888765	89	9.820081937	348.054002180
40	2.791865129	70.709753894	90	10.07540477	358.12940625
41	2.864453622	73.574207516	91	10.33736457	368.46677082
42	2.938929416	76.513136932	92	10.60613694	379.07290686
43	3.015341581	79.528478513	93	10.88189558	389.95480244
44	3.093740462	82.622218975	94	11.16482486	401.11962750
45	3.174177714	85.796396689	95	11.45511030	412.57473780
46	3.256706334	89.053103023	96	11.75294317	424.32768097
47	3.341380699	92.394483722	97	12.05851969	436.38620066
48	3.426256597	95.822740319	98	12.37204120	448.75824186
49	3.517391268	99.340131587	99	12.69371427	461.45195613
50	3.608843441	102.948975028	100	13.02375083	474.47570696

2,7%

n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$	n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$
1	1.027	1.027	51	3.891281237	109.975772401
2	1.054729	2.081729	52	3.996345830	113.972118231
3	1.083206683	3.164935683	53	4.104247168	118.076365399
4	1.112453263	4.277388946	54	4.215061841	122.291427240
5	1.142489501	5.419878447	55	4.328868511	126.620295751
6	1.173336718	6.593215165	56	4.445747961	131.066043712
7	1.205016809	7.798231974	57	4.565783156	135.631826868
8	1.237552263	9.035784237	58	4.689059301	140.320886169
9	1.270966174	10.306750411	59	4.815663902	145.136550071
10	1.305282260	11.612032671	60	4.945686827	150.082236898
11	1.340521881	12.952557552	61	5.079220371	155.161457269
12	1.376719052	14.329276604	62	5.216359321	160.377816590
13	1.413890466	15.743167070	63	5.357201023	165.735017613
14	1.452065508	17.195232578	64	5.501845451	171.236863064
15	1.491271277	18.686503855	65	5.650395278	176.887258342
16	1.531535601	20.218039456	66	5.802955950	182.690214292
17	1.572887062	21.790926518	67	5.959635760	188.649850052
18	1.615355012	23.406281530	68	6.120545925	194.770395977
19	1.658969597	25.065251127	69	6.285800665	201.056196642
20	1.703761775	26.769012902	70	6.455517283	207.511713925
21	1.749763342	28.518776244	71	6.629816249	214.141530174
22	1.797006952	30.315783196	72	6.808821287	220.950351461
23	1.845526139	32.161309335	73	6.992659461	227.943010922
24	1.895355345	34.056664680	74	7.181461266	235.124472188
25	1.946529939	36.003194619	75	7.375360720	242.499832908
26	1.999086217	38.002280866	76	7.574495459	250.074328367
27	2.053061575	40.055342441	77	7.779006836	257.853335203
28	2.108494237	42.163836678	78	7.989040021	265.842375224
29	2.165423581	44.329260259	79	8.204744101	274.047119325
30	2.223890017	46.553150276	80	8.426272192	282.473391517
31	2.283935049	48.837085325	81	8.653781541	291.127173058
32	2.345601295	51.182686620	82	8.887433642	300.014606700
33	2.408932529	53.591619149	83	9.127394350	309.142001050
34	2.473973707	56.065592856	84	9.373833997	318.515835047
35	2.540770997	58.606363853	85	9.626927514	328.142762561
36	2.609371813	61.215735666	86	9.886854557	338.029617118
37	2.679824852	63.895560518	87	10.153799693	348.18341674
38	2.752180123	66.647740641	88	10.42795222	358.61136896
39	2.826188986	69.474229627	89	10.70950693	369.32087589
40	2.902804188	72.377033815	90	10.99866361	380.31953950
41	2.981179900	75.358213715	91	11.29562752	391.61516702
42	3.061671757	78.419885472	92	11.60060946	403.21577648
43	3.144336894	81.564222366	93	11.91382591	415.12960239
44	3.229233990	84.793456356	94	12.23549920	427.36510159
45	3.316423907	88.109879663	95	12.56585768	439.93095927
46	3.405966736	91.515846699	96	12.90513583	452.83609510
47	3.497927838	95.013774537	97	13.25357449	466.08966959
48	3.592371889	98.606146426	98	13.61142100	479.70109059
49	3.689365929	102.295512355	99	13.97892937	493.68001996
50	3.788978809	106.084491164	100	14.35636046	508.08638042

2.8⁰/₀

n	q ⁿ	q + q ² + + q ⁿ	n	q ⁿ	q + q ² + + q ⁿ
1	1.028	1.028	51	4.089298795	113.421399100
2	1.056784	2.084784	52	4.203799160	117.625198260
3	1.086373952	3 171157952	53	4.321505536	121.946703796
4	1.116792422	4.287950374	54	4.442507691	126.389211487
5	1.148062610	5.436012984	55	4.566897905	130.956109392
6	1.180208363	6.616221347	56	4.694771046	135.650880438
7	1.213254197	7.829475544	57	4.826224635	140.477105073
8	1.247225314	9.076700858	58	4.961358925	145.438463998
9	1.282147623	10.358848481	59	5.100276975	150.538740973
10	1.318047756	11.676896237	60	5.243084730	155.781825703
11	1.354953093	13 031849330	61	5.389891102	161.171716805
12	1.392891779	14.424741109	62	5.540808053	166.712524858
13	1.431892748	15.856633857	63	5.695950678	172.408475536
14	1.471985745	17.328619602	64	5.855437296	178.263912832
15	1.513201346	18.841820948	65	6.019389540	184.283302372
16	1.555570983	20 397391931	66	6.187932447	190.471234819
17	1.599126970	21.996518901	67	6.361194555	196.832429374
18	1.643902525	23.640421426	68	6.539308002	203.371737376
19	1.689931795	25.330353221	69	6.722408626	210.094146002
20	1.737249884	27.067603105	70	6.910636067	217.004782069
21	1.785892880	28.853495985	71	7.104133877	224.108915946
22	1.835897880	30.689393865	72	7.303049625	23.1411965571
23	1.887303020	32.576696885	73	7.507535014	238.919500585
24	1.940147505	34.516844390	74	7.717745994	246.637246579
25	1.994471635	36.511316025	75	7.933842881	254.571089460
26	2.050316840	38.561632865	76	8.155990481	262.727079941
27	2.107725711	40.669358576	77	8.384358214	271.111438155
28	2.166742031	42.836100607	78	8.619120244	279.730558399
29	2.227410808	45.063511415	79	8.860455611	288.591014010
30	2.289778311	47.353289726	80	9.108548368	297.699562378
31	2.353892104	49.707181830	81	9.363587722	307.063150100
32	2.419801083	52.126982913	82	9.625768178	316.688918278
33	2.487555513	54.614538426	83	9.895289686	326.584207964
34	2.557207067	57.171745493	84	10.17235780	336.75656576
35	2.628808864	59.800554357	85	10.45718381	347.21374957
36	2.702415512	62.502969869	86	10.74998495	357.96373452
37	2.778083146	65.281053015	87	11.05098452	369.01471904
38	2.855869474	68.136922489	88	11.36041208	380.37513122
39	2.935833819	71.072756308	89	11.67850362	392.05363484
40	3.018037166	74.090793474	90	12.00550172	404.05913656
41	3.102542206	77.193335680	91	12.34165576	416.40079232
42	3.189413388	80.382749068	92	12.68722212	429.08801444
43	3.278716962	83.661466030	93	13.04246434	442.13047878
44	3.370521037	87.031987067	94	13.40765334	455.53813222
45	3.464895626	90.496882693	95	13.78306763	469.32119985
46	3.561912703	94.058795396	96	14.16899352	483.49019337
47	3.661646259	97.720441655	97	14.56572534	498.05591871
48	3.764172354	101.484614009	98	14.97356565	513.02948436
49	3.869569180	105.354183189	99	15.39282548	528.42230984
50	3.977917116	109.332100305	100	15.82382459	544.24613443

2.9^o/_o

n	q ⁿ	q + q ² + + q ⁿ	n	q ⁿ	q + q ² + + q ⁿ
1	1.029	1.929	51	4.297185580	116.993240571
2	1.058841	2.087841	52	4.421803961	121.415044532
3	1.089547389	3.177388389	53	4.550036276	125.965080808
4	1.121144263	4.298532652	54	4.681987328	130.647068136
5	1.153657446	5.452190098	55	4.817764960	135.464833096
6	1.187113511	6.639303609	56	4.957480144	140.422313240
7	1.221539803	7.860843412	57	5.101247068	145.523560308
8	1.256964457	9.117807869	58	5.249183232	150.772743540
9	1.293416426	10.411224295	59	5.401409546	156.174153086
10	1.330925502	11.742149797	60	5.558050422	161.732203508
11	1.369522342	13.111672139	61	5.719233884	167.4514373 ⁹²
12	1.409238490	14.520910629	62	5.885091666	173.336529058
13	1.450106406	15.971017035	63	6.055759324	179.392288382
14	1.492159492	17.463176527	64	6.231376344	185.623664726
15	1.535432117	18.998608644	65	6.412086258	192.035750984
16	1.579959648	20.578568292	66	6.598036759	198.633787743
17	1.625778478	22.204346770	67	6.789379825	204.423167568
18	1.672926053	23.877272823	68	6.986271840	211.409439408
19	1.721440908	25.598713731	69	7.188873723	218.598313131
20	1.771362694	27.370076425	70	7.397351061	225.995664192
21	1.822732211	29.192808636	71	7.611874241	233.607538133
22	1.875591445	31.068400081	72	7.832618594	241.440157027
23	1.929983597	32.998383678	73	8.059764533	249.499921560
24	1.985953121	34.984336799	74	8.293497704	258.793419264
25	2.043545761	37.027882560	75	8.534009137	267.327428401
26	2.102808587	39.130691147	76	8.781495402	276.108923802
27	2.163790035	41.294481182	77	9.036158769	285.145082571
28	2.226539946	43.521021128	78	9.298207373	294.443289944
29	2.291109604	45.812130732	79	9.567855386	304.011145330
30	2.357551783	48.169682515	80	9.845323192	313.856468522
31	2.425920784	50.595603299	81	10.13083756	323.98730608
32	2.496272486	53.091875785	82	10.42463185	334.41193793
33	2.568664388	55.660540173	83	10.72694617	345.13888410
34	2.643155655	58.303695828	84	11.03802761	356.17691171
35	2.719807169	61.023502997	85	11.35813041	367.53504212
36	2.798681576	63.822184573	86	11.68751619	379.22255831
37	2.879843341	66.702027914	87	12.02645416	391.24901247
38	2.963358798	69.665386712	88	12.37522193	403.62423380
39	3.049296202	72.714682914	89	12.73410275	416.35833655
40	3.137725792	75.852408706	90	13.10339172	429.46172827
41	3.228719839	79.081128545	91	13.48339008	442.94511835
42	3.322352714	82.403481259	92	13.87440839	456.81952674
43	3.418700943	85.822182202	93	14.27676623	471.09629297
44	3.517843270	89.340025472	94	14.69079245	485.78708542
45	3.619860724	92.959886196	95	15.11682543	500.90391085
46	3.724836685	96.684722881	96	15.55521336	516.45912421
47	3.832856948	100.517579829	97	16.00631455	532.46543876
48	3.944009799	104.461589628	98	16.47049767	548.93593643
49	4.058386082	108.519975710	99	16.94814210	565.88407853
50	4.176079281	112.696054991	100	17.43963822	583.32371675

3.0%

n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$	n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$
1	1.03	1.03	51	4.515423199	120.696196508
2	1.0609	2.0909	52	4.650885895	125.347082404
3	1.092727	3.183627	53	4.790412472	130.137494876
4	1.125508810	4.30913531	54	4.934124846	135.071619722
5	1.159274074	5.468409884	55	5.082148592	140.153768314
6	1.194052297	6.662462181	56	5.234613049	145.388381363
7	1.229873865	7.892336016	57	5.391651441	150.780032804
8	1.266770081	9.159106128	58	5.553400984	156.333433788
9	1.304773184	10.463879312	59	5.720003007	162.053436802
10	1.343916379	11.807735691	60	5.891603104	167.945039906
11	1.384233871	13.192029562	61	6.068351197	174.013391103
12	1.425760887	14.617790448	62	6.250401733	180.263792836
13	1.468533714	16.086324162	63	6.437913785	186.701706621
14	1.512589725	17.598913887	64	6.631051199	193.332757820
15	1.557967427	19.156881303	65	6.829932735	200.162740554
16	1.604706449	20.761587742	66	7.034882217	207.197622771
17	1.652847632	22.414435375	67	7.245928683	214.443551454
18	1.702433061	24.116858436	68	7.463306544	221.906857998
19	1.753506053	25.870374489	69	7.687205740	229.594063737
20	1.806111235	27.676485724	70	7.917821912	237.511885650
21	1.860294572	29.536780295	71	8.155356570	245.667242219
22	1.916103409	31.452883704	72	8.400017267	254.067259486
23	1.973586511	33.426470215	73	8.652017785	262.719277270
24	2.032794107	35.459264322	74	8.911578318	271.630855588
25	2.093777930	37.553042252	75	9.178925668	280.809781256
26	2.156591268	39.709633519	76	9.454293438	290.264074694
27	2.221289006	41.930922525	77	9.737922241	300.001996934
28	2.287927676	44.218850200	78	10.03005991	310.032506842
29	2.356565506	46.575415706	79	10.33096171	320.363018548
30	2.427262471	49.002678178	80	10.64089056	331.003909104
31	2.500080345	51.502758523	81	10.96011727	341.964026377
32	2.575082756	54.077841279	82	11.28892079	353.252947169
33	2.652335238	56.730176517	83	11.62758842	364.880535584
34	2.731905296	59.462081812	84	11.97611607	376.856951651
35	2.813862454	62.275944267	85	12.33570855	389.192660201
36	2.898273328	65.174222595	86	12.70577981	401.898440007
37	2.985226678	68.159149273	87	13.08695320	414.985393207
38	3.074783478	71.234232751	88	13.47956180	428.464955003
39	3.167026983	74.401259733	89	13.88394865	442.348903653
40	3.262037792	77.663297525	90	14.30046711	456.649370763
41	3.359898926	81.023196451	91	14.72948112	471.378851886
42	3.460695894	84.483892345	92	15.17136556	486.559217442
43	3.564516770	88.048409115	93	15.62650652	502.176723966
44	3.671452273	91.719861388	94	16.09530172	518.272025684
45	3.781595842	95.501457239	95	16.57816077	534.850186455
46	3.895043717	99.396500947	96	17.07550559	551.925692049
47	4.011895028	103.408395975	97	17.58777076	569.513462810
48	4.132251879	107.540647855	98	18.11540388	587.628866694
49	4.256219436	111.796867290	99	18.65886600	606.287732695
50	4.383906019	116.180773309	100	19.21863198	625.506364676

3.1‰

n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$	n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$
1	1.031	1.031	51	4.744516144	124.585359300
2	1.062961	2.093961	52	4.891596144	129.426955444
3	1.095912791	3.189873791	53	5.043235624	134.470191068
4	1.129886087	4.319759878	54	5.199575928	139.669766996
5	1.164912555	5.484672433	55	5.360762782	145.030529778
6	1.201024844	6.685697277	56	5.526946427	150.557476205
7	1.238256614	7.923953891	57	5.698281766	156.255757971
8	1.276642569	9.200596460	58	5.874928500	162.130686471
9	1.316218488	10.516814948	59	6.057051283	168.187737754
10	1.357021261	11.873836209	60	6.244819873	174.432557627
11	1.399088920	13.272925129	61	6.438409289	180.870966916
12	1.442460676	14.715385805	62	6.637999977	187.508966893
13	1.487176957	16.202562762	63	6.843777976	194.352744869
14	1.533279442	17.735842204	64	7.055935093	201.408679962
15	1.580811104	19.316653308	65	7.274669081	208.683349043
16	1.629816248	20.946469556	66	7.500183822	216.183532865
17	1.680340551	22.626810107	67	7.732689520	223.916222335
18	1.732431108	24.359241215	68	7.972402895	231.888625280
19	1.786136472	26.145377687	69	8.219547384	240.108172664
20	1.841506702	27.986884389	70	8.474353353	248.582526017
21	1.898593411	29.885477800	71	8.737058307	257.319584324
22	1.957449806	31.842927606	72	9.007907114	266.327491438
23	2.018130750	33.861058356	73	9.287152234	275.614643672
24	2.080692803	35.941751159	74	9.575053953	285.189697625
25	2.145194280	38.086945439	75	9.871880625	295.061578250
26	2.211695302	40.298640741	76	10.177908925	305.239487175
27	2.280257856	42.578898597	77	10.49342411	315.73291128
28	2.350945849	44.929844446	78	10.81872025	326.55163153
29	2.423825170	47.353669616	79	11.15410058	337.70573211
30	2.498963750	49.852633366	80	11.49987769	349.20560980
31	2.576431627	52.429064993	81	11.85637389	361.06198369
32	2.656301008	55.085366001	82	12.22392148	373.28590517
33	2.738646339	57.824012340	83	12.60286304	385.88876821
34	2.823544375	60.647556715	84	12.99355179	398.88232000
35	2.911074250	63.558630965	85	13.39635189	412.27867189
36	3.001317552	66.559948517	86	13.81163879	426.09031068
37	3.094358396	69.654306913	87	14.23979959	440.33011027
38	3.190283506	72.844590419	88	14.68123338	455.01134365
39	3.289182294	76.133772715	89	15.13635161	470.14769526
40	3.391146945	79.524919660	90	15.60557851	485.75327377
41	3.496272500	83.021192160	91	16.08935145	501.84262522
42	3.604656947	86.625849107	92	16.58812134	518.43074656
43	3.716401312	90.342250419	93	17.10235310	535.53309968
44	3.831609753	94.173860172	94	17.63252604	553.16562570
45	3.950389655	98.124249827	95	18.17913435	571.34476005
46	4.072851734	102.197101561	96	18.74268751	590.08744756
47	4.199110158	106.396211719	97	19.32371082	609.41115838
48	4.329282573	110.725494292	98	19.92274585	629.33390423
49	4.463490333	115.188984625	99	20.54035097	649.87425520
50	4.601858530	119.790843156	100	21.17710185	671.05135705

3.2‰

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q^n	$q + q_1 + \dots + q^n$
1	1.032	1.032	51	4.984993070	128.516026947
2	1.065024	2.097024	52	5.144512848	133.660539795
3	1.099104768	3.196128768	53	5.309137259	138.969677054
4	1.134276120	4.330404888	54	5.479029651	144.448706705
5	1.170572956	5.500977844	55	5.654358600	150.103065305
6	1.208031290	6.709009134	56	5.835298075	155.938363380
7	1.246688291	7.955697425	57	6.022027613	161.960390993
8	1.286582316	9.242279741	58	6.214732496	168.175123489
9	1.327752950	10.570032691	59	6.413603936	174.588727425
10	1.370241044	11.940273735	60	6.618839262	181.207566687
11	1.414088757	13.354362492	61	6.830642118	188.038208805
12	1.459339597	14.813702089	62	7.049222665	195.087431470
13	1.506038464	16.319740553	63	7.274797790	202.362292360
14	1.554231694	17.873972247	64	7.507591319	209.969820570
15	1.603967108	19.477939355	65	7.747834241	217.616654811
16	1.655294055	21.133233410	66	7.995764936	225.613419747
17	1.708263465	22.841496875	67	8.251629414	233.865049161
18	1.762927895	24.604424770	68	8.515681555	242.380730716
19	1.819341587	26.423766357	69	8.788183364	251.178914080
20	1.877560517	28.301326874	70	9.069405231	260.238319311
21	1.937642453	30.238969327	71	9.359626198	269.597945500
22	1.999647011	32.238616338	72	9.659134236	279.257079745
23	2.063635716	34.302252054	73	9.968226531	289.225306276
24	2.129672058	36.431924112	74	10.28720978	299.51251605
25	2.197821564	38.629745676	75	10.61640049	310.12891654
26	2.268151854	40.897897530	76	10.95612530	321.08504164
27	2.340732713	43.238630243	77	11.30672131	332.39176315
28	2.415636160	45.654266403	78	11.66853639	344.06029954
29	2.492936517	48.147202920	79	12.04192955	356.10222909
30	2.572710485	50.719913405	80	12.42727129	368.52950038
31	2.655037220	53.374950625	81	12.82494397	381.35444435
32	2.739998411	56.114949036	82	13.23534217	394.58978662
33	2.827678360	58.942627396	83	13.65887312	408.24865964
34	2.918164067	61.860791463	84	14.09595706	422.34461670
35	3.011545317	64.872336780	85	14.54702768	436.89164438
36	3.107914767	67.980251540	86	15.01253256	451.90417694
37	3.207368039	71.187619579	87	15.49293360	467.39711054
38	3.310003816	74.497623395	88	15.98870747	483.38581801
39	3.415923938	77.913547333	89	16.50034611	499.88616412
40	3.525233504	81.438780837	90	17.02835718	516.91452130
41	3.638040976	85.076821813	91	17.57326461	534.48778591
42	3.754458287	88.831280100	92	18.13560907	552.62339498
43	3.874600952	92.705881052	93	18.71594856	571.33934354
44	3.998588182	96.704469234	94	19.31485891	590.65420245
45	4.126543008	100.831012242	95	19.93293439	610.58713684
46	4.258592379	105.089604621	96	20.57078290	631.15791974
47	4.394867335	109.484471956	97	21.22905334	652.38697308
48	4.535503090	114.019975046	98	21.90838304	674.29535612
49	4.680639189	118.700614235	99	22.60945129	696.90480741
50	4.830419642	123.531038377	100	23.33295373	720.23776114

3.3%

n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$	n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$
1	1.033		51	5.237407852	132.643706814
2	1.067089	2.100089	52	5.410242311	138.053949125
3	1.102302937	3.202391937	53	5.588780307	143.642729432
4	1.138678934	4.341070871	54	5.773210057	149.415939489
5	1.176255339	5.517326210	55	5.963725989	155.379665478
6	1.215071765	6.732397975	56	6.160528946	161.540194424
7	1.255169133	7.987567108	57	6.363826401	167.904020825
8	1.296589714	9.284156822	58	6.573832672	174.477853497
9	1.339377174	10.623533996	59	6.790769150	181.268622647
10	1.383576620	12.007110616	60	7.014864533	188.283487180
11	1.459234648	13.436345264	61	7.246355062	195.529842242
12	1.476399391	14.912744655	62	7.485484779	203.015327021
13	1.525120571	16.437865226	63	7.732505776	210.747832797
14	1.575449550	18.013314776	64	7.987678466	218.735511263
15	1.627439385	19.640754161	65	8.251271855	226.986783118
16	1.681144884	21.321899045	66	8.523563826	235.510346944
17	1.736622665	23.058521710	67	8.804841432	244.315188376
18	1.793931213	24.852452923	68	9.095401199	253.410589575
19	1.853130943	26.705583866	69	9.395549471	262.806139046
20	1.914284264	28.619868130	70	9.705602603	272.511741649
21	1.977455644	30.597323774	71	10.02588749	282.53762913
22	2.042711680	32.640035454	72	10.35674177	292.89437090
23	2.110121165	34.750156619	73	10.69851424	303.59288514
24	2.179755163	36.929911782	74	11.05156521	314.64445035
25	2.251687083	39.181598865	75	11.41626686	326.06071721
26	2.325992756	41.507591621	76	11.79300366	337.85372087
27	2.402750517	43.910342138	77	12.18217278	350.03589365
28	2.482041284	46.392383422	78	12.58418148	362.62007813
29	2.563948646	48.956332068	79	12.99946256	375.61954069
30	2.648558951	51.604891019	80	13.42844482	389.04798551
31	2.735961396	54.340852415	81	13.87158349	402.91956900
32	2.826248122	57.167100537	82	14.32934574	417.24891474
33	2.919514310	60.086614847	83	14.80221414	432.05112888
34	3.015858282	63.102473129	84	15.29068731	447.34181619
35	3.115381605	66.217854734	85	15.79527999	463.13709618
36	3.218189198	69.436013932	86	16.31652423	479.45362041
37	3.324389441	72.760433373	87	16.85496953	496.30858994
38	3.434094292	76.194527665	88	17.41118352	513.71977346
39	3.547419403	79.741947068	89	17.98575257	531.70552603
40	3.664484243	83.406431311	90	18.57928240	550.28480843
41	3.785412223	87.191843534	91	19.19239872	569.47720715
42	3.910330826	91.102174360	92	19.82574788	589.30295503
43	4.039371743	95.141546103	93	20.47999755	609.78295258
44	4.172671010	99.314217113	94	21.15583747	630.93879005
45	4.310369153	103.624586266	95	21.85398010	652.79277015
46	4.452611335	108.077197601	96	22.57516144	675.36793159
47	4.599547509	112.676745110	97	23.32014177	698.68807336
48	4.751332576	117.428077636	98	24.08970644	722.77777980
49	4.908126550	122.336204236	99	24.88466675	747.66244655
50	5.070094726	127.406298962	100	25.70586075	773.36830730

3.4%

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$
1	1.034	1.034	51	5.502340637	136.924124651
2	1.069156	2.103156	52	5.689420219	142.613544870
3	1.105507304	3.208663304	53	5.882860506	148.496405376
4	1.143094552	4.351757856	54	6.082877763	154.579283139
5	1.181959767	5.533717623	55	6.2896955607	160.868978746
6	1.222146399	6.755864022	56	6.503545257	167.372524003
7	1.263699376	8.019563398	57	6.724665795	174.097189798
8	1.306665154	9.326228552	58	6.953304431	181.050494229
9	1.351091769	10.677320321	59	7.189716782	188.240211011
10	1.397028889	12.074349210	60	7.434167152	195.674378163
11	1.444527870	13.518877080	61	7.686928835	203.361306998
12	1.493641817	15.012518897	62	7.948284415	211.309591413
13	1.544425638	16.556944535	63	8.218526085	219.528117498
14	1.596936110	18.153880645	64	8.497955971	228.026073469
15	1.651231937	19.805112582	65	8.786886473	236.812959942
16	1.707373823	21.512486405	66	9.085640612	245.898600554
17	1.765424533	23.277910938	67	9.394552393	255.293152947
18	1.825448967	25.103359905	68	9.713967174	265.007120121
19	1.887514231	26.990874136	69	10.044242057	275.051362178
20	1.951689715	28.942563851	70	10.38574630	285.43710847
21	2.018047165	30.960611016	71	10.73886167	296.17597014
22	2.086660768	33.047271784	72	11.10398296	307.27995310
23	2.157607233	35.204879017	73	11.48151837	318.76147147
24	2.230965879	37.435844896	74	11.87188999	330.63336146
25	2.306818718	39.742663614	75	12.27553424	342.90889570
26	2.385250554	42.127914168	76	12.69290240	355.60179810
27	2.466349072	44.594263240	77	13.12446108	368.72625918
28	2.550204940	47.144468180	78	13.57069275	382.29695193
29	2.636911908	49.781380088	79	14.03209630	396.32904823
30	2.726566912	52.507947000	80	14.50918757	410.83823580
31	2.819270187	55.327217187	81	15.00249994	425.84073574
32	2.915125373	58.242312560	82	15.51258493	441.35332067
33	3.014239635	61.256582195	83	16.04001281	457.39333348
34	3.116723782	64.373305977	84	16.58537324	473.97870672
35	3.222692390	67.595998367	85	17.14927593	491.12798265
36	3.332263931	70.928262298	86	17.73235131	508.86033396
37	3.445560904	74.373823202	87	18.33525125	527.19558521
38	3.562709974	77.936533176	88	18.95864979	546.15423500
39	3.683842113	81.620375289	89	19.60324388	565.75747888
40	3.809092745	85.429468034	90	20.26975416	586.02723304
41	3.938601898	89.368069932	91	20.95892580	606.98615884
42	4.072514362	93.440584294	92	21.67152927	628.65768811
43	4.210979850	97.651564144	93	22.40836126	651.06604937
44	4.354153165	102.005717309	94	23.17024554	674.23629491
45	4.502194372	106.507911681	95	23.95803388	698.19432879
46	4.655268980	111.163180661	96	24.77260702	722.96693581
47	4.813548125	115.976728786	97	25.61487566	748.58181147
48	4.977208761	120.953937547	98	26.48578143	775.06759290
49	5.146433858	126.100371405	99	27.38629300	802.45389090
50	5.321412609	131.421784014	001	28.31743213	830.77132300

3.5%

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$
1	1.035	1.035	51	5.780399296	141.363236313
2	1.071225	2.106225	52	5.982713271	147.345949584
3	1.108717875	3.214942875	53	6.192108235	153.538057820
4	1.147523001	4.352465876	54	6.408832024	159.946889843
5	1.187686306	5.550152181	55	6.633141145	166.580030988
6	1.229255326	6.779407508	56	6.86531085	173.445332072
7	1.272279263	8.051686770	57	7.105586623	180.550918695
8	1.316809037	9.368495807	58	7.354282154	187.905200849
9	1.362897353	10.731393161	59	7.611682030	195.516882879
10	1.410598761	12.141991921	60	7.878090901	203.394973780
11	1.459969717	13.601961639	61	8.153824082	211.548797862
12	1.511068657	15.113030296	62	8.439207925	219.988005787
13	1.563956060	16.676986356	63	8.734580203	228.722585990
14	1.618694523	18.295680879	64	9.040290510	237.762876499
15	1.675348831	19.971029709	65	9.356700678	247.119577177
16	1.733986040	21.705015749	66	9.684185201	256.803762378
17	1.79467551	23.499691300	67	10.023131683	266.926894061
18	1.857489196	25.357180496	68	10.373941292	277.200833533
19	1.922501317	27.279681813	69	10.737029237	287.937864591
20	1.989788864	29.269470677	70	11.112825261	299.050689851
21	2.059431474	31.328902151	71	11.501774145	310.552463996
22	2.131511575	33.460413726	72	11.904336240	322.4568000236
23	2.206114480	35.666528206	73	12.320988008	334.777788244
24	2.283328487	37.949856693	74	12.752222589	347.530010833
25	2.363244984	40.313101678	75	13.198550379	360.728561212
26	2.445958559	42.759060236	76	13.660499642	374.389060854
27	2.531567108	45.290627345	77	14.138617130	388.527677984
28	2.620171957	47.910799302	78	14.633168729	403.161146714
29	2.711877976	50.622677278	79	15.145640135	418.306786849
30	2.806793705	53.429470982	80	15.675737540	433.982524388
31	2.905031484	56.334502466	81	16.224388354	450.206912742
32	3.006707586	59.341210053	82	16.792241946	466.999154688
33	3.111942352	62.453152404	83	17.379970414	484.379125102
34	3.220860334	65.674012739	84	17.988269379	502.367394480
35	3.333590046	69.007603185	85	18.617858807	520.985251287
36	3.450266112	72.457869296	86	19.269483865	540.254737152
37	3.571025425	76.028894721	87	19.943915800	560.498652953
38	3.696011315	79.724906037	88	20.641952853	580.84060586
39	3.825371711	83.550277748	89	21.364421203	602.205027009
40	3.959259721	87.509537469	90	22.112175945	624.317202955
41	4.097833811	91.607371280	91	22.886102103	647.203305058
42	4.241257995	95.848629275	92	23.687115677	670.890420736
43	4.389702025	100.238331299	93	24.516164726	695.406585461
44	4.543341596	104.781672895	94	25.374230491	720.780815952
45	4.702358551	109.484031447	95	26.262328558	747.043144510
46	4.866941101	114.350972547	96	27.181510058	774.224654568
47	5.037284039	119.388256586	97	28.132862910	802.357617478
48	5.213588981	124.601845567	98	29.117513112	831.475030590
49	5.396064595	129.997910162	99	30.136626071	861.611656660
50	5.584926856	135.582837018	100	31.191407983	892.803064643

3.6%

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$
1	1.036	1.036	51	6.072220332	145.967230205
2	1.073296	2.109296	52	6.290820264	152.258050469
3	1.111934656	3.221230656	53	6.517289793	158.775340262
4	1.151964303	4.373194959	54	6.751912225	165.527252487
5	1.193435018	5.566629977	55	6.994981065	172.522233552
6	1.236398678	6.803028655	56	7.246800383	179.769033935
7	1.280909030	8.083937685	57	7.507685196	187.276719131
8	1.327021755	9.410959440	58	7.777961862	195.054680993
9	1.374794538	10.785753978	59	8.057968488	203.112649481
10	1.424287141	12.210041119	60	8.348055352	211.460704833
11	1.475561478	13.685602597	61	8.64858344	220.109290177
12	1.528681690	15.214284287	62	8.959934416	229.069224593
13	1.583714230	16.797998517	63	9.282492055	238.351716648
14	1.640727942	18.438726459	64	9.616661768	247.968378416
15	1.699791147	20.138520606	65	9.962861591	257.931240007
16	1.760986736	21.899507342	66	10.321524608	268.252764615
17	1.824382258	23.723889600	67	10.69309947	278.94586408
18	1.890060019	25.613949619	68	11.07805104	290.02391512
19	1.958102179	27.572051798	69	11.47686088	301.60077600
20	2.028593857	29.600645655	70	11.89002786	313.39080386
21	2.101623235	31.702268890	71	12.31806886	325.70887272
22	2.177281671	33.879550561	72	12.76151933	338.47039205
23	2.255663811	36.135214372	73	13.22093402	351.69132607
24	2.336867708	38.472082080	74	13.69688764	365.38821371
25	2.420994945	40.893077025	75	14.18997559	379.57818930
26	2.508150762	43.401227787	76	14.70081470	394.27900400
27	2.598444189	45.999671976	77	15.23004402	409.50904802
28	2.691988179	48.691660155	78	15.77832561	425.28737363
29	2.788899753	51.480559908	79	16.34634533	441.63371896
30	2.889300144	54.369860052	80	16.93481376	458.56853272
31	2.993314949	57.363175001	81	17.54446705	476.11299977
32	3.101074286	60.464249287	82	18.17606786	494.28906763
33	3.212712959	63.676962246	83	18.83040629	513.11947392
34	3.328370625	67.005332871	84	19.50830091	532.62777483
35	3.448191967	70.453524838	85	20.21059974	552.83837457
36	3.572326877	74.025851715	86	20.93818132	573.77655589
37	3.700930644	77.726782359	87	21.69195585	595.46851174
38	3.834161147	81.560946506	88	22.47286625	617.94137799
39	3.972194056	85.533140562	89	23.28188943	641.22326742
40	4.115193042	89.648333604	90	24.12003745	665.34330487
41	4.263339991	93.911673595	91	24.98835879	690.33166366
42	4.416820230	98.328498825	92	25.88793970	716.21960336
43	4.575825758	102.904319583	93	26.81990553	743.03950889
44	4.740555485	107.644875068	94	27.78542213	770.82493102
45	4.911215482	112.556090550	95	28.78569732	799.61062834
46	5.088019239	117.644109789	96	29.82198242	829.43261076
47	5.271187931	122.915297720	97	30.89557378	860.32818454
48	5.460950696	128.376248416	98	32.00781443	892.33599897
49	5.657544920	134.033793336	99	33.16009575	925.49609472
50	5.861216537	139.89509873	100	34.35385919	959.84995391

3.7%

n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$	n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$
1	1.037	1.037	51	6.378470867	150.742548362
2	1.075369	2.112369	52	6.614474288	157.357022650
3	1.115157653	3.227526653	53	6.859209836	164.216232486
4	1.156418486	4.383945139	54	7.113000599	171.329233085
5	1.199205969	5.583151108	55	7.376181620	178.705414705
6	1.243576589	6.826727697	56	7.649100340	186.354515045
7	1.289588922	8.116316619	57	7.932117052	194.286632097
8	1.337303712	9.453620331	58	8.225605382	202.512237479
9	1.386783949	10.840404280	59	8.529952780	211.042190259
10	1.438094955	12.278499235	60	8.845561032	219.887751291
11	1.491304468	13.769803703	61	9.172846790	229.060598081
12	1.546482732	15.316286435	62	9.512242120	238.572840201
13	1.603702593	16.919989028	63	9.864195078	248.437035279
14	1.663039588	18.583028616	64	10.22917029	258.66620556
15	1.724572052	20.307600668	65	10.60764959	269.27385515
16	1.788381230	22.095981898	66	11.00013262	280.27398777
17	1.854551335	23.950533233	67	11.40713752	291.63112529
18	1.923169734	25.873702967	68	11.82920160	303.51032689
19	1.994327014	27.868029981	69	12.26688205	315.77720894
20	2.068117113	29.936147094	70	12.72075668	328.49796562
21	2.144637446	32.080784540	71	13.19142467	341.68939029
22	2.223989031	34.304773571	72	13.67950738	355.36889767
23	2.306276625	36.611050196	73	14.18564915	369.55454682
24	2.391608859	39.002659055	74	14.71051816	384.26506498
25	2.480098386	41.482757441	75	15.25480733	399.51987231
26	2.571862025	44.054619466	76	15.81923520	415.33910751
27	2.667020930	46.721640396	77	16.40454690	431.74365441
28	2.765700704	49.487341100	78	17.01151513	448.75516954
29	2.868031630	52.355372720	79	17.64094119	466.39611073
30	2.974148800	55.329521530	80	18.29365601	484.68976674
31	3.084192306	58.413713836	81	18.97052128	503.66028802
32	3.198307421	61.612021257	82	19.67243056	523.33271858
33	3.316644795	64.928666052	83	20.40031049	543.73302907
34	3.439360652	68.368026704	84	21.15512197	564.88815104
35	3.566616996	71.934643700	85	21.93786147	586.82601251
36	3.698581824	75.633225524	86	22.74956235	609.57557486
37	3.835429351	79.468654875	87	23.59129615	633.16687101
38	3.977340237	83.445995112	88	24.46417410	657.63104511
39	4.124501825	87.570496937	89	25.36934854	683.00039365
40	4.277108392	91.847665329	90	26.30801443	709.30840808
41	4.433361402	96.282966731	91	27.28141096	736.58981904
42	4.599469774	100.882436505	92	28.29082316	764.88064220
43	4.769650155	105.652086660	93	29.33758361	791.21822581
44	4.946127210	110.598213870	94	30.42307420	824.64130001
45	5.129133917	115.727347787	95	31.54872794	856.19002795
46	5.318911871	121.046259658	96	32.71603087	888.90605882
47	5.515711610	126.561971268	97	33.92652400	922.83258282
48	5.719792939	132.281764207	98	35.18180539	958.01438821
49	5.931425277	138.213189484	99	36.48353218	994.49792039
50	6.150888011	144.364077495	100	37.83342287	1032.33134326

3.8%

n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$	n	q^n	$q+q_1+\dots+q_n$
1	1.038	1.038	51	6.699849139	155.695879898
2	1.077444	2 115444	52	6.954443406	162.650323304
3	1.113886872	3.233830872	53	7.218712255	169.869035559
4	1.160885572	4.394716444	54	7.493023320	177.362058879
5	1.204999223	5.599715667	55	7.777758206	185.139817085
6	1.250789193	6.850504860	56	8.073313018	193.213130103
7	1.298319181	8.139824041	57	8.380098912	201.593229015
8	1.347655309	9.487479350	58	8.698542671	210.291771686
9	1.398866210	10.886345560	59	9.029087292	219.320858978
10	1.452023126	12.338368686	60	9.372192608	228.693051586
11	1.507200004	13.845568690	61	9.728335927	238.421387513
12	1.564473604	15.410042294	62	10.09801269	248.51940020
13	1.623923601	17.033965895	63	10.48173716	259.00113736
14	1.685632698	18.719598593	64	10.88004317	269.88118053
15	1.749686739	20.469285332	65	11.29348481	281.17466534
16	1.816174835	22.285460167	66	11.72263722	292.89730256
17	1.885189478	24.170649645	67	12.16809743	305.06539999
18	1.956826677	26.127476322	68	12.63048513	317.69588512
19	2.031186090	28.158662412	69	13.11044356	330.80632868
20	2.108371161	30.267033573	70	13.60864041	344.41496909
21	2.188489264	32.455522837	71	14.12576874	358.54073783
22	2.271651856	34.727174693	72	14.66254794	373.20328577
23	2.357974626	37.085149319	73	15.21972475	388.42301052
24	2.447577661	39.541726980	74	15.79807428	404.22108480
25	2.540585612	42.082312592	75	16.39840110	420.61948590
26	2.637127865	44.719440457	76	17.02154034	437.64102624
27	2.737338723	47.456779180	77	17.66835887	455.30938511
28	2.841357594	50.298136774	78	18.33975650	473.64914161
29	2.949329182	53.247465956	79	19.03666724	492.68580885
30	3.061403690	56.308869646	80	19.76006059	512.44586944
31	3.177737030	59.486606676	81	20.51094288	532.95681232
32	3.298491037	62.785097713	82	21.29035870	554.24717102
33	3.423833696	66.208931409	83	22.09939232	576.34656334
34	3.555939375	69.762870784	84	22.93916923	599.28573257
35	3.688989070	73.451859854	85	23.81085766	623.09659023
36	3.829170654	77.281030508	86	24.71567024	647.81226047
37	3.974679138	81.255709646	87	25.65486570	673.46712617
38	4.125716945	85.381426591	88	26.62975059	700.09687676
39	4.282494188	89.663920779	89	27.64168111	727.73855787
40	4.445228966	94.109149745	90	28.69206499	756.43062286
41	4.614147666	98.723297411	91	29.78236345	786.21298631
42	4.789485276	103.512782687	92	30.91409326	817.12707957
43	4.971485716	108.484268403	93	32.08882880	849.21590837
44	5.160402173	113.644670576	94	33.30820429	882.52411266
45	5.356497455	119.001168031	95	34.57391605	917.09802871
46	5.560044358	124.561212389	96	35.88772486	952.98575357
47	5.771326043	130.332538432	97	37.25145839	990.23721196
48	5.990636432	136.323174864	98	38.66701381	1028.90422577
49	6.218280616	142.541455480	99	40.13636033	1069.04058610
50	6.454575279	148.996030759	100	41.66154202	1110.70212812

3,9%

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$
1	1.039	1.039	51	7.037086988	160.884190158
2	1.079521	2.118521	52	7.311533380	168.145723538
3	1.121622319	3.240143319	53	7.596683181	175.742406719
4	1.165865589	4.405508908	54	7.892953824	183.635360543
5	1.210814846	5.616323754	55	8.200779023	191.836139566
6	1.258036624	6.874360378	56	8.520609405	200.356748971
7	1.307100052	8.181460430	57	8.852913172	209.209662143
8	1.358076954	9.539537384	58	9.198176785	218.407838928
9	1.411041954	10.950579338	59	9.556905679	227.964744607
10	1.466072590	12.416651928	60	9.929624999	237.894369606
11	1.523249420	13.939901348	61	10.31688037	248.21124997
12	1.582656147	15.522557495	62	10.71923870	258.93048867
13	1.644379736	17.166937281	63	11.13728900	270.06777767
14	1.708510545	18.875447776	64	11.57164327	281.63942094
15	1.775142456	20.650590232	65	12.02293735	293.66235829
16	1.844373011	22.494963243	66	12.49183190	306.15419019
17	1.916303558	24.411266801	67	12.97901334	319.13320353
18	1.991039396	26.402306197	68	13.48519485	332.61839838
19	2.068689931	28.470996128	69	14.01111744	346.62951582
20	2.149268838	30.620364966	70	14.55755101	361.18706683
21	2.233194222	32.853559188	71	15.12529550	376.31236233
22	2.320288796	35.173847984	72	15.71518202	392.02754435
23	2.410780058	37.584628042	73	16.32807412	408.35561847
24	2.504800479	40.089428521	74	16.96486901	425.32048748
25	2.602487697	42.691916218	75	17.62649890	442.94698638
26	2.703984716	45.395900934	76	18.31393235	461.26091873
27	2.809440119	48.205341053	77	19.02817571	480.28909444
28	2.919008283	51.124349336	78	19.77027455	500.05936899
29	3.032849605	54.157198941	79	20.54131525	520.60068424
30	3.151130739	57.308329680	80	21.34242654	541.94311078
31	3.274024838	60.582354518	81	22.17478117	564.11789195
32	3.401711806	63.984066324	82	23.03959763	587.15748958
33	3.534378566	67.518444890	83	23.93814193	611.09563151
34	3.672219329	71.190664219	84	24.87172945	635.96736096
35	3.815435882	75.006100101	85	25.84172689	661.80908785
36	3.964237880	78.970337981	86	26.84955423	688.65864208
37	4.118843157	83.089181138	87	27.89668684	716.55532892
38	4.279478029	87.368659177	88	28.98465762	745.53998654
39	4.446377682	91.815036859	89	30.11505926	775.65504580
40	4.619786411	96.434823270	90	31.28954657	806.94459237
41	4.799958081	101.234781351	91	32.50983888	839.45443125
42	4.987156445	106.221937796	92	33.77772258	873.23215883
43	5.181655546	111.403593342	93	35.09505375	908.32720758
44	5.383740112	116.787333454	94	36.46376084	944.79096842
45	5.593705976	122.381039430	95	37.88584750	982.67681592
46	5.811860508	128.192899938	96	39.36339555	1022.04021147
47	6.038523067	134.231423005	97	40.89856797	1062.93877944
48	6.274025466	140.505448471	98	42.49361211	1105.43239155
49	6.518712458	147.024160929	99	44.15086298	1149.58325453
50	6.772942241	153.797103107	100	45.87274663	1195.45600116

4.0%

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$
1	1.04	1.04	51	7.390950680	166.164717688
2	1.0816	2.1216	52	7.686588707	173.851306391
3	1.124864	3.246464	53	7.994052256	181.845358646
4	1.169858560	4.416322560	54	8.313814346	190.159172992
5	1.216652902	5.632975462	55	8.646366920	198.805539912
6	1.265319019	6.898291481	56	8.992221597	207.797761508
7	1.315931779	8.214226260	57	9.351910160	217.149671969
8	1.368569050	9.582795311	58	9.725986879	226.875658847
9	1.423311812	11.006107123	59	10.115026354	236.990685201
10	1.480244285	12.486351408	60	10.510627408	247.510312609
11	1.539454056	14.025805464	61	10.940412504	258.450725114
12	1.601032219	15.626837683	62	11.378029005	269.828754118
13	1.665073507	17.291911190	63	11.833150165	281.661904283
14	1.731676448	19.023587638	64	12.306476171	293.968380454
15	1.800943506	20.824531143	65	12.798735218	306.767115673
16	1.882981246	22.697512389	66	13.310684627	320.077800299
17	1.947900496	24.645412885	67	13.843112012	333.920912311
18	2.025816515	26.671229400	68	14.396836493	348.317748804
19	2.106884176	28.778078576	69	14.972709952	363.290458756
20	2.191123143	30.969201719	70	15.571618350	378.862077106
21	2.278769069	33.247969788	71	16.194483084	395.056560191
22	2.369918792	35.617888579	72	16.842262408	411.898822598
23	2.464715543	38.082604122	73	17.515952904	429.414775502
24	2.563304165	40.645908287	74	18.216591020	447.631366522
25	2.665836333	43.311744619	75	18.945254661	466.576621183
26	2.772469785	46.084214403	76	19.703064847	486.279686030
27	2.883368576	48.967582980	77	20.491187441	506.770873472
28	2.998703319	51.966286299	78	21.310834939	528.081708410
29	3.118651452	55.084937751	79	22.163268336	550.244976747
30	3.243397510	58.328335261	80	23.049799070	573.294775817
31	3.373133410	61.701468671	81	23.971791033	597.266566849
32	3.508058747	65.209527418	82	24.930662674	622.197229523
33	3.648381097	68.857908515	83	25.927889181	648.125118704
34	3.794316341	72.652224855	84	26.965004748	675.090123452
35	3.946088994	76.698313850	85	28.043604938	703.133728391
36	4.103932554	80.702246404	86	29.165349136	732.299077526
37	4.268089856	84.970336260	87	30.331963101	762.631040627
38	4.438813450	89.409149710	88	31.545241625	794.176282252
39	4.616365988	94.025515698	89	32.907051290	826.983333542
40	4.801020628	98.826586326	90	34.119333342	861.102666884
41	4.993061453	103.819597779	91	35.484106675	896.566773559
42	5.192783911	109.012381691	92	36.903470942	933.490244502
43	5.400495268	114.412876958	93	38.379609780	971.869854282
44	5.616515078	120.029392037	94	39.914794171	1011.784648453
45	5.841175682	125.870567718	95	41.511385938	1053.296034391
46	6.074822709	131.945390427	96	43.171841376	1096.467875767
47	6.317815617	138.263206044	97	44.898715031	1141.366590798
48	6.570528242	144.833734286	98	46.694663632	1188.061254430
49	6.833349671	151.667083657	99	48.562450177	1236.623704607
50	7.106683346	158.773767003	100	50.504948184	1287.128652701

4.1%

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q_n	$q + q^2 + \dots + q^n$
1	1.041	1.041	51	7.762242450	171.694985384
2	1.083681	2.124681	52	8.080491390	179.775179771
3	1.128111921	3.252792921	53	8.411794660	188.187274431
4	1.174364510	4.427157431	54	8.756678240	196.943952674
5	1.222513155	5.649670886	55	9.115702048	206.059654722
6	1.272636506	6.922307392	56	9.489445832	215.549100554
7	1.324814603	8.247121995	57	9.878513111	225.427613665
8	1.379132002	9.626253997	58	10.28353215	235.71114581
9	1.435676414	11.061930411	59	10.70515697	246.41630278
10	1.494539147	12.556469558	60	11.14406840	257.56037118
11	1.555815252	14.112284810	61	11.60097520	269.16134638
12	1.619603677	15.731888487	62	12.07661519	281.3796157
13	1.686007427	17.417895914	63	12.57175641	293.80971798
14	1.755133731	19.173029645	64	13.08719842	306.89691640
15	1.827094214	21.000123859	65	13.62377355	320.52068995
16	1.902005077	22.902128936	66	14.18234826	334.703 3821
17	1.979987285	24.882116221	67	14.76382454	349.46686275
18	2.061166763	26.943282984	68	15.36914134	364.83600409
19	2.145674600	29.088957584	69	15.99927613	380.83528022
20	2.233647259	31.322604843	70	16.65524645	397.49052667
21	2.325226796	33.647831639	71	17.33811155	414.82863822
22	2.420561093	36.068392732	72	18.04897412	432.87761231
23	2.519804093	38.588196830	73	18.78898206	451.6 659440
24	2.623116065	41.211312895	74	19.55933032	471.22592472
25	2.730663823	43.941976718	75	20.36126286	491.58718758
26	2.842621040	46.784597758	76	21.19607463	512.78326221
27	2.959168503	49.743766261	77	22.06511369	534.84837590
28	3.080494412	52.824260673	78	22.96978335	557.81815925
29	3.206794683	56.031055356	79	23.91154447	581.72970372
30	3.338273265	59.369328621	80	24.89191779	606.62162151
31	3.475142469	62.844471090	81	25.91248642	632.53410793
32	3.617623310	66.462094400	82	26.97489836	659.50900629
33	3.765945866	70.228040266	83	28.08086919	687.58987548
34	3.920349646	74.148389912	84	29.23218482	716.82206030
35	4.081083981	78.229473893	85	30.43070440	747.25276470
36	4.248408424	82.477882317	86	31.67836328	778.93112798
37	4.422593169	86.900475486	87	32.97717617	811.90830415
38	4.603919488	91.504394974	88	34.32924039	846.23754454
39	4.792680187	96.297075161	89	35.73673924	881.97428378
40	4.989180074	101.286255235	90	37.20194555	919.17622933
41	5.193736457	106.479991692	91	38.72722532	957.90345465
42	5.406679651	111.886671343	92	40.31504156	998.21849621
43	5.628353517	117.515024860	93	41.96795826	1040.18645447
44	5.859116011	123.374140871	94	43.68864455	1083.87509902
45	6.099339767	129.473480638	95	45.47987897	1129.35497799
46	6.349412697	135.822893335	96	47.34455400	1176.69953199
47	6.609738617	142.432631952	97	49.28568072	1225.98521271
48	6.880737900	149.313369852	98	51.30639363	1277.29160634
49	7.152848154	156.476218006	99	53.40995577	1330.70156211
50	7.456524928	163.932742934	100	55.59976395	1386.30132606

4.2°/o

n	q ⁿ	q+q ² +...+q ⁿ	n	q ⁿ	q+q ² +...+q ⁿ
1	1.042	1.042	51	8.151802763	177.432821434
2	1.085764	2.127764	52	8.494178479	185.926999913
3	1.131366088	3.259130088	53	8.850933975	194.777933888
4	1.178883463	4.438013551	54	9.222673202	204.000607090
5	1.228396568	5.666410119	55	9.610025477	213.610632567
6	1.279989223	6.946399342	56	10.01364655	223.62427911
7	1.333748770	8.280148112	57	10.43421970	234.05849881
8	1.389766218	9.669914330	58	10.87245693	244.93095574
9	1.448136399	11.118050729	59	11.32910012	256.26005586
10	1.508958127	12.627008856	60	11.80492232	268.06497818
11	1.572334368	14.199343224	61	12.30072906	280.36570724
12	1.638372411	15.837715635	62	12.81735968	293.18306692
13	1.707184052	17.544899687	63	13.35568878	306.53875570
14	1.778885782	19.323785469	64	13.91662771	320.45538341
15	1.853598985	21.177384454	65	14.50112607	334.95650948
16	1.931450142	23.108834596	66	15.11017336	350.06668284
17	2.012571048	25.121405644	67	15.74480064	365.81148348
18	2.097099032	27.218504676	68	16.40608227	382.21756575
19	2.185177191	29.403681867	69	17.09513772	399.31270347
20	2.276954633	31.680636500	70	17.81313350	417.12583697
21	2.372586727	34.053223227	71	18.56128511	435.68712208
22	2.472235360	36.525458587	72	19.34085908	455.02798116
23	2.576069245	39.101527832	73	20.15317516	475.18115632
24	2.684264153	41.785791985	74	20.99960851	496.18076483
25	2.797003247	44.582795232	75	21.88159207	518.06235690
26	2.914477383	47.497272615	76	22.80061894	540.36297584
27	3.036885433	50.534158048	77	23.75824493	564.62122077
28	3.164434621	53.698592669	78	24.75609121	589.37731193
29	3.297340875	56.995933544	79	25.79584704	615.17315902
30	3.435829191	60.431762735	80	26.87927262	642.05243164
31	3.580134017	64.011896752	81	28.00820207	670.06063371
32	3.730499645	67.742396597	82	29.18454656	699.24518027
33	3.887180632	71.629577029	83	30.41029751	729.65547778
34	4.050442218	75.680019247	84	31.68753000	761.34300778
35	4.220560791	79.900580038	85	33.01840626	794.36141404
36	4.397824344	84.298404382	86	34.40517932	828.76659336
37	4.582532366	88.880937348	87	35.85019685	864.61679021
38	4.774999350	93.655936698	88	37.35590511	901.97269532
39	4.975549323	98.631486021	89	38.92485312	940.89754844
40	5.181522394	103.816008415	90	40.55969695	981.45724539
41	5.402272334	109.218280749	91	42.26320422	1023.72044961
42	5.629167772	114.847448521	92	44.03825880	1067.75870841
43	5.865592818	120.713041339	93	45.88786567	1113.64657408
44	6.111947716	126.824989055	94	47.81515602	1161.46173010
45	6.368649520	133.193638575	95	49.82339257	1211.28512267
46	6.636132800	139.829771375	96	51.91597505	1263.20109772
47	6.914850378	146.744621753	97	54.09644600	1317.29751372
48	7.205274093	153.949895846	98	56.36849673	1373.66604045
49	7.507895605	161.457791451	99	58.73597359	1432.40201404
50	7.823227220	169.281018671	100	61.20288445	1493.60489852

4.3%

n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$	n	fn	$q+q^2+\dots+q^n$
1	1.043	1.043	51	8.560511756	183.386366816
2	1.087849	2.130849	52	8.928613761	192.314980577
3	1.134626507	3.265475507	53	9.312544153	201.627521730
4	1.183415447	4.448890954	54	9.712983551	211.340508281
5	1.234302311	5.683193265	55	10.13064184	221.47115012
6	1.287377310	6.970570575	56	10.56625944	232.03740956
7	1.342734534	8.313305109	57	11.02060859	243.05801815
8	1.400472119	9.713777228	58	11.49449475	254.55251290
9	1.460692420	11.174469648	59	11.98875802	266.51127092
10	1.523502194	12.697971842	60	12.50427461	279.01554553
11	1.589012788	14.286984630	61	13.04195842	292.08750395
12	1.657340337	15.944324967	62	13.60272623	305.69026658
13	1.728605971	17.672930938	63	14.18768142	319.87794800
14	1.802936028	19.475866966	64	14.79775172	334.67569972
15	1.880462277	21.356329243	65	15.43405504	350.10975476
16	1.961322155	23.317651398	66	16.09771941	366.20747417
17	2.045659007	25.363310405	67	16.78992134	382.99739551
18	2.133622344	27.496932749	68	17.51188796	400.50928347
19	2.225368105	29.722300854	69	18.26439914	418.77418261
20	2.321058933	32.043359787	70	19.05028980	437.82447241
21	2.420864467	34.464224254	71	19.86945226	457.69392467
22	2.524961639	36.989185893	72	20.72338370	478.11776337
23	2.633534989	39.622720882	73	21.61496376	500.03272713
24	2.746776993	42.369497875	74	22.54440720	522.57713433
25	2.864888403	45.234386278	75	23.51381671	546.09095104
26	2.988078604	48.222464882	76	24.52491083	570.61586187
27	3.116565984	51.339030866	77	25.57948199	596.19534386
28	3.250578321	54.589609187	78	26.67939971	622.87474357
29	3.390353189	57.979962376	79	27.82661389	650.70135746
30	3.536138376	61.516100752	80	29.02315828	679.72451574
31	3.688192326	65.204293078	81	30.27115410	709.99566984
32	3.846784596	69.051077674	82	31.57281372	741.56848356
33	4.012196333	73.063274007	83	32.93044471	774.49892827
34	4.184720775	77.247994782	84	34.34645383	808.84538210
35	4.364663768	81.612658550	85	35.82335134	844.66873344
36	4.552344310	86.165002860	86	37.36375545	882.03248889
37	4.748095115	90.913097975	87	38.97039693	921.00288582
38	4.952263205	95.865361180	88	40.64612399	961.64900981
39	5.165210523	101.030571703	89	42.39390732	1004.04291713
40	5.387314575	106.417886278	90	44.21684533	1048.25976246
41	5.618969102	112.036855380	91	46.11816968	1094.37793214
42	5.860584773	117.897440153	92	48.10125097	1142.47918311
43	6.112589918	124.010030071	93	50.16960476	1192.64878787
44	6.375431284	130.385461355	94	52.32689776	1244.97568563
45	6.649574829	137.035036184	95	54.57695436	1299.55263999
46	6.935506546	143.970542730	96	56.92376339	1356.47640338
47	7.233733327	151.204276057	97	59.37148521	1415.84788559
48	7.544783860	158.749059917	98	61.92445907	1477.77234766
49	7.869209566	166.618269483	99	64.58721051	1542.35955847
50	8.207585577	174.825855060	100	67.36446087	1609.72401934

4.4%

n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$	n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$
1	1.044	1.044	51	8.989290806	189.564082130
2	1.089936	2.133936	52	9.384819601	198.948901731
3	1.137893184	3.271829184	53	9.797751663	208.746653391
4	1.187960481	4.459789668	54	10.22885274	218.97550613
5	1.240230745	5.700020413	55	10.67892225	229.65442838
6	1.294800897	6.994821310	56	11.14879482	240.80322320
7	1.351772136	8.346593446	57	11.63934179	252.44256499
8	1.411250110	9.757843556	58	12.15147282	264.59403781
9	1.473345115	11.231188671	59	12.68613762	277.28017513
10	1.538172300	12.769360971	60	13.24432767	290.52450310
11	1.605851881	14.375212852	61	13.82707808	304.35158118
12	1.676509361	16.051722216	62	14.43516951	318.78705069
13	1.750275776	17.801997992	63	15.07063017	333.85768086
14	1.827287910	19.629285902	64	15.73373789	349.59141875
15	1.907688578	21.536974480	65	16.42602235	366.01744110
16	1.991628875	23.528601355	66	17.14876733	383.16620843
17	2.079258457	25.607859812	67	17.90331809	401.06952152
18	2.170745829	27.778605611	68	18.69105886	419.76058038
19	2.266258645	30.044864286	69	19.51346541	439.27404579
20	2.365974025	32.410838311	70	20.37205789	459.64610368
21	2.470076882	34.880915193	71	21.26842843	480.91453211
22	2.578760264	37.459675457	72	22.20423928	503.11877139
23	2.692225715	40.151901172	73	23.18122580	526.29999719
24	2.810688646	42.962584818	74	24.20119973	550.50119692
25	2.934353727	45.896938545	75	25.26605251	575.76724943
26	3.063465291	48.960403836	76	26.37775882	602.14500825
27	3.198257763	52.158661599	77	27.53838020	629.68338845
28	3.338981105	55.497642704	78	28.75006893	658.43345738
29	3.485896273	58.983538977	79	30.01507196	688.44852934
30	3.639275709	62.622814686	80	31.33573512	719.78426446
31	3.799403840	66.422218526	81	32.71450746	752.49877192
32	3.966577609	70.388796135	82	34.15394578	786.65271770
33	4.141107023	74.529903158	83	35.65671939	822.30943709
34	4.323315732	78.853218890	84	37.22561504	859.53505213
35	4.513541624	83.366760514	85	38.86354210	898.39859423
36	4.712137455	88.078897969	86	40.57353795	938.97213218
37	4.919471503	92.998369172	87	42.35877361	981.33090579
38	5.135928249	98.134297721	88	44.22255965	1025.55346544
39	5.361909091	103.496206812	89	46.16835227	1071.72181771
40	5.597833091	109.094039903	90	48.1975977	1119.92157748
41	5.844137747	114.938177650	91	50.32054919	1170.24212667
42	6.101279807	121.039457457	92	52.53465335	1222.77678002
43	6.369736118	127.409193575	93	54.84617809	1277.62295811
44	6.650004507	134.059198082	94	57.25940992	1334.88236863
45	6.942604705	141.001802787	95	59.77882395	1394.66119198
46	7.248679312	148.249882099	96	62.40909220	1457.07028418
47	7.566994801	155.816876900	97	65.15509226	1522.22537644
48	7.899942572	163.716819472	98	68.02191632	1590.24729276
49	8.217540045	171.964359517	99	71.01488064	1661.26217340
50	8.610431807	180.574791324	100	74.13953538	1735.40170878

4.5%

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$
1	1.045	1.045	51	9.439104905	195.974769456
2	1.092025	2.137025	52	9.863864626	205.838634082
3	1.141166125	3.278191125	53	10.307738534	216.146372615
4	1.192518601	4.470709726	54	10.771586768	226.917959383
5	1.246181938	5.716891663	55	11.256308172	238.174267555
6	1.302260125	7.019151788	56	11.762842040	249.937109595
7	1.360861831	8.380013619	57	12.292169932	262.229279527
8	1.422100613	9.802114231	58	12.845317579	275.074597106
9	1.486095140	11.288209372	59	13.423356370	288.497953975
10	1.552969422	12.841178794	60	14.027407929	302.525361904
11	1.622853046	14.464031839	61	14.658641286	317.184003190
12	1.695881433	16.159913272	62	15.318280144	332.502283334
13	1.772196997	17.932109.69	63	15.007602750	348.509886084
14	1.851944922	19.784054291	64	16.727944874	365.237810957
15	1.935282443	21.719336734	65	17.480702393	382.718533350
16	2.02370153	23.74170.887	66	18.267334001	400.985367351
17	2.113376810	25.855083697	67	19.089364031	420.075231382
18	2.208478766	28.063562463	68	19.948385412	440.023616794
19	2.307860311	30.371422774	69	20.846062756	460.869679550
20	2.411714025	32.783136799	70	21.784135580	482.653815130
21	2.520241156	35.303377955	71	22.764421681	505.418236810
22	2.633652.08	37.937029963	72	23.788820657	529.207057467
23	2.752166348	40.689196311	73	24.859317586	554.066375053
24	2.876913834	43.565210145	74	25.977986877	580.044361930
25	3.005434457	46.576444602	75	27.146996287	607.1912558217
26	3.140679007	49.711323609	76	28.308511120	635.559969389
27	3.282009562	52.993333171	77	29.615198620	665.205167957
28	3.429699993	56.423033164	78	30.979232558	696.184400515
29	3.584036492	60.007069656	79	32.373298023	728.557698538
30	3.745318135	63.752387791	80	33.830096434	762.987794973
31	3.913857451	67.666245242	81	35.352450774	797.740245746
32	4.089981035	71.756226277	82	36.943311059	834.689556805
33	4.274030183	76.030256460	83	38.605760056	873.289316861
34	4.466361541	80.496618001	84	40.343019259	913.632336120
35	4.667317810	85.163965811	85	42.158455125	955.790791245
36	4.877375482	90.041344272	86	44.055585366	999.816376851
37	5.0968.0492	95.138204764	87	46.038086958	1045.884463810
38	5.326219214	100.464423979	88	48.10989.871	1093.994264681
39	5.565899079	106.030323058	89	50.271741911	1144.269006592
40	5.816364538	111.846687595	90	52.537105297	1196.806111888
41	6.078100942	117.924785537	91	54.901275035	1251.707386923
42	6.35161548	124.276404021	92	57.371832412	1309.079219335
43	6.637438181	130.913842202	93	59.953564870	1369.032784205
44	6.936122899	137.819965101	94	62.651475289	1431.681259494
45	7.248248430	145.098213531	95	65.470791677	1497.155051171
46	7.574419609	152.672637140	96	68.416977303	1565.572028474
47	7.915268491	160.587901631	97	71.495741281	1637.067769755
48	8.271455573	168.859357205	98	74.773049639	1711.780819394
49	8.643671074	177.503028279	99	78.075136873	1789.855956267
50	9.032636272	186.535664551	100	81.588518032	1871.414474299

4.6%

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$
1	1.046	1.046	51	9.91096421	202.627577890
2	1.094116	2.140116	52	10.36686856	212.99444645
3	1.144445336	3.284561336	53	10.84374451	223.83819096
4	1.197089821	4.481651157	54	11.34255676	235.18074772
5	1.252155953	5.733807110	55	11.86431436	247.04506208
6	1.309755126	7.043562236	56	12.41007282	259.45513490
7	1.370003862	8.413566098	57	12.98093616	272.43607106
8	1.433024039	9.846590137	58	13.57805922	286.01413028
9	1.498943144	11.345533281	59	14.20264994	300.21678022
10	1.567894528	12.913427809	60	14.85597183	315.07275205
11	1.640017676	14.553445485	61	15.53934653	330.61209858
12	1.715458488	16.268903973	62	16.25415647	346.86625505
13	1.794369578	18.063273551	63	17.00181766	363.86810271
14	1.876910578	19.940184129	64	17.78393265	381.65203536
15	1.963248464	21.903432593	65	18.60199355	400.25402891
16	2.053557893	23.956990483	66	19.45768525	419.71171416
17	2.148021555	26.105012041	67	20.35273877	440.06445293
18	2.246830546	28.351842587	68	21.28896475	461.35341768
19	2.350184751	30.702027338	69	22.26825712	483.62167480
20	2.458293249	33.160320587	70	23.29259695	506.91427175
21	2.571374738	35.731695325	71	24.36405640	531.27832815
22	2.689657975	38.421353300	72	25.48480299	556.76313114
23	2.813382241	41.234735541	73	26.65710392	583.42023506
24	2.942797824	44.177533365	74	27.88333070	611.30356576
25	3.078166524	47.255699889	75	29.16596391	640.46952967
26	3.219762184	50.475462073	76	30.50759824	670.97712791
27	3.367871244	53.843333317	77	31.91094776	702.88807567
28	3.522793321	57.366126638	78	33.37885136	736.26692703
29	3.684811814	61.050968452	79	34.91427852	771.18120555
30	3.854344537	64.905312989	80	36.52033533	807.70154988
31	4.031644385	68.936957374	81	38.20027075	845.90181163
32	4.217100026	73.154057400	82	39.95748320	885.55929483
33	4.411086627	77.565144027	83	41.79552743	927.65492226
34	4.613996511	82.179140638	84	43.71812169	971.37294395
35	4.826240455	87.005381093	85	45.72915528	1017.10209923
36	5.048247515	92.053628608	86	47.83269642	1064.93479565
37	5.280166900	97.334095508	87	50.03300045	1114.96779610
38	5.523348377	102.857463885	88	52.33451847	1167.30231457
39	5.777443322	108.634907207	89	54.74190632	1222.04422089
40	6.043205715	114.678112922	90	57.26003401	1279.30425490
41	6.321193178	120.999306100	91	59.89399557	1339.19825047
42	6.611968063	127.611274163	92	62.64911936	1491.84736983
43	6.916118593	134.527392756	93	65.53097885	1467.37834868
44	7.234260048	141.761652804	94	68.54540387	1535.92375255
45	7.567036010	149.328688814	95	71.69849214	1607.62224499
46	7.915119666	157.243808480	96	74.99662309	1682.61866808
47	8.279215170	165.523023650	97	78.44646775	1761.06533583
48	8.660059067	174.183082717	98	82.05500526	1843.12034109
49	9.05421783	183.241504500	99	85.82953550	1928.94987659
50	9.475109184	192.716613684	100	89.77769413	2018.72757072

4.7%

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$
1	1.047	1.047	51	10.40592673	209.53202761
2	1.096209	2.143209	52	10.89500528	220.42703289
3	1.147730823	3.290939823	53	11.40707052	231.83410341
4	1.201674172	4.492613995	54	11.94320283	243.77730624
5	1.258152858	5.750766853	55	12.50453336	256.28183960
6	1.317286042	7.068052895	56	13.09224642	269.37408602
7	1.379198486	8.447251381	57	13.70758200	283.08166802
8	1.444020814	9.891272195	58	14.35183836	297.43350638
9	1.511889792	11.403161987	59	15.02637476	312.45988114
10	1.582948612	12.986110599	60	15.73261437	328.19249551
11	1.657347197	14.643457796	61	16.47204724	344.61454275
12	1.735242514	16.378700310	62	17.24623346	361.91077621
13	1.816798912	18.195499222	63	18.05630643	379.96758264
14	1.902188461	20.097687683	64	18.90547633	398.87305897
15	1.991591318	22.089279001	65	19.79403372	418.66709269
16	2.085196109	24.174475110	66	20.72435330	439.39144599
17	2.183200326	26.357675436	67	21.69839790	461.08984389
18	2.285810741	28.643486177	68	22.71822260	483.80806649
19	2.393243846	31.036730023	69	23.78597906	507.59404555
20	2.505726306	33.542456329	70	24.90392007	532.49796562
21	2.623495442	36.165951771	71	26.07440431	558.57236993
22	2.746799728	38.912751499	72	27.29950131	585.87227124
23	2.875899315	41.788650814	73	28.58299667	614.45526791
24	3.011066583	44.799717397	74	29.92639751	644.38166542
25	3.152586712	47.952304109	75	31.33293819	675.71460361
26	3.300758287	51.253062396	76	32.80558628	708.52018989
27	3.455893926	54.708956322	77	34.34744883	742.86763872
28	3.618320940	58.327277262	78	35.96177892	778.82941764
29	3.788382024	62.115659286	79	37.65198252	816.48140016
30	3.966435979	66.082095265	80	39.42162570	855.90302586
31	4.152858469	70.234953734	81	41.27444210	897.17746796
32	4.348042816	74.582996550	82	43.21434088	940.39180884
33	4.552400828	79.135397378	83	45.24541489	985.63722373
34	4.766363667	83.901761045	84	47.37194938	1003.00917311
35	4.990382759	88.892143804	85	49.59843100	1082.60760411
36	5.244930748	94.117074552	86	51.92955726	1134.53716137
37	5.470502493	99.587577045	87	54.37024645	1188.90740782
38	5.727616109	105.315193154	88	56.92564803	1245.83305585
39	5.996814066	111.312007220	89	59.60115349	1305.43420934
40	6.278664326	117.590671546	90	62.40240770	1367.83661701
41	6.573761549	124.164433095	91	65.33532086	1433.17193790
42	6.882728341	131.047161436	92	68.40603093	1501.57801883
43	7.206216573	138.253378009	93	71.62116673	1573.19918556
44	7.544908751	145.798286760	94	74.98736157	1648.18654713
45	7.899519462	153.697806222	95	78.51176756	1726.69831469
46	8.270796876	161.968603098	96	82.20182063	1808.90013532
47	8.659524329	170.628127427	97	86.06530619	1894.96544151
48	9.066521972	179.694649399	98	90.11037558	1985.07581709
49	9.492648504	189.187297908	99	94.34556323	2079.42138032
50	9.938862984	199.126100887	100	98.77950470	2178.20118502

4.8%

n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$	n	q^n	$q + q^2 + \dots + q^n$
1	1.048	1.048	51	10.92509978	216.69801216
2	1.098304	2.146304	52	11.44950456	228.14751672
3	1.151022592	3.297326592	53	11.99908077	240.14659749
4	1.206271676	4.503598268	54	12.57503664	252.72163413
5	1.264172716	5.767770984	55	13.17863839	265.90027252
6	1.324853006	7.092623990	56	13.81121303	279.71148555
7	1.388445950	8.481069940	57	14.47415126	294.18563681
8	1.455091355	9.936161295	58	15.16891052	309.35454733
9	1.524935740	11.461097035	59	15.89701822	325.25156555
10	1.598132655	13.059229690	60	16.66007510	341.91164065
11	1.674843022	14.734072712	61	17.45975870	359.37139935
12	1.755235487	16.489308199	62	18.29782712	377.66922647
13	1.839486789	18.328794988	63	19.17612282	396.84534929
14	1.927782154	20.256577142	64	20.09657671	416.94192600
15	2.020315697	22.276892839	65	21.06121239	438.00313839
16	2.117290849	24.394183688	66	22.07215058	460.07528897
17	2.218920809	26.613104497	67	23.13161380	483.20690277
18	2.325429008	28.938533505	68	24.24193126	507.44883403
19	2.437019600	31.375583105	69	25.40554396	532.85437799
20	2.554027981	33.929611086	70	26.62501006	559.47938805
21	2.676621323	36.606232409	71	27.90301054	587.38239859
22	2.805099146	39.411331555	72	29.24235504	616.62475363
23	2.939743905	42.351075460	73	30.64598808	647.27074171
24	3.080851612	45.431927072	74	32.11699551	679.38773722
25	3.228732489	48.660659561	75	33.65861129	713.04634851
26	3.383711648	52.044371209	76	35.27422463	748.32057314
27	3.546129807	55.590501016	77	36.96738741	785.28796055
28	3.716344037	59.306845053	78	38.74182200	824.02978255
29	3.894728550	63.201573603	79	40.60142946	864.63121201
30	4.081675520	67.283249123	80	42.55029807	907.18151008
31	4.277595945	71.560845068	81	44.59271238	951.77422246
32	4.482920550	76.013765618	82	46.73316257	998.50738503
33	4.698109736	80.741866354	83	48.97635437	1047.48373940
34	4.923609571	85.665175925	84	51.32721938	1098.81095878
35	5.159942830	90.825418755	85	53.79092591	1152.60188469
36	5.407620086	96.233038841	86	56.37289035	1208.97477504
37	5.667185849	101.900224690	87	59.07878909	1268.05356113
38	5.939210769	107.839435459	88	61.91457096	1329.96813509
39	6.224292885	114.063728314	89	64.88647036	1394.85460545
40	6.523058943	120.586787287	90	68.00102091	1462.85562639
41	6.836165772	127.422953059	91	71.26506994	1534.12069633
42	7.161301729	134.587251788	92	74.68579329	1608.80648962
43	7.508188212	142.095443000	93	78.27071136	1687.07720098
44	7.868581246	149.964024246	94	82.02770550	1769.10490648
45	8.246273146	158.210297392	95	85.96503536	1855.06994184
46	8.642094257	166.852391649	96	90.09135706	1945.16129890
47	9.056911781	175.909306430	97	94.41574220	2039.57704110
48	9.491646690	185.400953120	98	98.94769783	2138.52473893
49	9.947245731	195.348198851	99	103.6971873	2242.2219262
50	10.42471353	205.77291238	100	108.6746522	2350.8965784

4.9%

n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$	n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$
1	1.049	1.049	51	11.46964283	224.13582365
2	1.100401	2.149401	52	12.03165532	236.16747897
3	1.154320649	3.303721649	53	12.62120643	248.78868540
4	1.210892360	4.514604009	54	13.23964554	262.02833094
5	1.270215595	5.784819504	55	13.88838817	275.91671911
6	1.332465159	7.177275763	56	14.56891919	290.48563830
7	1.397746510	8.515022273	57	15.28279623	305.76843453
8	1.466236089	9.981258362	58	16.03165325	321.80008778
9	1.538081656	11.519340018	59	16.81720426	338.61729204
10	1.613447657	13.132787675	60	17.64124727	356.25853931
11	1.692506590	14.825294265	61	18.50566838	374.76420769
12	1.775439412	16.600733677	62	19.41244613	394.17665382
13	1.862435943	18.463169620	63	20.36365599	414.54030981
14	1.953695304	20.416864924	64	21.36147512	435.90178493
15	2.049426374	22.466291298	65	22.40818740	457.30997233
16	2.149848266	24.616139564	66	23.50618858	481.81616091
17	2.255190830	26.871330394	67	24.65799181	506.47415272
18	2.365675181	29.237025575	68	25.86623310	532.34038612
19	2.481614244	31.718639819	69	27.13367884	559.47406496
20	2.603213342	34.321853161	70	28.46322910	587.93729406
21	2.730770796	37.052623957	71	29.85792733	617.79522139
22	2.864578564	39.917202521	72	31.32096577	649.11618716
23	3.004942913	42.922145434	73	32.85569309	681.97188025
24	3.152185116	46.074330550	74	34.46562205	716.43750230
25	3.306642187	49.380972737	75	36.15443753	752.59193983
26	3.468667653	52.849640390	76	37.92600497	790.51794480
27	3.638632368	56.488272758	77	39.78437921	830.30232401
28	3.816925353	60.305198111	78	41.73381379	872.03613780
29	4.003954695	64.309152806	79	43.77877066	915.81490846
30	4.200148474	68.509301280	80	45.92393042	961.73883888
31	4.405955749	72.915257029	81	48.17420301	1009.91304189
32	4.621847580	77.537104609	82	50.53473896	1060.44778085
33	4.848318111	82.385422720	83	53.01094116	1113.45872201
34	5.085885698	87.471308418	84	55.60847728	1169.06719929
35	5.335094096	92.806402514	85	58.33329267	1227.40049196
36	5.596513706	98.402916220	86	61.19162401	1288.59211597
37	5.870742877	104.273659097	87	64.19001359	1352.78212956
38	6.158409278	110.432068375	88	67.33532425	1420.11745381
39	6.460171332	116.892239707	89	70.63475514	1490.75220895
40	6.776719727	123.668959434	90	74.09585814	1564.84806709
41	7.108778993	130.777738427	91	77.72655519	1642.57462228
42	7.457109163	138.234847590	92	81.53515639	1724.10977867
43	7.822507512	146.057355102	93	85.53037905	1809.64015772
44	8.205810380	154.263165482	94	89.72136762	1899.36152534
45	8.607895088	162.871060570	95	94.11771463	1993.47923997
46	9.029681946	171.900742516	96	98.72948265	2092.20872262
47	9.472136361	181.372878877	97	103.5672273	2195.7759499
48	9.936271042	191.309149919	98	108.6420214	2304.4179713
49	10.42314332	201.73229823	99	113.9654804	2418.3834517
50	10.93388259	212.66618082	100	119.5497890	2537.9332407

5 0%

n	q^n	$q+q^2+\dots+z^n$	n	q^n	$q+q^2+\dots+q^n$
1	1.05	1.05	51	12.040769775	231.856165276
2	1.1025	2.1525	52	12.642808264	244.498973540
3	1.157625	3.310125	53	13.274948677	257.773922217
4	1.215506250	4.52563125	54	13.938696111	271.712618328
5	1.276281563	5.801912813	55	14.635636916	286.348249244
6	1.340095641	7.14208453	56	15.367412462	301.715661706
7	1.407100423	8.549108876	57	16.135783085	317.851444791
8	1.477455444	10.026564320	58	16.942572240	334.794017031
9	1.551328216	11.577892536	59	17.789700852	352.583717883
10	1.628894627	13.206787162	60	18.679185894	371.262903777
11	1.710339358	14.917126520	61	19.613145189	390.876048965
12	1.795856326	16.712982847	62	20.593802448	411.469851414
13	1.885649142	18.598631989	63	21.623492571	433.093343984
14	1.979931599	20.578563588	64	22.704667199	455.798011184
15	2.078928179	22.657491768	65	23.839900559	479.637911743
16	2.182874588	24.840366356	66	25.031895587	504.669807330
17	2.292018318	27.132384674	67	26.283490367	530.953297696
18	2.406619234	29.539003908	68	27.597664885	558.550962581
19	2.526950195	32.065954103	69	28.977548129	587.528510710
20	2.653297705	34.719251808	70	30.426425536	617.954936246
21	2.785962590	37.505214398	71	31.947746812	649.902683058
22	2.925260719	40.430475118	72	33.545134153	683.447817211
23	3.071523756	43.501998874	73	35.222390861	718.670208072
24	3.225099944	46.727098818	74	36.983510404	755.653718475
25	3.386354941	50.113453759	75	38.832685924	794.486104399
26	3.555672688	53.669126447	76	40.774320220	835.260724019
27	3.733456322	57.402582769	77	42.813036231	878.073760850
28	3.920129139	61.322711903	78	44.953688043	923.027448892
29	4.116135595	65.438847503	79	47.201372445	970.228821337
30	4.321942375	69.760789878	80	49.561441067	1019.790262404
31	4.538039494	74.298829372	81	52.039513120	1071.829775524
32	4.764941469	79.063770841	82	54.641488776	1126.471264300
33	5.003188512	84.066959383	83	57.373563215	1183.844827515
34	5.253347969	89.320307352	84	60.242241376	1244.087068891
35	5.516015368	94.836322719	85	63.254353445	1307.341422336
36	5.79116136	100.628138855	86	66.417071117	1373.758493452
37	6.081406943	106.709545798	87	69.737924673	1443.496418125
38	6.385477290	113.095023088	88	73.224820906	1516.721239031
39	6.701751154	119.799774243	89	76.886061952	1593.607300983
40	7.039985712	126.839762955	90	80.730365049	1674.337666032
41	7.391988148	134.231751102	91	84.766883302	1759.104549333
42	7.761587555	141.993338658	92	89.005227467	1848.109776800
43	8.149666933	150.143005590	93	93.455488840	1941.565265640
44	8.557150280	158.700155870	94	98.128263282	2039.693528922
45	8.985007794	167.685163663	95	103.035676446	2142.728205368
46	9.434258183	177.119421847	96	108.186410268	2250.914615637
47	9.905971092	187.025392939	97	113.595730782	2364.510346418
48	10.401269647	197.426662586	98	119.275517321	2483.785863739
49	10.921333129	208.347995715	99	125.239293187	2609.025156936
50	11.467399786	219.815395501	100	131.501257846	2740.526414773

A KIHÁZASÍTÁSI TÖKÉK BIZTOSÍTÁSÁNÁL
ELŐFORDULÓ TARTALÉK
SZÁMÍTÁSÁNAK KÖNNYEBB MÓDJA.

WENINGER VINCZÉTŐL.

(Felolvasatott 1865. május 1-én.)

1861. június 17-én volt szerencsém a Tek. Akadémia asztalára tehetni az életbiztosítási — díjtartalék számításának matematikai alapját. Azon értekezésnek 20 és 21-dik lapján ki volt fejtve azon eszme, mely által számos esetben a díjtartalék egy új egyszerűbb módon leendő meghatározható. Mint-hogy a számításnak említett újabb módja az életbiztosításnak épen azon nemeinél talál alkalmazást, a melyekben a megszokott eddigi eljárás hosszadalmas és igen fárasztó : czélszerűnek tartottam, azon eszme kiterjesztését és alkalmazását a a tőkebiztosítások azon neménél megkísérteni, mely minden életbiztosítási társaságnál gyakran előfordúl, és mely a következő feltételekhez van kötve :

Valamely a éves egyén B tőkét biztosít oly módon, hogy az $(a+n)$ éves korában kiadassék, ha-hogy akkor életben leendő ; ha azonban a biztosított a kitűzött korévet el nem érné, a halál-ig befizetett díjak kamatok nélkül örököseinek visszatérítessenek, és pedig még azon évben, a melyben a haláleset bekövetkezett.

Azon feltét által, hogy halálesetben a díjvisszatérítés azonnal történjék (a mire nézve a biztosító társaságok feltételeiben 3 havi határidő van kitéve), a képlet és a díjtartalék számítása bonyolodottabb, mintha a díj csak azon évben térítetik vissza, a melyben a biztosítottnak életben maradása esetében a biztosított tőke lett volna fizetendő.

Már a díjszámítás képletei e két esetben igen különböznek, mint az Politikai Számtanomban az 105—108. §§-ban tárgyalt lehozásokból kitünik. Míg t. i. azon esetben, ha a díjak a biztosítás határnapján adandók vissza, a képlet:

$$x=B \frac{l_{a+n}}{q^{a+n} \left(S_a - S_{a+n} \right) - \beta \left[t_a + 2t_{a+1} \dots nt_{a+n-1} \right]}$$

hol x a díj, l_{a+n} a felvett halandósági táblázat szerint $a+n$ évesek száma, q a kamatozási tényező, a a biztosítottnak kora a belépéskor, továbbá

$$S_a = \frac{l_a}{q^a} + \frac{l_{a+1}}{q^{a+1}} + \frac{l_{a+2}}{q^{a+2}} + \dots \text{és}$$

$$S_{a+n} = \frac{l_{a+n}}{q^{a+n}} + \frac{l_{a+n+1}}{q^{a+n+1}} + \frac{l_{a+n+2}}{q^{a+n+2}} \dots$$

és végre t_a a felvett halandósági táblázat szerint az a korévben elhaltak számát jelenti, $\beta = 1 + \frac{p}{100}$ a hol p a nettodíjhoz csatolt

pótlék a kezelési költségek fedezése. Addig azon esetben, midőn a díjvisszatérítés még azon évben történik, a melyben a biztosított meghalt, az évi díjnak képlete:

$$x=B \frac{\frac{l_{a+n}}{q^{a+n}}}{\left(S_a - S_{a+n} \right) - \beta \left(R_a - R_{a+n} - nT_{a+n} \right)}$$

hol a már előbb használt jeleken kívül még előfordúl T és R , a melyek:

$$T_{a+n} = \frac{t_{a+n}}{q^{a+n}} + \frac{t_{a+n+1}}{q^{a+n+1}} + \frac{t_{a+n+2}}{q^{a+n+2}} \dots$$

$$R = T_a + T_{a+1} + T_{a+2} + \dots \text{sat.}$$

Eddigelé a díjtartalék számítása a biztosítások e neménél úgy történt, hogy :

először meghatározottat a díjtartalék azon feltét alatt, hogy nem fog díj visszatéríteni.

Ezen díjtartalékhoz külön hozzá számított a valószínűség a díjvisszatérítésre nézve, oly módon, hogy minden lefolyt biztosítási év egy tagot adott. Így például egy biztosítás, mely tíz évig van érvényben, külön tíz tagnak számítását tevő szükségessé. —

Ha meggondoljuk, hogy ily felszámítási rendszer mellett, nagy kiterjedésű üzletben, hol ezer meg ezer kötvény után kell évenként a tartalékot számítani, mennyivel szaporodik évenként a teendő: könnyen érthető, hogy a felszámítási rendszernek egyszerűsítése által tetemes idő és költség lesz megkímélve.

Lássuk már most az új felszámítási módot.

Tegyük fel, hogy az a éves egyén a fentebbi biztosítási feltételek között fizet évenként x díjt, és hogy l_a ily tag belépett. Az év végén a pénztárban leend xl_a

és ennek egy évi kamatja xl_ap

összeg $xl_a(1+p)=xl_aq$

levonva ebből a t_a elhalt tag után

a pótlékkal együttvisszatérített díjakat $-\beta \cdot xt_a$

marad tartalék $x(l_aq - \beta t_a)$

és ezt osztva a még életben maradt tagok számával, a díjtartalék

$$x \left(\frac{l_a q - \beta t_a}{l_{a+1}} \right) = xk$$

egy-egy életben maradt tag részére.

A második év elején minden életben maradt tag befizet újra x díjt, és így leend :

ehhez a díj xl_{a+1}

összeg $x(l_a q + l_{a+1}) - x\beta t_a$

ehhez a kamatot csatolva ez év végén, lesz

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{t_a}{q^{a+1}} + \frac{t_{a+1}}{q^{a+2}} + \frac{t_{a+2}}{q^{a+3}} \dots \dots + \frac{t_{a+m-1}}{q^{a+m}} & = & T_a - T_{a+m} \\
 \frac{t_{a+1}}{q^{a+2}} + \frac{t_{a+2}}{q^{a+3}} \dots \dots + \frac{t_{a+m-1}}{q^{a+m}} & = & T_{a+1} - T_{a+m} \\
 \frac{t_{a+2}}{q^{a+3}} \dots \dots + \frac{t_{a+m-1}}{q^{a+m}} & = & T_{a+2} - T_{a+m} \\
 \vdots & & \vdots \\
 \vdots & & \vdots \\
 \frac{t_{a+m-1}}{q^{a+m}} & = & T_{a+m-1} - T_{a+m}
 \end{array}$$

Ezen jobb oldalbeli két sort összeadva, lesz

$$T_a + T_{a+1} + T_{a+2} + \dots \dots T_{a+m-1} - m T_{a+m}$$

a mi a fentebbi jelölés szerint :

$$R_a - R_{a+m} - m T_{a+m}$$

$$\text{végre miután } \frac{l_{a+m}}{q^{a+m}} = L_{a+m}$$

leend a tartalék képlet

$$x \frac{(S_a - S_{a+m}) - \beta(R_a - R_{a+m} - m T_{a+m})}{L_{a+m}} = x k_m$$

$$\text{tehát } \frac{1}{k_m} = \frac{L_{a+m}}{(S_a - S_{a+m}) - \beta(R_a - R_{a+m} - m T_{a+m})}$$

mely képlet azonos alakú és természetű mint az eredeti díj-képlet.

E szerint a nyert eredmény a következő :

A tényező, a melylyel m év múlva a netto díj szorzandó a végre, hogy a díjtartalék nyeressék, nem egyéb, mint azon évi nettodíj reciproque értéke, a melyet az a éves fizetni tartozik, hogy m év múlva a biztosított tőke kifizetethessék.

Így ha ${}_a x_n$ az évi díjt jelenti, melyet az a éves egyén a fentebbi feltételek alatt fizet 1 frt tőke biztosítására, mely n éves korában fizetendő : akkor

$${}_a x_n \cdot \frac{1}{{}_a x_1} = \text{a díjtartalék az első év végén}$$

$${}_a x_n \cdot \frac{1}{{}_a x_2} = \quad \quad \quad \text{a második év} \quad \quad \quad "$$

$${}_a x_n \cdot \frac{1}{{}_a x_3} = \quad \quad \quad \text{harmadik} \quad \quad \quad "$$

$${}_a x_u \cdot \frac{1}{{}_a x_1} = \text{a díjtartalék a negyedik év végén}$$

$${}_a x_n \cdot \frac{1}{{}_a x_n} = 1 = \text{„ az n-dik „}$$

Lássunk már most egy példát.

A 0 éves egyén után fizetnek évenként x díjt ; kérdés , hogy évről évre mint fog emelkedni a díjtartalék , ha a számítás 5%-al a Carlisle-féle halandósági táblázat szerint történik ? β legyen $=1.15$

A képletben levő betűk értéke a Politikai Számtanból (403. lap) van véve.

Az első év végén használandó tényező

$$\frac{(S_0 - S_1) - 1.15(R_0 - R_1 - 1T_1)}{L_1}$$

$$S_0 = 130830,2193$$

$$S_1 = 120830,2193$$

$$\frac{10000,0000}{10000,0000}$$

$$R_0 = 30372,1816$$

$$R_1 = 26602,1923$$

$$\frac{3769,9893}{3769,9893}$$

$$T_1 = 2304,2753$$

$$\frac{1465,7140 \times 1.15}{1465,7140}$$

$$1465,7140$$

$$73285700$$

$$-1685,571100$$

$$+10000,0000$$

$$\frac{8314,428:98058,0953}{8314,428:98058,0953}$$

$$k = 1.031810$$

A második évi tényező :

$$\begin{array}{r}
 (S_0 - S_2) - 1.15(R_0 - R_2 - 2T_2) \\
 \hline
 L_2 \\
 S_0 = 130830,2193 \\
 S_2 = 112772,1241 \\
 \hline
 18058,0952 \\
 R_0 = 30372,1816 \\
 R_2 = 24297,9170 \\
 \hline
 6074,2646 \\
 -2.T_2 = 3371,3624 \\
 \hline
 2702,9022 \times 1.15 \\
 27029022 \\
 135145110 \\
 \hline
 3108.337530 \\
 3108,2375 \\
 \hline
 14949,7577:7055,7823 = {}_n k_2 \\
 {}_n k_2 = 2,1187953
 \end{array}$$

E két példa elegendő annak megértésére, hogymint szá-
A használandó segédszámok a következők :

Kor	L_a	S_a
0	10000,0000	130830,2193
1	8058,0952	120830,2193
2	7055,7823	112772,1241
3	628,35547	105716,3418
4	5757,2719	99432,7871
5	5325,6273	93675,5152
6	4981,7340	88349,8875
7	4686,2327	83368,1539
8	4423,8221	78681,9212
9	4185,4457	74258,0991
10	3965,8796	70072,6534
11	3760,0725	66106,7738
12	3563,7595	62346,7013
13	3377,0864	58782,9418
14	3199,6055	55405,8554
15	3030,4077	52206,2499
16	2868,2362	49175,8422
17	2713,3291	46307,6060
18	2566,2556	43594,2769
19	2427,0364	41028,0213
20	2295,2569	38600,6849
21	2170,3245	36305,7280
22	2051,8085	34135,2035
23	1941,3817	32082,3950
24	1835,9121	30141,0133
25	1736,0850	28305,1012

mitatnak a tényezők.

$\frac{t_a}{q^a}$	T_a	R_a
1465,714	3769,9393	30372,1816
618,5941	2304,2753	26602,1923
436,2380	1685,6812	24297,9170
227,0659	1249,4432	22612,2358
157,4888	1022,3773	21362,7926
90,29206	864,88852	29340,41535
58,27588	774,59646	19475,52683
39,25668	716,32058	18700,93037
27,71818	677,06390	17984,60979
20,25914	649,34572	17307,54589
16,95570	629,08658	16658,20017
17,26196	612,13088	16029,11359
16,97029	594,86892	15456,98271
16,66724	577,89863	14822,11379
16,83560	561,23139	14244,21516
17,86635	544,39579	13682,98377
18,32446	526,52944	13138,58798
17,86739	506,20498	12612,05854
17,01656	490,33759	12103,85356
16,20625	473,32103	11613,51597
15,43452	457,11478	11140,19494
14,35770	441,68026	10683,08016
13,67399	427,32256	10241,39990
13,02285	413,64857	9814,07734
12,40272	400,62572	9400,42877
12,09335	388,22300	8999,80305

Itt következik néhány tényező sor :

Belépti korév.

m	0 éves	1 éves	2 éves	3 éves
1	1.0318105	1,0412328	1,0430574	1,0460560
2	2.1187853	2,1324153	2,1391054	2,1438743
3	3.2625671	3,2826870	3,2915085	3,2983638
4	4.4707930	4,4937707	4,5043816	4,5122090
5	5.7441649	5,7687937	5,7799688	5,7881550
6	7.0847020	7,1098104	7,1209103	7,1290698
7	8.4943514	8,5194299	8,5301145	8,5380036
8	9.9758935	10,0006691	10,0107408	10,0185785
9	11.5324677	11,5568362	11,5667399	11,5754143
10	13.1675664	13,1925807	13,2032874	13,2127487
11	14.8859823	14,9131187	14,9248258	14,9352287
12	16.6941527	16,7230511	16,7362836	16,7482792
13	18.5971801	18,6282651	18,6105051	18,6586515
14	20.6003609	20,6347324	20,6538699	20,6722553
15	22.7105479	22,7505199	22,7736167	22,7942021
16	24.9365397	24,9822003	25,0039967	25,0300776
17	27.2852560	27,3351386	27,3627819	27,3865216
18	29.7621770	29,8153606	29,8450398	29,8734086
19	32.3735553	32,4303106	32,4652735	32,4880158
20	35.1272610	35,1911875	35,2202092	35,2480821
21	38.0352099	38,0941253	38,1289915	38,1591589
22	41.0929113	41,1597578	41,1974136	
23	44.3225611	44,3941442		
24	48.7308050			

A táblázat használata a következő :

(Példa.) A folyó évben belépett 1 éves gyermekek után a nettodíjak összege 2300 f. — mi lesz a tartalék ezen év végén?

A táblázatból k_1 értéke $10,412328 \times 2300$

31236984

20824656

2394,83544 azaz 2394,83 frt.

Ugyanczen csoportból a második év végéig néhány gyermek elhalván, az évi nettodíj 2120, forint — mekkora lesz a tartalék?

$${}_1k_2 = 2.1324153 \times 2120$$

42846306

21324153

42648306

4520,720436 azaz frt 4520 72

Ha ugyanazon csoportban tíz év múlva az évi nettodíj 1860. f. — a tartalék lesz

$${}_1k_{10} = 13.1925807 \times 1860$$

1055406456

791554842

24538,200102 azaz frt 24538.20

Ebből láthatni a k tényezők használata módját.

A táblázat használata a gyakorlatban a következő:

A díjtartalék számítása két módon történhet, úgymint egyenként minden kötvény részére külön, vagy pedig úgy, hogy az egynemű biztosítások egyesítettnek, és tömegesen történik számításuk. Az első módot például a lipcei életbiztosító társaságnál láttam alkalmazva.

Ott, hol sok egynemű biztosítás van, a tömeges számítás előnyös, mert általa sok idő lesz megkímélve, ámbár oly kiterjedt üzletben is számos oly kötvény van, mely be nem sorozható egy már létező csoportozatba; az ily kötvények után minden évben egyenként kell a díjtartalékot számítani.

A kiházasítási tőkék többnyire a 18-dik, 20, 21 vagy 24-dik korévre biztosíttatnak; minthogy pedig minden ily osztályba különböző korévű gyermek vétetik fel, azonban 15 évnél idősebbek nem igen iratnak be, minden üzletévben 4×15 , tehát mintegy 60 csoport származik, a mely csoportok egynemű biztosításokat tartalmaznak, azaz minden ily csoportban oly biztosítottak foglaltatnak, a kik ugyanazon naptárévben léptek be, ugyanazon egy évben fogják kapni a biztosított tőkét, és e mellett egy korévűek, azaz ugyanazon egy naptárévben születtek. Így egy csoportban lesznek azok, kik az idén mint 5 évesek beléptek, és a kiknek a biztosított tőke

például 1880-ban lesz kiadandó; egy más csoportban azok, kik az idén mint 5 évesek beléptek, a kiknek azonban a biztosított tőke 1881-ben fog kiadatni, sat.

Ezt látva, mindenki meg fog döbbsenni a csoportok nagy számán; mert jóllehet ezen csoportok kezelése könnyebb, mint ha minden egyes kötvény külön lenne számítandó, mégis még igen nagy a csoportok száma, mert például 5 év múlva már 300 csoportunk van.

A fentebb kifejtett matematikai képlet által a csoportok száma tetemesen leszáll, mint a következő lehozásból ki fog tűnni:

Tegyük fel, hogy az a éves gyermekek után d díjt fizetnek, a tartalék tényező az első év végén lesz ${}_ak_{a+1}$, és pedig tekintet nélkül arra, hogy a biztosított tőke mikor lesz fizetendő.

Ebből következik, hogy ugyanazon egy csoportba vehető mindazon a éves gyermek, a ki ezen évben belép, tekintet nélkül arra, hogy mikorra biztosított a tőke, azaz ugyanazon csoportba jön az idén belépett minden a éves tag, akár 18, 20, 21 vagy 24 éves korára biztosított a tőke.

Erre azon észrevételt tehetné valaki, hogy e szerint a tartalék minden a éves tagra nézve ugyanaz, ha ugyanazon tőkét biztosítá. Ez azonban nem áll, mert az több évi díjt fizetvén a ki előbb akarja a tőkét kapni, a k tényezővel szorozva ezen nagyobb nettodíjt, részére nagyobb tartalék származik.

Tegyük fel, hogy az a csoportban levő tagok a tőkefizetés határidejének különbsége szerint d , d_1 , d_2 , d_3 , d_4 , sat. díjt fizetnek, a tartalék leendő általánosságban n év múlva

$$(d_1 + d_2 + d_3 + \dots) \times {}_ak_{a+n} \dots (A)$$

Miután a díjszámításnál már tekintet volt arra, hogy hány év múlva lesz fizetendő a tőke, az (A) alatti szorzat teljesen helyes eredményre vezet.

Így tehát minden évben csak mintegy 16 csoport származik (ha t. i. csak 0—15 éves gyermekek biztosíthatnak), és miután a kiházasítási tőkék legfeljebb a 24-ik korévben fizetnek, évek múlva legfeljebb a következő csoportok fordulhatnak elő:

az első évben belépettek után 16 csoport
 a második évben belépettek után 16 csoport
 a harmadik „ „ „ 16 csoport;
 és ez addig tart, míg a régi csoportok felbomlanak; felbomlik
 pedig már 9 év múlva egy csoport, midőn t. i. a 15 évesek 24
 évesek lettek; 10 év múlva két csoport, t. i. az első évbeni
 14 évesek csoportja, és a második évbeni 15 évesek csoportja;
 a harmadik évben 3 csoport; a negyedik évben négy csoport;
 s. i. t. lesz tehát:

8 év múlva 8×16	128 csoport
9 „ „ ehhez jön	15 „
10 „ „ „	143 „
lehet tehát összesen		
$128 + (1 + 2 + 3 +$	$+ 14 + 15)$ a mi
$118 + \frac{16 \times 15}{2}$	$= 128 + 8 \times 15 = 1138 + 120 = 348$	

ily combinatio mellett legfeljebb 247 csoport, míg az elsőbb
 említett mód szerint 3 év múlva már

$3 \times 4 \times 16$	192 csoport
ehhez a negyedik évben 4×16	64 „
		256 „
felbomlik a 18 évesek csoportja	—1 „
a negyedik év végén marad	255 „
ehhez jön az ötödik évben	64 „
		319 „
felbomlik két csoport	2 „
az ötödik év végén marad	317 „
a hatodik évben ehhez	64 „
		481 „
megszűnik három 18 éves ... 3		
és egy 20 „ 1		4 „
		marad . 377 „ sat.

a munkálatok különbsége ebből kitűnik.

Miután az egyszerűbb rendszer szerint ugyanazon csoportban vannak, kik ugyanazon évben egyenlő korévvel beléptek: egy ily csoportból a tagok a szerint lépnek, ki a mint részükre a tőke kifizettetik, és a felvett határidő szerint ak-

kor bomlik fel, midőn a kor-osztály a végső kiosztási határidőt, a 24-dik korévet elérte.

Ha tehát figyelembe vesszük azt, hogy az ajánlott új matematikai alapon

a.) a tartalék számítás egy egyszerű szorzásra van visszavezetve, és hogy nem szükséges n külön érték számítása azon tagok részére, kik n év óta vannak az együletben ;

b.) hogy a csoportok száma annyira leszállított : lehetlen fel nem ismernünk azon előnyöket, a melyekkel az ajánlott rendszer a gyakorlatban egybekötve van.

A magyar biztosító társaságnál ezen új elmélet, a biztosítások e neménél a folyó évben lett alkalmazva.

A PESTI DUNA-CSATORNA
S A HOZZÁ KAPCSOLT MINDEN REMÉNYEK
VALÓSÍTÁSÁRA
ALKALMAS ÚTAK ÉS MÓDOKRÓL.

Közgazdasági s mértani tanulmány.

Akadémiai székhelyi értekezésül

ÍRTA

REITTER FERENCZ.

„Ezért én sem gyalázattul nem félek, sem dicséretet nem kívánok. Mert kevés dicséret csak tudni ezeket, hanem megeselekedni nagy : hazája szolgálatjára fordítani még nagyobb. Adja isten, hogy minden fáradozhasék abban és hasznosan.“

G. Zrinyi Miklós.

Tisztelt Akadémia! Úgy tartom, hogy e tisztelt testület azon számos tagjait is, kik megválasztatásukat csak tudományos érdemeik elismerésül vehették, némi elfogúltság lepte meg azon gondolatra, hogy az értelmi kitüntetések e legmagasabb polczára emeltetve nem csak mind az, mit addig tettek, a nyert jutalom által mintegy kiegyenlítve fog tekintetni; hanem főleg, hogy ezentúl a már most kötelességgé lett tudományos működésük eredménye nem többé saját egyéniségüktől vett, hanem a nemzet legtündöklőbb testületének mértéke szerint fog megítélni.

Hát még igénytelen magamat, ki tisztán gyakorlati mérnök létemre mind eddig csak érett gyümölcsét szedtem a

tudománynak, mint Isten áldását, és azzal, hogy miképen terem az, ép oly keveset törődtem, mint nem törődik a pénzverő azon arany és ezüst termelésével, melyet ő a közönség használatára földolgoz, — magamat teljén, hogy ne hozott volna e kitüntetés zavarba, sőt, én bennem az nem mulandó elfoglaltságot, hanem valóságos komoly aggodalmat szült.

Nincs ugyanis okom rejtegetni a tisztelt gyülekezet előtt, hogy minden rendelkezésemre álló időmet egy eszme valósításának szenteltem, oly eszme valósításának, mely nekem oly nagyszerűnek és áldásdúsnak látszik, hogy törődött magam még hátralevő egy pár éveinek fáradsága által olcsón volna megvásárolva. A pesti Duna-csatorna eszméje az, melyről úgy vagyok meggyőződve, hogy nálánál hatalmasb eszköz nem kínálkozik, édes hazánkat, illetőleg szerett fővárosunkat, jólléttel, hatalommal és hírnévvel körülvenni. Minden erőmet ezen egy cél csak ugyan igénybe is vévén, nagy aggodalom szállott meg, tisztelt gyülekezet! hogy vagy az akadémiai tag kötelességeinek meg nem fogok felelhetni, vagy erőmet megosztva, életem e fő feladatát elhanyagolni lennék kénytelen. E félelem azon ösztönszerű örömmön, melyet a váratlan hír meg sem is érdemlett szerencse az ember koblében gerjeszt, csakhamar erőt vévén, olykor, őszintén megvallom, már majdnem azt kívántatta velem, bár ne is ért volna e megtiszteltetés. Vigasztalt végre a Magyar Tudományos Akadémia iránt táplált mély tiszteletem, mely nem engedé hinne, hogy az, tölem, gyakorlati mérnöktől, oly valamit várván, mi hivatásom körén kívül esik, ítéletében csalódott volna. Kérdést intéztem tehát magamhoz, vajjon mi lehet az, mivel a tudós akadémia céljainak előmozdításához csekély tehetségemhez képest magam is járulhatnék. Tanulmányozván ez okból a Tudományos Akadémia alapszabályait és szervezetét, láttam, hogy a tudománynak művelését és terjesztését tűzvén ki magának ozélul, főleg az irodalmi munkásságra fekteti a súlyt; s hogy így nekem is irodalmi munkásságomban kell keresnem kételyeim elosztatását.

Könnyebbségemre szolgált ebben, hogy mindössze csak egy irodalmi művet bocsátottam közre, tudniillik az említett csatornáról készített és közszemlére kitett terveim beható

megismertetésére szánt e című könyvecskémet : „Duna-szabályozás Buda és Pest között. Pesti hajózási csatorna. A Csepel-szigeti, és a soroksári Duna-ág balpartján fekvő ártér ármentesítése.” Elévettem tehát e dolgozatomat újra. Megvallom, hogy ekkor rajtam is teljesedett kétszerte koszorús költőnk eme vallomása : „Szereti a holló a maga fiát, a majom is majomkölykét; az emberek közt is minden szereti a maga elméjét, és fáradságának munkáját : én is elmémnek ezt a születését, mikor megláttam, nem utáltam meg.” — Mindazonáltal benne fogyatkozást ugyan eleget, kitűnőt, azonban tudóst, olyat, mi megválasztásomat e fényes testület tagjává velem megértette volna, nem találtam. — Rábukkantam azonban két sajátságára, mely a mű belbecsére nézve ugyan egészen közönyös, mert csak alakjára és körére vonatkozik, mégis megörvendeztetett; mert bővebben elmélkedve rajta, útmutatást kaptam, miképen szolgálhassam én is a tudós Akadémia magasztos céljait.

Úgy látszik ugyanis nekem, hogy e két eszmét, melyet én dolgozatomban csak mintegy ösztönszerűleg követtem, a tudományosság érdekében gyümölcsözővé lehetne tenni; s hogy az, ki azoknak elvül elfogadását s általános követését elősegítné, a tudományosság terjesztése körül nem minden siker nélkül fáradoznék. Ez eszmék egyike nem egyéb a származtatási módszer alkalmazásánál, mely szerint a tervező be nem érvén azzal, hogy elmélkedésének csak következményeit közölje, beavatni is igyekezik az olvasót a terv születésének egész folyamatába; s mely az azzal élőt szükségképp rávezeti dolgozatának és képzettségének minden fogyatkozássaira, egyszersmind pedig rendkívül nehezíti is azoknak eltárgatását az olvasó előtt; és így kényszerítvén a tervezőket e fogyatkozások már akárhogy történendő pótlására, végességül tudományosabb és behatóbb irány honosítására hat. — Ennél jóval fontosabb a második eszme, mely, elvül kimondva, nem egyéb, mint hogy a mérnök, ki magát nagyobbyszerű tervek önállólag készítésére hivatottnak érzi, ne szorítkozzék csupán a szoros értelemben vett technikai műveltségre; hanem képes legyen, eléállítandó művének politikai és pénzügyi vonatkozásait is felérteni, s azt mindazon stadiumokon ke-

resztül vinni tudja, a melyeken egy a mérnöki ismeretek alapján létesülő műnek fogamzásától fogva megvalósulásáig át kell mennie.

Mert, tisztelt Akadémia! én előttem legalább kétségtelen, hogy a munkafelosztás népszerű elvének alkalmazása szellemi mű teremtésére merően illusorius. Lehet egy kész terv egyes részleteinek kidolgozását másokra bízni, de a terv maga, az egésznek eszméje, csak egy fejnek szüleménye lehet, ha ugyan abban a tökélynek lehető fokára törekszünk.

Gyakorlatilag ez ugyan máskép van; mert itt rendszeren három közreműködő személy foglalkozik. Az első készíti az úgynevezett programmot, azaz, megalkotja a mű alapeszméjét, és meghatározza rendeltetését. A második, a mérnök, elkészíti az ezen eszmének, ezen rendeltetésnek megfelelő építmény tervét. A harmadik pedig a terv létesülhetése rajzát, kivitelének módját adja. E három szellemi tényező össze nem vágó működése csak az eléállítandó mű célszerűségét csorbíthatja.

Mert a mérnök egyrészt a programnak csak azon eszméit fogja megtestesíthetni, melyeket tisztán fölért, a miért is mindazon ismeretekre szorúl, melyek e célra szükségesek; más részt pedig, ha tervének valóítására vezető kiviteli mód-ról nem gondolkodik, vagy elegendő ismeretekkel nem bír arra reflectálni, számos oly nehézséget fog a kivitelnek elébe gördíteni, melyek a terv készítésében kikerülhetők lettek volna.

Nagy hiba tehát azt hinni, mintha a mérnöki osztály csupán technikai ismeretekkel beérné, sőt annak, hogy társadalmi hivatásának megfelelhessen, a politikai, jogi és orvosi tudományok egyes részeinek ismerete is múlhatatlanul szükséges.

És hogy a létrejött mérnöki munkálatok nagyobb részéről méltán elmondhatni, hogy nem csak a papír — mint a német közmondás tartja — türelmes; hanem hogy a kő, fa és vas szint oly türelmes: az leginkább annak tulajdonítandó, hogy amaz igazság, az egy Franciaország kivételével, még elismerve nincsen.

E célra már a mérnökök kiképeztetésénél, az erre szánt intézetek tantervében kell törekedni; mert magamró

tudom, mily sok kellemetlenséggel és nehézségekkel kell küzdeni azon mérnöknek, ki lelkesedésből, vagy csak lelkiismeretességből is, hogy a mű rendeltetésének lehetőleg megfeleljen, az arra szükséges nem technikai ismeretek hiányát, rá szorulván, hevenyenben pótolni kényszerül.

A most felállított elv terjesztésére azonban, úgy hiszem, hogy jobban mint a puszta szó fogna hatni egy habár nem is sikerült példa. Például pedig, gyenge kísérletül, melyből épen csak a vezér eszme legyen megérthető, megállhat Duna-csatorna-tervem; melynek azonban, hogy e czélnak megfeleljen, még egy részre, t. i. a kész terv miképeni létrehozásának fejtegetésére, van szüksége. Ezen fejtegetést választám azért székfoglaló értekezésem tárgyául, mint a mely, mellőzve tartalmát, formájára nézve oly eszmét látszik nekem magában rejtteni, melynek kifejtése és elismertetése a tudomány terjesztésének érdekében kívánatos volna.

És most berekesztem e kissé hosszúra nyúlt bevezetést ugyancsak a költő Zrínyinek olvasójához intézett előszavával, melyet én is a csatornára vonatkozó összes működésem jel-igéjéül tűzök ki: „Ezért én sem gyalázattól nem félek, sem dicséretet nem kívánok. Mert kevés dicséret csak tudni ezeket, hanem megcselekedni nagy, hazája szolgálatjára fordítani, még nagyobb. Adja Isten, hogy minden fáradozhassék abbani és hasznosau.”

I. A DUNA-SZABÁLYOZÁSI ÉS ÁRMENTESÍTÉSI MUNKÁLATOK KÖLTSÉG-ALAPJOK.

Ámbár a Pesti-Duna-csatornáról, a helybeli Duna-szabályozásról és a soroksári Dunaág mentébeni ártér ármentesítéséről készült terveim, műszaki tekintetben, oly szorosan egymásba vágnak, hogy hármelyiknek a három közül fogantatása csak úgy lehetséges, ha a többi kettőt is végrehajtjuk, s ez okon ugyanazon egy műszaki vezetőséget is kívánunk multhatatlanul: még is az azoknál közvetlenül érdekeltek szempontjából tekintve, e tervek mindegyike magában álló vállalatot képez. Azért is a dolog természetével meg nem egyező volna, ha mind a három terv kivételét ugyanazon egy pénzalapra fektetni akarnók.

A Duna-szabályozási és ártöltésezési munkálatokra megkivántató költségeknek ki általi viselése iránt alig merülhet föl kétely. A Dunafolyam Buda-Pesten' alóli szabályozása ugyanis, a Dunának Esztergomtól Földvárig terjedő s így majdnem 22 mértföldnyi hosszú vidéke érdekében megkivántatván, országos ügy, s mint olyan, az ország költségén lenne eszközendő.

A Csepel-szigeti és a soroksári Duna balpartján elterülő ártérek biztosítására czélzó védgátok létesítése pedig az érdeklött földbirtokosok által képezendő társulat föladata lenne, mely e részben *a kormány által* az illető községek közmunka erejének 3 évre átengedésével *a csatorna-vállalat által* pedig az építkezés műszaki vezetésének ingyen leendő teljesítésével támogattnék. Miután ily módon az ármentesítés költségei, melyek a szóban forgó terveket, illetőleg javaslatokat ismertető nyomtatvány 41. lapján holdanként 4 frt 64 krral kimutatvák, több mint felével kisebbednének: kétséget nem szenved, hogy e társulat azonnal létre jövend, mihelyt a pesti Duna-csatorna fogantatása bizonyossá vált.

Voltaképen tehát csak a körül forog a kérdés, mint volna a *pesti-Duna-csatorna* építésére szükséges pénzköltség elteremtendő. Az erre legalkalmasb módot kifejteni, ez a *főfeladat*, ezen a szorosb értelemben vett pesti-Duna-csatorna mely módon létrehozásával foglalkozó értekezésben.

II. A PESTI-DUNA-CSATORNA KIVITELÉRE SZÜKSÉGES KÖLTSÉG MEGSZERZÉSÉRŐL.

ELSŐ RÉSZ.

Az ilyféle vállalatok kivitelében tényezőnek alkalmas erők azon csoportosulatának megállapítása, mely a pesti csatorna vállalati természetének leginkább megfelelne.

Az általán lehetséges kiviteli alakzatok száma. — Ha elsőben is azt vizsgáljuk, hogy hány olyan erő létezik, mely a pesti-csatornaféle vállalatokra szükséges költség megszerzésében tényező lehet: úgy, ha komolyan vesszük a kérdést, azt kell felelnünk, hogy mindössze csak három ily hatásra képes erő képzelhető, t. i.

1. Az ország kormánya, a mely a törvényhozó testülettel egyetértve, a vállalat foganatosítására szükséges költség mennyiségét az ország pénzerejéből fedezheti.

2. Magánosok vállalkozó szelleme, mely részvény-társulatot alakítván, a szükséges pénzmennyiséget nyereség reményében eléteremti, és a vállalatot végrehajtja.

3. A vagyonos osztályok honszeretete, kik nálunk legalább, mint a tapasztalás mutatja, nem egy könnyen riadnak vissza nagyobb áldozatoktól sem, ha az ország java megkívánja.

Negyedik ily tényező, úgy hiszem, hogy nincs, a nevezett három azonban olyan, hogy egyiköktől sem lehet a priori megtagadni, miszerint egy magában is sikerre vezethetne. Csupa lehetségesnek tehát, látni való, annyiféle kivitel mód lehetséges, a mennyi csoportozat három egyenként is megállható elemből telik.

Telik pedig három ily elemből *egy-elemű* csoportozat 3, *két-elemű* 6, s *három-elemű* szinte 6; s így összesen 15 csoportozat. Az egynél több elemből álló 12 vegyes csoportozatok közül azonban 8-an nem az egyes tényezők különbségénél fogva, hanem csak annyiban térnek el a többi 4 vegyes-től, hogy bennök ugyanazon tényezők, a nekik tulajdonított befolyás kisebb vagy nagyobb voltához képest, hol hátul hol elül állítgatvák elemtársaik mellé, azaz, csak más-más rendben vannak el rakosgatva. Ha tehát itt, mint a dolog természete magával hozza, csak e tényezőkben is különböző eseteket vesszünk tekintetbe: úgy a több elemű, vagyis vegyes esetek száma 12-ről 4-re apadván, marad mindössze csak 7 egymástól lényegesen eltérő csoportozat, és ugyan ennyi sem több sem kevesebb kivitel mód kínálkozik a pesti-csatornaféle vállalatok létesítésére.

E hét kivitel mód szerint létesülhet tehát az ilyféle vállalat:

1. az állam költségén,
2. magán vállalkozók által,
3. egyesületbe állott hazafiak adakozásából,
4. az állam és magán vállalkozók közreműködése folytán.
5. az állam és egyesületbe állott hazafiak közreműködése által,
6. magán vállalkozók s egyesületbe állott hazafiak közreműködésök alapján,
7. végre létesülhet a csatorna mind a három tényező, ú. m. az állam, az egyesületbe állott hazafiak s magán vállalkozók közreműködése által.

Kiderülvén ezekből, hogy a vállalatnak hány kiviteli alakzata lehetséges általában, az alakzatok vizsgálására kel-lene most áttérnünk, hogy megláthassuk, melyek közölők a fennforgó körülmények közt a gyakorlatiak, s ha több ilyen találkoznék, melyik volna az, mely leginkább biztosítja a sikert. Sokat könnyítenék azonban, nézetem szerint, e fejtegetésen, ha még mielőtt bele ereszkednénk, a fennforgó különös eset természetét közelebbről vizsgálván, azon saját-sága fölött jönnék tisztába, melyekből az egyes kivitel módok célszerűségének megítélésében kiindulnunk kell.

A pesti-csatorna vállalati természetéből folyó kivá-

nalmak. — A kérdésben forgó tervek ismertetéséül 1865-ben közre bocsátott munkácskám 48. és 51. lapjain látható, hogy a pesti-csatorna létrehozására megkívántató pénz-összegnek csak egy részét fogná fedezni a csatorna jövedelme, — hajóvám, kikötőbér, víz-eladás, s rakpartbér, — míg az építkezési összeg nagyobb része a kisajátítandó házak és háztelkek azon részének isméti eladásából várható nyereségből fogna fedeztetni, melyrész csupán csak a csatornából kiásott földmennyiség lerakására szolgált, s ennél fogva a csatorna kiépítése után ismét eladhatóvá leend

E szempontból, azaz merő pénzügyi vállalatként fogva föl a dolgot, a pesti Duna-csatorna terve voltaképen ugyanazon alapelemre van fektetve, mint Páris városának átalakítása; ez pedig elvontan oda megy ki: hogy a város bizonyos része kisajátíttatik és lerontatik; de e lerontással kapcsolatosan oly valami létre is hozatik, minél fogva a megmaradt telkek értéke annyira emelkedik, hogy eladási árukból nem csak az összes kisajátítási pénzösszeg, hanem a lerontásra, és amaz érték-emelő új valamire fordított költség is kikerül. — A különbség a párisi és ezen pesti eset között csak az, hogy míg amaz érték-emelő valami Párisban, nem lévén az egyéb mint a hely egészségesítése és az utcák szélesbítése s szabályozása, a telkeknek ez okból származott értékesítésén kívül mi hasznót sem hajt: addig a mi csatornánk oly dolog, mely nem csak a telkek értékesítésére hathatóbb eszköz, hanem magában véve is nem csekély biztos jövedelmet ígér.

Látnivaló innen, hogy annak, miszerint a csatorna költsége magából a vállalatból kikerüljön, fő feltétele oly *kisajátítási* törvény, melynél fogva nem csak a csatorna helyén meglevő házak és telkek, hanem azok is, melyek a csatornából kiásandott föld lerakására kívántatnak, és pedig azon áron lennének kisajátíthatók, melylyel e házak és telkek a múlt évek tapasztalatai szerint bírnának, ha a csatorna építése soha szóba nem jött volna. Mert semmi kétség, hogy mihelyt a csatorna létesítésére akár csak komoly lépések is tetetnek, a csatorna által leendett érték-emelkedés bizonyos volta miatt, a kérdéses házak és háztelkeknek nem csak tartott, de adott ára is annyira föl fog szökni, hogy az ez árak alapján megkívántató kisajátítási összeg oly magasra rúgna, hogy a csatorna létre-

hozása az ország jelen pénzügyi körülményei közt, mondhatni teljesen lehetlenné válnék. — Szintoly bizonyosnak tekinthető azonban az is, hogy ily kemény kisajátítási törvény, elütvén sokakat a bár jogtalanul de mégis várt nyereségtől, bennök elkeseredést fogna szülni, s őket a törvény hozatalának ellenzésére indítani, mely ellenzés, ha erőlködésök valószínűen hiú voltát sejtendik, az emberek gyarlóságánál fogva, könnyen az egész csatorna-terv kivitelének minden úton módon hátráltatására fajúlhat. A mit, tekintve az illetőknek a pesti háztulajdonosok összegéhez képest sem csekély számát, s azon körülményt, hogy az ellenzés színhelye éppen Pest-városa volna, kicsinylenünk éppen nem szabad.

Első e vállalat sajátságos természetéből folyó kíváncsi tehát az lenne, hogy a választott kivitel-alakzat azon ellenzésnek, melyet a hozandó különös kisajátítási törvényben mulhatatlanul megkívántató szigor valószínűleg ébresztend, ha nem is elejét vegye, mi szinte lehetetlen, de legalább életompítsa.

A pesti-csatorna vállalati természetének fentebb érintett fővonásából azonban még két következmény folyik, melyek a legczélszerűbb kivitel-alakzat meghatározásánál szintén figyelembe veendőek.

Egyik, hogy a csatornának mint pénzügyi vállalatnak sikerülése a kisajátított ház-telkek gyors és nyereséges eladhatóságától függvén, az ezen telkek *kiépítésére* megkívántató pénzerő meglevése is a siker föltételei közé tartozik, mert e nélkül a háztelkek aligha fognának megvétetni, s azért ez összegnek honnan kerülése szinte kell hogy gondoskodásunk tárgya legyen. Mert ha igaz is, mi említett munkácskám 56. lapján fölhozva van, hogy t. i. a csatorna költsége, csaknem egészen, Pest városának azon osztályai kezébe kerülend, kik leginkább utalvák arra, hogy tökéiket házakba fektessék: világos még is, hogy *a csatorna-mellék* kiépítése a csatorna építésének összes költségénél jóval nagyobb összegbe kerülvén, fenmaradjókora többet, melynek meglevése, mint mondtam, a csatorna-vállalat sikerülésének egyik feltételét képezi, s mely pénzszükséglet másunnan nem igen kerülhet ki, mint Buda-Pestnek vagy legalább az országnak lakosaitól.

Másik következmény pedig a csatorna-vállalat természetének fentebb érintett fővonásából az, hogy a kisajátított s azután ismét eladhatóvá leendett házak és háztelkek értékesítése körüli eljárás, mely magában véve is igen szövevényes, épen az által, mi különben, jól kezelve, a vállalat sikerét bizonyossá teszi, hogy t. i. a kisajátítandó s végkép lerontandó házak száma jelentékeny részét teszi Pest városa lakó házáinak, nagyon is kényes dologgá válik. Egy részt ugyanis meg nem lehet engedni, hogy a csatorna-telkek birtokába jutott társulat, a számos új házak építésének elutasíthatlan szükségessé lettével visszaélve, a háztelkek árának túlságos felcsigázása által a közönséget kizsákmányolja: másrészt pedig, a csatorna építésére megkívántató költség csak vállalkozók birtokává leendett házak és háztelkek eladásából származandott nyereségből kerülhetvén ki, az elárusítást még is úgy kellend intézni, hogy a vevők természetes törekvése, minél olcsóbban jutni a telkek birtokához, hatékatosan ellensúlyozva legyen. A mi nem csak szabad kezet látszik kívánni az ajánlatok elfogadása vagy visszautasítása körül, hanem a tevékenység és gondoskodás oly fokát is, melyet az alku eredményeiben nem igen érdekelt személy vagy testületől nem igen várhatunk.

A két utóbbi pontban eléadottakból tehát következik, hogy a legajánlatosb kivitel-alakzat megítélésében *második kívánságom*, hogy arra figyeljünk: vajjon bővítendi vagy apasztandja-e a kivitel-alakzat azon pénzforrásokat, melyekből a csatorna-környék kiépítésére kívántató költség kikerülését várhatni, és vajjon nem szolgálhatna-e maga is eszközül arra, hogy új pénzforrások nyiljanak.

Harmadik kívánságom pedig, hogy arra is tekintettel legyünk, vajjon a kivitel-alakzat bír-e annyi hajékonysággal, hogy a csatorna-telkek értékesítésében oly eljárást lehessen követni, mely egy részt a közönséget az eladónak kedvező helyzetnek a vevők rovására való kizsákmányolása ellen biztosítja, más részt pedig még is az eladók érdekének annyi szabad tért enged, a mennyi szükséges, hogy a vállalat pénzügyi sikere veszélyeztetve ne legyen.

Az említett fő sajtáságán kívül a pesti-csatorna vállalat

még egy, nézetem szerint, a kivitel-alakzat választásában szinte szem előtt tartandó sajátsággal bír, mely a csatornából várható jövedelem forrásainak lényegesen különböző természetéből foly.

A pesti-csatorna jövedelmének többször említett munkácskám 47. lapján elsorolt 4 fő forrása közül ugyanis az első és negyedik, t. i. a hajóvám és a telelési-díj, oly természetűek, hogy míg egy részt biztosak és semmi különös utánjárásra nem szorúlnak, hanem a csatorna elkészültével már magától is megnyitottnak tekinthetők: más részt még nem is olyanok, hogy kezelésüknel visszaéléstől kellene tartani, a hajóvám-szabás a Dunán minden vám nélkül üzhető hajózásban, a telelési-díj pedig az új-pesti kikötőben találván természetes mérséklőjét. Ezeket tehát akármily szervezetű társulat kezelésére lehetne bízni.

Nem úgy van azonban a másik két jövedelem-forrásra nézve, melyek közül:

A rakpartok után várható jövedelem, szintoly bizonyos ugyan mint az előbbi kettő, de egyszersmind olyan, mely természeténél fogva kezelése mérséklőjét oly kevésbé leli önnön magában, hogy én legalább soha sem tudnék megbarátkozni azon gondolattal, hogy a rakpartokkal való rendelkezési jog, habár csak rövidebb időre is, valamely részvénytársulatra bízassék, az lévén meggyőződésem, hogy a ki a rakpartokat tartja kezében, kezében tartja egyszersmind Pest városa jövőjét is.

A mi pedig a negyedik s fő jövedelem-forrást, t. i. a gazdasági célokra adható víztőli jövedelmet illeti: erről úgy vélekedem, hogy épen a csatorna környéke lévén minden tekintetben a legalkalmasb vidék az öntözés nagyszerű hasznosságának kézzelfoghatólag kimutatására, a csatorna-vállalat ez iránybeli kihatása nem csak hogy országos fontosságra nézve méltán vetekedhetik a csatorna által elérhető egyéb célokkal, hanem a csatorna négy fő jövedelmi forrása közül a legjövedelmezőbb is lehet, és leendő is, csak hogy megnyitására, és azutáni bővítésére fáradozhatlan utánjárást, szemes kezelést, s erélyes, a költséget nem kímélő kezdeményezést kíván meg, s pedig oly fokon, a milyent csak oly valaki szokott kifejtetni, a ki tudja, hogy fáradozásai gyümölcseit osztatlanul fogja élvezni.

Összefoglalván már most az eredményeket, melyekhez e kissé hosszúra nyúlt, de úgy hiszem, szükséges volt vizsgálat folytán jutottunk, állíthatjuk, hogy a pesti-Duna-csatorna létesítésére választandó kivitel-alakzatban a vállalat természeténél fogva megkívántató:

1. Hogy a hozandó kisajátítási törvény ellenzésére még ürügyet se szolgáltatasson.

2. Hogy a pénzforrásokat, melyek a csatorna-mellék kiépítésére való költséget fognák szolgáltatni, nem csak ne apaszsa, hanem, ha lehet, még bővítse is.

3. Hogy a kisajátított s újra eladhatóvá lett háztelkek értékesítése körüli eljárásnak olyféle ellenörködését engedje meg, mely nem szorúl az üzleti tevékenységet zsidbasztó, s azért a vállalat sikerét kockáztató merev és nyílgös formalitásokra.

4. Hogy a csatorna jövedelmeinek oly kezelési módját tegye lehetővé, mely szerint az öntözési ügyet tisztán csak a magánérdek szempontjából, a rakpartok ügyét pedig a város, illetőleg az ország érdekeiből lehessen elintézni.

Ezen eredmény fonarán, úgy hiszem, most már könnyen eligazodunk az általán lehetséges 7 kivitel-alakzat között.

Az általán lehetségesnek mutatkozott kiviteli alakzatok egyenkénti taglalása. — Az általában véve lehetségesnek látott 7 rendbeli kiviteli-alakzatnak az 1-ső szakasz végén álló sorozat szerinti taglalására térvén át, lássuk elsőben is az egy-szerű alapra fektetett három kivitel-alakzatot. — A mi a két első, t. i. az állam általi és a magok lábán álló magán vállalkozók általi kivitel-alakzatokat illeti: azok a fenforgó esetben alkalmasoknak akkor sem mondhatók, ha azok, mint vitatni felesleges volna, egyéb viszonyainknál fogva szóba jöhetnének is.

Az 1-ső helyen említett, azaz, az állam általi kivitel azért nem, mert az állam-közegeinek ily dologban eljárásuk, szükségképen, oly nehézkes, és annyi mindenféle, a tetteröt és kezdeményezést elzsidbasztó óvadékokkal van körülfonva, hogy az ilyféle kezeléstől sem a kisajátításban, sem a telkek értékesítésében, legkevésbé pedig az egyéni kezdeményezésre szoruló öntözési ügyben, sikert remélni nem lehet.

A 2-ik helyen említettet, azaz, a minden állami biztosítás nélkül részvény-társulat általi kivitel-alakzatot pedig azért nem mondhatni alkalmasnak a pesti-csatorna létesítésére, mert a kivitel e módjával semmiféle megszorítás nem férne meg, sem az eladóvá leendett háztelkek értékesítése, sem a rakpartokkal rendelkezése körül, még is fennmaradna az oly kisajátítási törvény hozatalának szüksége, mely a bekövetkezendő telek-ár-emelkedés egész hasznát a csatorna építésére vállalkozók részére biztosítná, az ily társulatot tehát oly nyereségben kellene részesítnünk, mely hogy rendkívül nagy leend, a helybeli viszonyok minden ismerője előtt bizonyos lesz; mely általános meggyőződés pedig a kisajátítási törvény oly hathatós ellenzésére szolgáltatna okot, mely az egész vállalatot legalább a közvetlenül érdekelt pestiek előtt népszerűtlenné tevén, a kisajátítási törvény hozatalát s így a csatorna létrejövetelét is megghiúsíthatná.

A 3-ik helyen említett kivitel-alakzatot illetőleg csak azt jegyezvén meg, hogy az egyszerű alapra fektetett kivitel-alakzatok ezen utolsója, t. i. a közadakozásból gyűlt pénzen való kivitel, a pesti-csatornára megkívántató költség *tetemes voltánál fogva* nem jöhet szóba; áttérek a vegyes alapra fektetett négy kivitel-alakzat taglására, s szólok, itt is az 1-ső szakasz végén megállapított rendet követve, elsőben is :

A 4-dik helyen említett kivitel-alakzatról. Hogy az állam és magánvállalkozók közreműködésével, azaz, állami biztosíték alapján alakult részvény-társaság által, a csatornát létrehozhatni, az kétséget nem szenved. Bizonyítja ezt az ügy szólnán mindennapi tapasztalás, mely szerint, ha az állam a szükségelt tőke után járó kamatokat biztosítja, akad részvény-társulat akármely ily vállalat kivitelére. Azt sem állíthatni, hogy e kivitel-alakzat mellett Pest városának, illetőleg az országnak, a háztelkek elárúsítása és a rakpartokkal intézkedés körüli érdekei nem volnának megóvhatók : még is azonban a kivitel e módját korán sem vélem a legalkalmasznak. Ugyanis, a tényezők e vegyületéből alakult minden vállalatok két elkerülhetlen fő hibái közül az egyik, t. i. az, hogy a kamatbiztosítás ténye a társulatot iparvállalati természetéből mintegy kivetkezteti, és a vállalat közvetlen kezelőit az ügy-

vitel eredménye iránt többé-kevésbé közönyössé teszi, a pesti-csatorna-vállalat sajátságainál fogva, s mivel a többször említett országos érdekek is megóvandók, — oly nagy mértékben fokoztatnák, hogy a kamatbiztosítás az országra tetemes terhet róna, melynek még is, mivel azt a vállalat szükségkép nem kívánja, sem az ország, sem a város, sem maga a társulat nem látná hasznát. A másik szinte elkerülhetlen hibája az ily szerkezetű kivitelmódnak, hogy az állam, miután a netalán mutatkozó jüvedelmi hiány pótlására kötelezettséget vállalt, természettel nem csak az ügyvitel minden részleteibe folytonos beavattatását, hanem azt is követelné, hogy az üzleti mérlegre ható fontosb határozatok, s kivált a veszélyeztetéssel járó, s nagyobb kiadást igénylő üzletekbe fogás, egyenesen beleegyezéséhez legyen kötve. Ez által pedig a részvénytársulatok azon előnye, hogy bennük a vállalkozási szellem majdnem azon mértékben kifejlik, és még szabadabban mozoghat mint magánszemélyekben, elzibbasztatnák, holott arra a vállalat, mint fentebb láttuk, egyik legfontosb ágában, t. i. az öntözés ügyében, igen is rászorúl.

Ez utóbbi állítás szemlátomást igaz lévén, csak annak kifejtésére szorítkozom, hogy melyik tehát a pesti-csatorna-vállalat azon sajátsága, melynél fogva a kamatbiztosítás alapján keletkezett részvénytársulatok ama hibája, hogy a társulatnak az ügykezelés eredménye iránti érdekeltsége csökken, a jelen esetben valóságos közönyösséggé válnék. E sajátsága a pesti-csatorna-vállalatnak következő nyomozásból derül ki:

Az egész vállalat pénzügyi sikere, mint láttuk, attól lévén föltételezve, hogy a telkek elárusításából nem csak a csatornára fordított tőke kamatai kikerüljenek, hanem egyszersmind magának a tőkének is legalább nagyobb részt visszafizetése, másrészt pedig a közönség a háztelkek árának túlságos felcsigáztatása ellen is megóvandó lévén: látni való, hogy ezen az egész ügyvitel legfárasztóbb és legkényesebb részében, t. i. a háztelkek elárusításában, a legügyesebben vitt kezelés sem szolgáltatna jó ideig a részvénytársulatnak a biztosított kamatnál nagyobb jüvedelmet, hanem egyelőre csupán a befektetett tőke gyorsabb visszakerülését eredményezné. Már pedig a részvények más okból nem irattak alá, mint

azért, mivel a tőkepénzesek tőkájukat azokban a biztosított kamat miatt jól elhelyezve gondolták; tőkájüknnek gyors visszafizetését tehát nem tarthatják előnyösnek, sőt ellenkezőleg. A honnan következik, hogy a vállalat épen sarkalatos ügyében a siker nem hogy hasznukra volna, hanem, ha kárukra nincs is, még is kellemetlen a részvényeseknek, s hogy ennél fogva a fentebbi állításban, hogy az állami biztosíték alapján alakult részvénytársulat a csatornavállalat pénzügyi sikere iránt közönyös leend, a közönyös szó a körülmények szülte tényállás igen szelid magyarázója.

Mínthogy tehát a kivitel e módja azokon kívül még a kisajátítási törvény elleni izgatásra is okot szolgáltat; arra pedig, hogy a csatorna-mellék kiépítésére szükséges pénzre új forrás nyitassék, módot nem nyújt: úgy hiszem, hogy az állam és magánvállalkozók közreműködésén alapuló kivitel-alakzathoz csak akkor kellene fordulnunk, ha a csatorna létrehozása csak ez úton volna lehetséges.

Az 5. helyen említett azon kivitel-alakzatra nézve, mely szerint az állam és egyesületbe állott hazafiak közreműködése létesítné a csatornát, csak azon megjegyzésem van, hogy a nyereség-vágy közreműködését az e csatorna létesítésére megkívántató költség megszerzésére mellőzhetőnek nem vélem.

A 6. helyen említett kivitel-alakzatot illetőleg. Hogy magán vállalkozók és egyesületbe állott hazafiak közreműködése alapján oly kivitel-módot lehessen szerkeszteni, mely a kérdéses vállalat csaknem minden sajátságait számba venni, azon nem kételkedem. Mert a vállalat pénzügyi sikere, jó kezelés mellett, bizonyos lévén, azon ország, melynek fiai a magyar földhitel intézetet mostohább körülmények között létre tudták hozni, képes lesz a magán érdeket e csatorna létrehozására is bírni. Azonban az állam hozzájárulása nélkül a tőkeszerzés jóvaltöbbször kerülne az országnak. Azért e kivitel-alakzatot szinte csak szükség esetében vélném választandónak.

A 7. helyen említett utolsó kivitel-alakzatot illetőleg, én részemről legalább meg vagyok győződve, hogy az állam, magán vállalkozók, és egyesületbe állott hazafiak erejének egybefoglalása alapján a pesti-csatorna létrehozására oly ki-

viteli alakzatot, előrajzot szerkeszthetni, mely nem csak minden e vállalat természetéből folyó s fentebb kifejtett kívánalmaknak megfelelne, s teljes sikert biztosítna, hanem módot nyújtana egyszersmind arra is, hogy mind azon remények teljesedésbe mennének, melyeket többször idézett munkácskában, a pesti Duna-csatornával kapcsolatba hoztam.

Milyennek óhajtanám azon kivitel-mód szerkezetét, mely a nevezett három tényező közreműködésén alapúlna, azt a következő második részben körülményesen előterjesztem.

MÁSODIK RÉSZ.

A pesti Duna-csatorna s a hozzá kapcsolt minden remények valószínűsítésére alkalmasnak látott kivitel-mód részletes előterjesztése.

A kivitelbeni tényezők. — A pesti Duna-csatorna olyszerű létesítésére, hogy a vele kapcsolatba hozható valamennyi előny Pest városa és az ország javára biztosítva legyen, mint már említve volt, 3 tényező közreműködése szükséges, ú. m.

1. maga az ország,
2. a hazafiság, és
3. magánvállalkozók nyereség-vágya.

Az országnak része a kivitelben. — Az ország kormánya az ország törvényhozó testületével egyetértve következő kedvezményeket nyújt a következő tagban tüzetesebben leírt alapon létre jött alapító-egyletnek :

1. A csatorna engedményezését, kapcsolatban oly kisajátítási törvénnyel, mely a vállalkozókat a szükséges telkek és házak kisajátításánál minden túlságos követelés ellen biztosítsa.

A csatornaengedélylyel jár :

a. A nélkülözhető csatorna-víznek gazdasági célokra átengedéséből származó jövedelem élvezete 100 évre.

b. A hajóvám és kikötőbér szedése 33 évre, a csatorna megnyitásától számítva; mely idő letelte után e két bevétel

teli tétel azon összegre lesz leszállítandó, mely a csatorna-föntartási és kezelési költségek fedezésére épen megkívántató.

c. A csatorna-rakpartok jóvedelmének élvezete mindaddig, míg az alapító-egylet által a vállalat létrehozása céljából kötött kölcsön visszafizetve, vagy annak visszafizetése tökéletesen fedezve lesz. Minek megtörténtével a rakpartok Pest városa tulajdonává lesznek, azon kikötéssel, hogy az azokból befolyó jóvedelem a szépítési bizottmány pénzalapjába fizetessék.

2. Az ország 1.500,000 frt készpénzt engedményez az alapító egyletnek, oly föltétel alatt, hogy ha a birtokává lett telkek és házak eladása többet hozna be a tett költségnél, e többlet, az ország pénztárából engedményezett hozzájárulási összeg erejéig, az egylet által Pest városa gyár-iparának emelésére lesz fordítandó.

3. Az ország magára veszi a kezességet az alapító egylet által hitelezői irányában elvállalt minden kötelezettségek teljesítésére nézve; mely kezesség azonban csak akkor lép érvényre, ha az egylet pénzereje tökéletesen kifogyott volna.

4. Az alapító egylet föl legyen hatalmazva a szükséges kölcsönt, tekintet nélkül az úgynevezett uzsora-törvényekre, azon kamatlábra kötni, melyet a viszonyok szabni fognak, és az egyletnek szabadságában álljon, az időnként rendelkezésére álló pénzüsszeget is szinte azon kamat mellett ki is kölcsönözni.

5. Biztosíttatik az alapító egylet a felől, hogy az általa kiadott érték-papírok a magyar földhitel-intőzet papirjaival egyenlő sorba fognak tétetni.

6. Mind a kisajátításoknál, mind a szerzett fekvő vagyon isméti eladásánál, az alapító egylet a fekvő birtoknak más kézre juttatása alkalmával fizetendő illetékektől fölmentetik.

7. A csatorna-telkeken emelendő új épületek 20 évig adó-mentesek lesznek.

8. A csatornára szolgáló valamennyi épület birtokosai a „szabad lerakás” jogában részesülnek.

9. A kormány biztosítja az egyletet arról, hogy a budapesti Duna hosszában eszközözlendő szabályozás végrehajtását szerződésileg neki átadja, az azért átlag járó 1,200,000 ftnyi

összegnek az ország pénztárából részletenkénti kifizetése mellett.

10. Megengedtetik az ország kormánya által az egyletnek, minden reá ruházott jogok felelős átruházása egy harmadikra, kivéven : a kisajátítási jogot, a csatorna-rakpartok kezelését, és az oly kötelezettségek felvállalására nyert engedélyt, melyeknek teljesítéséért az állam kezeskedik.

A hazafiasság része a kivitelben. — Ezen előre bocsátott s az ország kormánya által biztosított kedvezmények alapján, a magyar földhitel-intézetet létrehozott egyesülethez hasonló hazafias egyletnek kellene alakúlnia, mely feladatául kitűzné : a pesti Duna-csatorna létesítését, és alkalmilag, mind azon gyárak életbe léptetésének eszközölését, melyek Pest városa fekvésénél fogva virágzásra számíthatnak.

A kitűzött cél elérésére ez alapító egylet tagjai egy milliót írnának alá ugyanazon föltételek mellett, mint a földhitel-intézet alapításánál, úgy tudniillik, hogy $\frac{9}{10}$ -ét az aláírt összegnek kötelezvényekben, $\frac{1}{10}$ -ét ellenben, tehát 100,000 ftot, 5%-nyi kölcsön gyanánt készpénzben, az egylet által létrehozandó intézeteknek bocsátának rendelkezésére.

Ez alap-tökére és az említett engedményekre támaszkodva, a hazafias egylet 3 társulatot, illetőleg intézetet alapítana, és pedig :

I. Tisztán iparszerű, azaz egyedül csak nyereség reményében alakult részvénytársulatot a tulajdonképeni csatorna-építés végett. Ezen részvény-társaság irányában az alapító egylet

a) lemond magából a csatornából eredő minden jövedelmekhez levő jogairól és igényeiről, minők : a hajóvám, a kikötőbér, és a gazdasági czélokra átengedhető csatorna-vizből húzott jövedelem. E fentebb (1a és 1b alatt) meghatározott jogoknak a részvénytársulatra átruházását azon egyetlen feltételhez köti, hogy a hajóvámot és kikötőbért a 33 évi engedményezési idő letelte előtt is megválthassa a részvény-társaság alapitőkéjének visszafizetése mellett.

b) Kötelezi magát az alapító egylet a kisajátítás összes költségét viselni, és azon felül a csatorna-társaságnak még

készpénzben 1.300,000 ftot a csatorna-építés haladásához mért részletekben kifizetni.

c) Átruházza az alapító egyesület a csatorna-társaságra: a fentebbi 9 alatt említett szerződést, melyet a Duna-szabályozást illetőleg a kormányval kötött, az azért járó s az alapító egyesület mint főszerződő által fölveendő pénz-összegekkel együtt.

Ezen engedvények ellenében a csatorna-társaság maga részéről azon kötelezettséget vállalja el, hogy a tervszerű csatorna-kiépítésre még szükséges pénzösszeget megszerzi, és magát a csatornát 3 év múlva megnyitja.

II. Alapítva az alapító egyesület, az utolsó építési év kezdetén, budapesti ház-hitel-intézetet, a csatornamellék felépítésére megkívántató összegek eléteremtésének könnyebbítéséül. Ezen budapesti ház-hitel-intézet — mely szervezetére nézve a magyar földhitelintézettől csupán csak abban különböznék, hogy hatásköre Pest és Buda városok határára lenne szorítva — az alapító-egylettől kapná:

a) Az alapítók által összetett tőkének $\frac{3}{4}$ részét tartaléktőke gyanánt, s így 675,000 ftot kötelezvénnyekben és 75,000 ftot készpénzben, mely utóbbi összegért azonban 5%-os kamat járna.

b) 300,000 ftot készpénzben sajátul, t. i. 50,000 ftot a beruházási költségekre, 250,000 ftot pedig sajátlagos tartaléktőkéül.

c) Továbbá készpénzből 1,600,000 ftot (kerekszámmal) betételképen, még pedig $\frac{1}{3}$ -át 6 hónapra, $\frac{2}{3}$ -át 1 évre az intézet pénztárára kiállított és oly kamatot kötelező fizetési utalványok mellett, minőt a csatorna-telek kisajátító és értékesítő társulat az általa kötött kölcsön után fizet. E betételek kezelését illetőleg megállapíttatik, hogy a 600,000 ftot a ház-hitel-intézet épen azon módon teendő gyümölcsözővé, mint saját tartaléktőkéjét, az egy milliót pedig kizárólag saját vagy magyar földhitelintézeti oly záloglevelekre, vagy jövedékjegyekre adandó kölcsönzésekre fordítandja, melyeknek tulajdonosai a nyert kölcsönt csatorna-teleken való építésre szándékoznak fordítani.

d) Kötelezi magát az alapító egyesület, hogy az ismét eladóvá lett telkeknek és házaknak magának föntartott értékesítéséből folyt minden bevételét — az általa kötött kölcsönt

törlesztő összegének erejéig — a budapesti ház-hitel-intézet kezelésére fogja bizni, magasb kamatokat a betételek után sem követelvén, mint minőt ő maga fizet. E kedvezést azonban azon feltételhez köti, hogy a házhitelintézet az ily betételek után is — az alapító egyleti kölcsön után járó félévenkénti részletek kettős összegének erejéig — 6 hónapra szóló fizetési utalványokat szolgáltat ki, a betételeknek ez összegét netalán meghaladó részét pedig kizárólag oly kölcsön-kérőknek adandó kölcsönzésekre fordítja, akár 10 évi jövedék-jegyekre is, kik a kölcsönt csatorna-telken építésre szándékoznak fordítani.

c) Végre az alapító-egylet a fentebbi 5. alatt említett, a kormánytól nyert azon kedvezményt is átruházza a budapesti ház-hitel-intézetre, hogy az általa kibocsátott értékpapírok a magyar földhitel-intézet papirjait illető minden kiváltságban szintén részesülnek.

Az ily módon létre jött budapesti házhitelintézet maga részéről csupán csak arra kötelezné magát, az alapító-egylet irányában:

f) Hogy a csatorna-mellékbeli puszta háztelkeket is jelzálogul fogadja el, ha a tulajdonos a nyerendő kölcsönt azon telken való ház-építésre szándékozik fordítani, s beleegyezik, hogy a kötelezett érték-papírok nekie csak az építés haladásához mért részletekben fognak kiszolgáltatni.

g) Hogy a kisajátítás és csatorna-telket értékesítő társulat bankáraként, annak összes pénzügyeit minden díj nélkül viendi; a fizetéseket természetesen csak az intézetnek a társulat iránti tartozásai összegének erejéig teljesítvén.

III. Maga az alapító-egylet végre föntartván magának: a kisajátítás eszközését, az ismét eladhatóvá lett házak és háztelkek értékesítését, a csatornabeli rakpartok kezelését, s végre, ha és a midőn bevétele azt lehetővé teendi, Pest városa gyár-iparának közvetlenül fölsegélyzését, — e földadatai megoldására egyelőre kisajátító és pesti-csatorna-telek-értékesítő társulattá alakúlva. Mint ilyen a kisajátítás alá esett házak és háztelkek minden birtokosának tetszésére bizná, hogy, mint a társulatnak az ügyvezetésre való befolyást illetőleg is az alapítókkal egyenjogu tagja, a társulatba beléphet az által, ha kisajátítási illetve fejében legalább 5000 fíot társulati kötelezvényekben elfogad, — oly kötelezvényekben pedig, melyek

ugyanazon kamatláb szerint kamatoznának, melynek alapján a kisajátítási illeték számíttatott; melyek az ismét eladóvá lett házak és csatorna-telkek megvevésekor a vételár $\frac{1}{5}$ része erejéig készpénz gyanánt fogadtatnának; s végre, melyek tulajdonosaiknak igényt adnának a csatorna-telkek és házak eladásából származandott egész nyereségnek a kötelezvény névértékével aránylagos részére.

Az alapító-egylet fő feladata volna egyébiránt: 10 millió forintnyi kölcsön lehető legkedvezőbb feltételek melletti megszerzése, ez összeg, mint alább ki lesz mutatva, akkor is elegendő lévén valamint a kisajátítási költségnek, úgy a csatornatársaság és a házhitelintézetnek létrehozására megkívántató összegeknek fedezésére is, ha a kisajátított telkek birtokosai közül senki sem vévén részt a vállalatban, az egész kisajátítási költség készpénzben volna fizetendő.

A szóban forgó kölcsön mindenesetre úgy volna megkötendő, hogy annak, ha lehet, 33 évre szabott törlesztése csak a 3-ik év végével, s így a csatorna megnyitása után kezdődne. Már pedig a 3-ik év végén a kisajátítási- és csatornatelkek-értékesítési társulat vagyron-állapota a következő lenne:

4.200,000 ft.	fekvő birtokának kisajátítási értéke,
600,000 „	a rakpartbér egyenértéke,
1.750,000 „	a budapesti ház-hitel-intézet részben 6, részben 12 óra kiállított fizetési utalványaiiba fektetett tartalék-pénz,
250,000 „	az alapítványokból e társulatnak jutott rész,
6.800,000 ft.	összesen.

A 10.000,000 ftnyi kölcsönből e szerint csak

3.200,000 ft. esnék a megszerzett házak és háztelkeknek bekövetkezendő érték-emelkedésére. Tekintve tehát, hogy ezen fölül még az ország is kezeskedik a társulat által felvállalt minden kötelezettség teljesítéséről, alig foroghat kétségben ezen kölcsönnek kedvező feltételek mellett létrehozhatása.

A nyereség-vágy része a kivitelben. — Hogy a nyereség-vágnak mi része jutna a javasolt mód szerinti csatorna-kivitelben, már a fentebbiekből kitetszik. A szorosb értelemben vett csatorna-építésre hivatott társaság ugyanis egészen maga lábán álló ipar-vállalatként szervezve volna, azaz úgy,

hogy ügyei hanyag vagy nem elég szemes vitelének rossz következményeit egyedül maga viselné, de más részt tevékenységének és ügyességének sikerét is osztatlanul élvezné. — A buda-pesti ház-hitel-intézetben a nyereség-vágnak ugyan szűk helye lenne, azonban ez intézet mégis a résztvevők önértékére, mint egyedüli alapjára, volna fektetve. — A kisajátító és csatorna-telek-értékesítő társulat ügyvitelében a tevékenyítő nyereség-vágnak befolyás volna engedve a kisajátítás alá esett ingatlanok azon tulajdonosainak személyében, kik a bizonyos nyereség reményében a fentebb magyarázott módon e társulat tagjaivá lettek. Végre az önérték még az alapító egyesület létrejöttelében is munkássá válnék, a mennyiben minden buda-pesti ház-birtokosnak érdekében állana, a ház-hitel-intézet életbeléptetésének elősegítése végett az alapító-egyesület létrejötteléhez tehetségéhez képest hozzájárulni.

Az ajánlott kivitel-mód taglalása a pesti-csatorna vállalati természetéből kifejtett kívánalmak szempontjából. — És most vizsgáljuk meg, hogy az ajánlott kivitel-mód megfelel-e ama négy kívánalomnak, melyek hogy a pesti-csatorna vállalati természetéből folynak, az első rész második tagjában meg volt mutatva.

Az 1-ső kívánalomra nézve. Minthogy a pesti csatornának az ajánlott kivitel-módon létrejötté esetében a nyereség, mely az ismét eladhatóvá lett házak és háztelkek kisajátítási és eladási árai különbségéből származand, — a mennyiben t. i. az a csatorna létesítésével járt költség megtérítésére megkívántató összeget meghaladná, — a gyáriparnak Pesten megtelepítésére, s így az ország egyik legerősebb szüksége kielégítésére lesz fordítandó; nem csak, hanem egyedül a kisajátítás alá esett ingatlanok tulajdonosain, mint láttuk, állana, hogy magoknak az egész tiszta haszonnak birtokuk értékével aránylagos részt biztosítsák, még pedig mit sem veszélyeztetve, mert a kisajátítási illetékekbe ez esetben elfogadandó társulati kötelezvények kamata és visszafizetése az ország által is biztosítva lenne: következik, úgy vélem, hogy az ajánlott kivitel-mód az oly kisajátítási törvény hozatalának ellenzésére, mely az egyes birtokosok nyereszkesedési vágyát korlátozná, legkisebb okot sem szolgáltatna.

A 2. helyen említett kívánságra nézve. Az ajánlott kivitel mód szerint felállítandó budapesti házhitelintézet azon pénzforrásokat, melyekből a csatorna-mellék fölépítésére megkívántató költségnek kikerülnie kell, látni való, hogy nem csak bővítné, hanem új forrásokat is nyitna.

A 3. helyen említett kívánságra nézve. Hogy a pesti csatorna építésének amaz eredménye, mely szerint számos új. házak építése múlhatlanul szükségessé válik, nem fogna a közönség kizsárolására fölhasználtatni, arról az ajánlott mód szerinti kivitelében a csatornának az kezeskedik, hogy a társulati birtokká leendett háztelkek értékesítésének vezetésére a nyereségben nem részesülő alapító hazafiak mindenestre döntő befolyással bírnának. Arra nézve pedig, hogy az értékesítési üzlet ne oly közönyvel kezeltessek, hogy a vállalat pénzügyi sikere veszélyeztetve legyen, biztosítékul szolgálja: az alapítóknak az értékesítési üzletben egy negyed millió forintig való érdekeltségén kívül, az alapító hazafiak ama cél iránti buzgalma, melyre az e vállalatból származandó tiszta nyereség szentelve lenne; továbbá a kisajátítás alá esett ingatlanok azon birtokosainak a társulati ügyvitelre való befolyása, kik nyereség reményében az értékesítési társulatba állottak; végre a társulatért jótállást elvállalt kormány, illetőleg országgyűlés, ellenőrködése. Végre

A 4. helyen említett kívánságot illetőleg. Minthogy a részvények alapján alakulandó pesti csatorna-társaság a csatornát, úgy tekintve azt mint öntözési csatornát, majdnem örökös tulajdonként bírná, bizonyosan mindent el fogna követni, mi az öntözés oly igen fontos mezőgazdasági tényezőjének a lehető legnagyobb mértékben alkalmaztatására megkívántató leszen. A csatorna-rakpartokkal pedig eleinte a kisajátító és csatorna-telek-értékesítő társulattá alakult alapítóegylet, későbbben pedig maga Pest városa rendelkeznék, és így bizonyosak lehetünk arról is, hogy a rakpartok a város, illetőleg az ország, érdekeinek megfelelőleg fognának kezeltetni.

Ezekből látni való, hogy a pesti Duna-csatorna létrehozására javasolt mód mind azon kívánságoknak megfelelően, melyeket egyenest e csatorna vállalati természetéből folyóknak

láttunk. Hogy pedig a kivitel e módja nem csak bizonyos sikert ígérő, hanem hogy, mint én legalább vélem, alap-föltevéseinek teljesedésbe menése is semmi könnyen le nem győzhető gyakorlati nehézségekkel nem jár, annak kimutatása a következő harmadik rész tárgya. Mire nézve egyébiránt előre megjegyzem, hogy e dolgozatom közvetlen célja az lévén, hogy mind azokat, kik állásuk, módjuk, vagy tehetségeiknél fogva hivatvák édes hazánk jövőjének alakulására hatni, arról győzzem meg, miszerint csak igazán kell akarnunk, hogy legyen, és megleszen a helybeli Duna-szabályozás, meg a vele kapcsolatos pesti Duna-csatorna, s ezekkel, biztosítása annak, a mivel már birunk, s egy kiapadhatlan jóllét- s hatalom-forrás megnyitása, — ez lévén, mondom, e dolgozatom célja, nem bocsátkozom kiviteli javaslatom életrevalóságának formaszerinti bizonyítgatásába, mit az ellenvetéseknek inkább csak elhallgattatására, az igazság elhíttetésére, s nem a tetterő ébresztésére alkalmasnak tartok, hanem szándékom: mind azt tisztába hozni, mit eszköznek vélek arra, hogy minden a közügyek iránt érdekeltséggel viseltető maga magát könnyű szerrel meggyőzhessen e kiviteli mód gyakorlati és sikeres volta felől.

HARMADIK RÉSZ.

Fejtegetések a javasolt kivitmód életrevalósága felőli itéletbeni eligazodás könnyebbítésére.

ELSŐ SZAKASZ.

A pesti Dunacsatorna-társaságának állása.

A pesti Dunacsatorna-társaság föladata, mint említve volt, a szorosan vett csatornaépítés végrehajtása — oda nem értve t. i. a kisajátítást — és a dunaszabályozási munkák foganatosítása, mely munkák fejében az alapító egylettől kap :
 1.300,000 ftot a csatorna-építés költsége fejében,
 1.200,000 ftot átalánként a dunaszabályozási munkákért,
 ————— összesen tehát
 2.500,000 ftot készpénzben ; továbbá a tulajdonképeni csator-

na-jövedelmekhez való jogot 33 évre, a vízeladási jogot gazdasági célokra pedig 100 évre. Kérülne pedig az országos építési hatóságok ártételei alapján kiszámítva :

a Dunaszabályozás (az említett munkácska 39. lapja szerint)	1.166,050 ftba
a szorosan vett csatornaépítés, leszámítva költségéből a lerontandó házak eladható anyagainak értékét (a 48. lap szerint) .	3.329,547 ftba
a csatornatársaság által eszközzendő minden építés tehát, kerek számmal . . .	4.500,000 ftba
miből levonva az alapító egyesület részéről kapott	2.500,000 ftot
marad a csatornatársaság által megszerzendő építési költségként	2.000,000 ft.

Ezen magára az építési költségre megkívántató részvénytőkének kiadása a 3 évi építési időre majdnem egyenlően oszolván el :

elégseges leszcn, ha annak az építés ideje alatt kamatozására az egész összegnek 1 1/2 évi kamatját számítjuk. A csatorna-társaságnak tehát — a kamatot 6 százalékra számítva — az építésközben járó kamatok fedezhetőségül a föntebbi	2.000,000 ft-hoz
még szerezni kell	190,480 ftot.

Az építés alatti ügyvitelre, és a csatorna-társaság által felerészben viselendő alapítási költségre számíthatni	109,520 ftot.
---	---------------

Mindössze tehát a csatornatársaság által a vállalatba fektetendő összes tőke tenne, a csatorna megnyitásakor : 2.300,000 ftot.

Következik, hogy a pesti Dunacsatorna létrejövele úgy lesz a javasolt létesítési mód által biztosítottnak tekinthető, ha a várandó csatorna-jövedelemből a 2.300,000 forintnak 6 száztóli kamatain fölül az e tőkének 33 év alatt törlesztésére kívántató járulék is telik.

Maga a törlesztési járulék, 33 évi törlesztési határidő és 6 száztóli kamatolás mellett, 1 százalékba, s így a kamatozásra és törlesztésre kellő összes évi illendőség 7 százalékba veendő. A csatornatársaság 2.300,000 forintra menő egész

részvény-tőkéjének 6 száztóli kamatozására és 33 év alatti visszafizetésére kívántató tiszta csatorna-jövedelem teszen tehát 161,000 ftot.

Számíthatni pedig (a munk. 47. lapja szerint) a csatornából mindjárt kezdetben várható, s illetékes bíraktól igen is kevés-re vettnék ítélt évi bevételt — ide nem értve a rakpartbért — 191,738 ftba.

A honnan látnivaló, hogy az így alakult csatornatársaság részvénytőkéjének 6 száztóli kamatja és törlesztési járuléka a csatorna jövedelméből akkor is telik, ha az igazgatási és fentartási költségre már az első években is számítunk 30,738 ftot.

Ha már most a többi kedvezményeket is fontolóra vesszük, melyekbe a társaság az I. szerint részesülne, nevezetesen :

1-ször hogy már a tőketörlesztés oly igen korán megindulásánál fogva is a részvényesek biztosan számot tarthatnak a részvények után járó kamatok hamar bekövetkezendő teteemes növekedésére ;

2-szor hogy a gazdasági célokra kiszolgáltatható csatorna-vízből származó jövedelmet, a részvénytőke teljes visszafizetése után még 67 évig élvezvén, oly jövedelem-forrásnak jutnak majdnem örökös birtoklásába, mely ügyesen értékesítve, rövid idő múlva egy maga az egész részvénytőkével fölerő vagyont fog képviselni ;

3-szor hogy a dunaszabályozási munkákon, felhasználván az egyidejű csatornaépítésből eredő minden előnyeit, a társaságnak a kapott költségnek legalább is 10 százalékát meg kell nyernie, mely nyereség leszállítván magát a részvénytőkét, a kamatolást mindjárt az első üzleti évben 7 százalékra fölvinné : ha, mondom, mind ez előnyöket is fontolóra vesszük, meg fogunk győződni arról, hogy az I. alatt elsorolt föltételek mellett a pesti dunacsatornaféle vállalat oly biztos sikerű, s a mellett *szép* nyereséggel is kecsegtető üzletté leszen, hogy a csatorna létrejöveteléről kezeskedő részvénytársulatnak ez alapon megalakulására bizton számot tarthatunk.

MÁSODIK SZAKASZ.

A budapesti házhitelintézet állása és hatása.

A berendezési költség fedezésére szánt 50,000 frton fö-
lül kapna a budapesti házhitelintézet a 3. építési év kezdetén
alapításakor, mint említve volt, az alapító egylettől még :

Sajátjává leendett tartalék-pénz-alapul
készpénzbeli 250,000ftot.

Továbbá az alapítók által összetett mil-
lióból ugyanazon föltételek mellett, melyek
alatt a magyar földhitelintézet alapító tagjai-
nak alapítványaiiban részesül 750,000ftot.

Bírna tehát összesen, semmi alapítási
költséggel nem terhelt pénztartalékként : . 1.000,000 ftal.

Végre betételként kezelné, a II. alatt elésorolt kedvező
föltételek mellett, a kisajátítási és csatornatelek-értékesítési
társulattá alakult alapító egyletnek egész készpénz-alapját,
mely is a 3. építési év végén történendő csatornanyitáskor,
s így akkor, midőn a társulati fekvő birtoknak elárúsítása
még csak megindúlna, mint föntebb láttuk, már 1.750,000
forintot teend.

Hogy a budapesti ház-hitel-intézetnek ily alapon létre-
hozása nem csak valóságos jótétemény volna a két testvérvá-
ros háztulajdonosaira nézve; hanem hogy ez intézet, alapítá-
sa közvetlen céljának tökéletesen megfelolvén, a pesti-csa-
torna-félc vállalat pénzbeli sikere alapföltételének teljesedé-
sére, azaz, a fönmaradt házak és háztelkek jó áron s minél
előbb elkelésére is, a ráfordított költséget többszörösen pótló
hatást gyakorolná : az, úgy tartom, a következő fejtegeté-
sekből világosan ki fog tűnni.

A budapesti ház-hitel-intézet, mint említve volt, a ma-
gyar földhitelintézet külföldön is példásnak elismert szer-
kezetének mintájára alakúlna.

Ezen intézet tehát tulajdonképen nem volna egyéb,
mint tökéletes önkormányzatra hivatott társulat, melyet Pest-
Buda városainak az intézet hitelét egyidejűleg élvező házbir-
tokosai azon kizárólagos célra képeznének, hogy a pest-bu-

dai házaknak, kölcsönös jótállás alapján, a lehető legmagasabb jelzálog-értékét eszközöljék ki. Mi mellett természetesen nyereségről, osztalékról szó sem lehetne.

Az igazgatási költség, legalább eleinte, nem a tartalék-tőke utáni jövedelemből, hanem a kamatokhoz csatolt pótlék által fedeztetnék, mely az intézet hitelét igénybe vevő által fizettetik.

A tartalék-alapba nem csak azon jövedelem foly be, mely gyümölcsözővé tételéből származik, mi nagy óvatosan első rendű váltók és legközelebb lejáró intézeti tartozások leszámítolására, továbbá jelzálogos érték-papírok börzei értékének $\frac{3}{4}$ részére adott kölcsönzésre, mindez legfeljebb 6 hónapra, szorítva van — hanem a tartalék-tőkét szaporítják azonfölül az igazgatási pótlék esetleges többletei, a betételi pénzek elhelyezése utáni minden nyereség, a késedelmi kamatok, bírságok, elévült szelvények és zálog-levelek utáni jövedelem sat. egy szóval, a hitelintézet minden való bevételei. Azonfölül minden egyes, ki kölcsönkötés által a hitelintézet tagjává lett, a tartaléktőke nagyobbitása céljából, a részére kiszolgáltató zálog-levelek vagy jövedék-jegyek 1%-nyi értékét letéteményben hagyja, azon kölcsönös kezesség zálogául, melyet ő mint tag az intézet többi tagjai illetőleg adósainak tartozásuk lerovásában pontosságáért elvállal. Mely letétemény az illetőnek csak a neki nyújtott kölcsön törlesztése után, és akkor is csak úgy fog visszaszolgáltatni, ha azt a tartalék-alap állása megengedi, mindenestre pedig csak egyszerű kamatjaival.

A tartalék-alap tehát, látni való, a hitelintézet egész vagyonát foglalja magában.

De a hitelintézet a tartaléktőkének és a nála letéteményezett pénzeknek az alapszabályok által a legóvatosabban körülírt elhelyezésén kívül, semmiféle üzletet nem visz. Neki ugyanis zálogleveleit és jövedék-jegyeit csak oly kötelezvényekért szabad kicserélnie, melyekben a kikötött pénzösszeg visszafizetése 2—6 hónappal rövidebbre szabott határidőkben van ígérve, mint az intézet papírjaiban, és melyek első jelzálog által tökéletesen biztosítva vannak. E szerint voltaképen nem is a hitelintézet maga az, a ki kölcsönöz. Az intézet csu-

pán a tulajdonképeni hitelező, t. i. azon tőkepénzes ellenében, ki az intézet parpirjait megveszi, kezeskedik az adós bizalomra érdemes voltáról, ki a fizetéseket ugyancsak az intézet kezéhez szolgáltatja, hol azok a tulajdonképeni hitelező által fölvétetnek.

A magyar földhitelintézet alap-szabályaiból átvett ezen részletekből kitűnik, hogy egy ilyen hitelintézet tartalék-alapjának szorosan véve más rendeltetése nincsen, mint a tőkepénzesnek biztosítékot nyújtani, hogy követelései még akkor is egész pontossággal ki lesznek elégítve, ha az egyleti tagok, illetőleg adósok egyike vagy másika, bármely oknál fogva, felvállalt kötelezettségének meg nem felelne, midőn azután a lejárt fizetés teljesítésére hiányzó pénzösszeg *egyelőre* a tartalék-tőkéből fedeztetik addig, míg a visszamaradt tartozás az elkésett adóستól beszedetvén, *kamatostul* a tőkébe ismét vissza-szolgáltatathatik.

Valóságos veszteséget csak azon kivételes esetben szenvedhet a tartalék-tőke, ha az intézetnek egy vagy más tagja irányában levő követelései be nem szedhetőkkel válnának, az-az akkor, ha a saját hitelének emelésén kívül más érdeket nem ismerő ezen intézetnek üzlet-kezelői vagy a zálog-vagyon becslésében, vagy a kölcsönt kapottnak birtokhoz való jogigényére nézve csalódtak volna.

De miután oly hitelintézetnél, melynek egész hatásköre oly könnyen áttekinthető térre szorítkozik, mint a szóban levő intézeté, föl sem tehető, hogy az üzlet kezelői az iránt tetemesen csalódhatnak, vajjon bizalomra érdemes-e valaki, ki ezen kölcsönös jóállásra alapított hitelintézetbe felvétetni kíván, vagy sem : tehát látnivaló, hogy a tartalék-alap kezdetbeni összegének folytonos emelkedése bizton várható.

Ebből következik, hogy a létesíteni javasolt budapesti ház-hitelintézetnek szánt 1 milliónyi tartalék-alap, melyben 250,000 ft semmikép meg nem terhelt intézeti pénzkészlet van, nem csak hogy távolról sem mondható csekélyre számítotttnak, sőt inkább egy ily egyszerű hitelintézet kívánalmait jóval fölülmúlja.

Ezen tartaléktőke magasság-száma tulajdonképen csak abban találja indokolását, hogy a szóban levő intézet hivatva

van a kisajátító és csatornatelek-értékesítő társulat minden ügyeinek elintézésére, és következésképen, mint már említve volt, mindjárt eleinte több mint $1\frac{1}{2}$ milliónyi betételi pénzüsszeget vesz át, melyek a csatorna-telkek és házak eladásának megkezdése után, a mint látni fogjuk, rövid idő múlva több millióra fognak növekedni; a betételi pénzeknek pedig, hogy kellően fedezve legyenek, a tartaléktőke 5-szörös összegét fölülmúlniok nem szabad.

És most ezen szakasz bezárásául csak még néhány szót a hitelintézetnek a csatorna-telkek értékesítésére való hatásáról.

A fentebbi kimutatás szerint már eredetileg igen magas tartaléktőke azon nyereség által, melyben a hitelintézet oly nagy összegű betételek elhelyezése által csak csekély üzletjárulék mellett is részesül, rendkívüli magasságra fog szükségképen emelkedni. Ámbár a fentebbiek szerint egy oly hitelintézet tartaléktőkéjéből semmi esetre osztalék nem fizetnének, mégis nagy előnyök kapcsolvák, az intézet részvényeire, illetőleg tagjaira nézve, a tartaléktőke nagyságához.

Egy aránylagos magas tartaléktőke bírása ugyanis következő előnyöket nyújt :

1-ször. Azon hitelpapiroknak, melyeket a kölcsönt igénylő az általa letett jelzálogos kötvény helyett az intézettől kap, a legmagasabb árkeletet biztosítja, melyet — a pénzvásár az idő szerinti állásához képest — az intézeti tartalék-alap által mint egy megtestesült azon bizonyosság adhat, hogy a kötelezett fizetések minden körülmények közt pontosan teljesíttetni fognak.

2-szor. Ha a tartaléktőke igen nagy, akkor a kezelési költség annak jövedelméből fedezhető, és nem szükséges a tagokat igazgatási pótlék fizetésével terhelni.

3-szor. Az újonnan kibocsátott hitel-papírokra adható kölcsönzés nagyobb mértékben folyhat, mi által az intézet tagjainak a pénzvásártól függése némileg csekélyebbé válik azért, mivel a birtokába jött papírokra az intézettől kölcsönt kapván, ez által képessé tétetnek végeladásokkal a netalán kedvezőtlen árfolyam javulását bevárni.

4-szer. A tartalék-tőke nagysága következtében lehet-

ségessé tétetik a hitelintézetre nézve, hogy tagjait, tekintete érdemlő esetekben, az alapszabályok által a kötelezett fizetések határnapjának meghosszabbítását illetőleg megengedett kíméletben részesítse.

Miután ennél fogva a budapesti ház-hitel-intézet mind ezen egyenesen a tartalék-alap magas voltából eredő előnyökön kívül még azon általánosan igen sokat nyomónak elismert előnnyel bírna, miszerint hatásköre szűk határokkal van körülvonalozva: azért is az intézet létrehozása Pest-Buda városok házainak jelzálogi értékét a lehető legnagyobb fokra emelné, és azokat az ország legértékesebb — mert a készpénzhez lehető legközelebb álló — ingatlan birtokává fogná tenni.

Számba sem vévén tehát azt, hogy ezen hitelintézet közvetítése által Pest-Buda lakosainak igen számos és természetesen házépítésre hajló osztálya részére bő külföldi pénzforrások nyitvatnának meg, és ez által is a számos új építkezések szükségére, mely a fennállott házak lebontása folytán eléálland, könnyebben kielégíthetővé válnék: ezen intézetnek közvetlenül is az alapító egyesület birtokává lett ingatlanok értékének fölemelésére kellend szükségképen hatnia, és pedig valószínűleg oly mérvben, hogy a társulati fekvő birtok értékelkedésének ezen oka, egyesülve azzal, miszerint a csatornaépítés által a háztelkek mennyisége is alább száll, már magában is elegendő lenne, a csatornavállalat pénzbeli sikerének biztosítására.

Hogy a kisajátító és csatornatelket értékesítő társulat által a hitelintézet kezéhez időnként átszolgáltatandó betételi pénzek felhasználására vonatkozó kikötések *) mily hatással lesznek ezen telkek értékben emelésére: erről az utolsó részben lesz szó.

*) Lásd a második rész II-vel jegyzett tagjának c és d pontjait.

HARMADIK SZAKASZ.

A kisajátító s csatornatelek-értékesítő társulat állása.

ELSŐ CZIKK.

A javaslat szerinti kivitelre megkívántató kölcsön mennyisége.

Az alapító egyesület által az egész vállalat létesítésére fölveendő kölcsön nagyságának kifejtésében azon föltevésből indulok ki, hogy a kölcsönt 6 száztólival kellend kamatoztatni, és hogy a 33 év alatti törlesztés a 3-dik és egyszersmind utolsó építési év végével kezdődik.

A csatorna-vállalatnak érdekében áll, hogy a kisajátítás a lehető leggyorsabban végrehajtsék. Fölteszem tehát, hogy az egész kisajátítási összeg az első építési év folyama alatt ki fog fizettetni, kamatozását tehát a 2-dik félév kezdetétől kellend számítani.

Az összesen szükségelt kölcsön nagyságának meghatározására tehát mindenek előtt az építés 2-dik félévének kezdetére vitetendők azon összegek, melyek a részvénytársulatnak és a hitelintézetnek különböző időkben kiszolgáltatandók lesznek, továbbá azok is, melyeket az alapító egyesület az országtól kap:

1. A csatornatársaság kap a Dunaszabályozásért	1.200,000 ftot,
a csatorna-építési költség fejében . . .	1.300,000 „
Összesen	2.500,000 ftot.

Ezen összegnek a 3 év alatt végrehajtható dunaszabályozási és csatornaépítési munkák haladásához képest, s így utólag kellend kifizettetnie.

Ennélfogva föltehető, hogy a fönnebbi összeg 6 félévi részletben és pedig az 5 első 400,000 ftjával, a 6-dik pedig 500,000 ftal fog kifizettetni, és hogy továbbá az első részlet az első félév végén, a második a 2. félév végén, s így tovább, a hatodik egyszersmind utolsó részlet a 6-dik építési félév

végén járand le. Ha tehát ezen 6 rész-fizetést leszámítolás után a 2. építési félév kezdetére rávezetjük, az lesz az eredmény : hogy az alapító egyesület által a csatornatársaság részére fizetendő $2\frac{1}{2}$ millió a 2-dik félév kezdetén fölr 2.318,000 forinttal kerek számmal.

2. A budapesti ház-hitel-intézetnek a 3-dik építési év kezdetén történendő megalapításakor azon 750.000 fton kívül, mely az alapítók milliójából, és pedig 75,000 ft készpénzben 5% kamat mellett, és 675,000 ft kötvényekben, átengedtetik neki, még jár készpénzben :

A berendezési költségek fedezéseire 50,000 ft.

Sajátjává lett tartaléktőke gyanánt 250,000 ft.

Végre még a csatornatelket értékesítő társulattá alakult alapító egyesületnek egész pénzbeli tartaléktőkéje is betételként, mely hogy a 3-dik és egyszersmind utolsó építési év végével 1.750,000 fton tegyen, a ház-hitelintézetnek a 3. év kezdeténi megalapításakor . . . , 1.649,500 ftra rúg.

Mindössze tehát a hitelintézetre s a tartalékra fordítandó pénzszükséglet teszen 1.949,500 fton.

Ez egész összeg csak az 5. építési félév kezdetekor kell, tehát beszámítolás által a 2. félév kezdetére visszavezetett értéke egyenlő 1.784,000 forinttal.

3. Az ország részéről kap az alapító egyesület az I. szerint a Dunaszabályozásra 1.200,000 fton,
a csatornaépítési költségekre és a ház-hitelintézet alakítására 1 500,000 fton,
Összesen 2.700,000 fton.

Föltéve, hogy ezen összeg 3 részletben fizettetik ki, és pedig az 1-ső egy millió forintjával az építés kezdetén, a 2-ik 850,000 forinttal a 2-dik építési év kezdetén, végre a 3-dik szinte 850,000 forintnyi részlet a harmadik építési év elején : akkor, szinte leszámítolás után, azon eredményre jutunk, hogy az ország által engedményezett összegnek a 2. építési félévre vezetett értéke, kerek számmal, egyenlő 2.633,000 forinttal.

Miután most már az alapító egyletnek az építés alatt leendő minden mellékkiadásai és bevételei a 2-dik félév kezdetére vannak visszavezetve, az egész vállalat létesítésére szükséges kölcsön magassága következőleg számíttatik ki :

A 2-dik félév kezdetén szükséges az alapító egyletnek a kisajátítás végrehajtására (munkácskám 39. lapja szerint)	7.286,000 ft,
a csatornatársaság létrehozására a fentebbi 1. szerint	2.318,000 ft,
a ház-hitelintézet megalapítására és saját tartalékalap képzésére, a fentebbi 2. szerint,	1.784,000 ft
Összesen	<u>11.388,000 ft.</u>

Ezen összegből az országos pénz-segély által, a fentebbi 3 szerint, van fedezve . .	2.633,000 ft,
fölveendő tehát	<u>8.755,000 ft.</u>

Valamint a tőketörlesztés kezdete, úgy a társulati fekvő birtok eladásának megindulása is a csatorna-megnyitás idejére levén téve : az építés közben fizetendő kamatok összege egyenlő a fentebbi szükséglet és az el nem bontandott házak kisajátítási értéke közt való különbségnek $2\frac{1}{2}$ évre számított 6 százaléki kamatjával. Erre tehát az építési 2. félév kezdetén szükséges

1.061,000 ft.

A megindítók (consortium) kiadásainak vagyis az alapítási költségnek megtérítésére, továbbá magának a kisajátító és csatornatelket értékesítő társulatnak a 3 építési év alatti ügyvitelére, számíthatni

184,000 ftot.

A kölcsön által fedezendő összes szükséglet tehát egyenlő

10.000,000 ftal.

MÁSODIK CZIKK.

A vállalat pénzügyi sikerében érdekelték biztossága a megkárosodhatás ellen.

Az ismét eladható házak és háztelkek azon áremelkedése, mely mellett a vállalattal járó minden költség épen fedezve lenne. — A mi azon kérdést illeti, mennyiben lehetnek bizonyosak az *alapítók* arról, hogy ezen vállalatnál mi veszteséget sem szenvedhetnek, az *ország*, hogy az elvállalt jótállás következtében fizetéseket nem kellend teljesíteni, végre az *egykes kölcsönlevelek birtokosai*, hogy semmi kárt nem fognak vallani: ennek megoldására mindenk előtt kipuhatólandó, a csatornatelket értékesítő társulat házakban és háztelkekben álló fekvő birtoka értékének azon növekedése, mely a *csatorna megnyitásakor* eléretvén, épen elégséges lesz arra, hogy a 10 milliónyi kölcsön az egylet valódi bevételeiből fedezhető legyen.

Nem tekintve azon 250,000 ftot, melynek erejéig az alapítók, miután az eredetileg összetett egy millió forintnak $\frac{3}{4}$ -ed részét a ház-hitel-intézetnek átengedik, a csatorna-telkekisajátító és értékesítő társulatnál személyesen kötelezve vannak, a társulati vagyon a csatorna megnyitásakor következőkből áll :

1-ször. A kisajátított háztelkek azon részéből, mely, mi helyt az útca-színvonaláig leendő feltöltés és kiegyenlítés és a csatorna kiásása megtörtént, azonnal ismét eladható.

2-szor. Az ezen telkeken álló, és ennél fogva épen is maradó házakból.

3-szor. Azon készpénz-alapból, mely a ház-hitelintézetnél az utolsó építési év kezdetén leginkább azért van elhelyezve, hogy a társulat ne legyen kénytelen minden félév lejártával a fölvett kölcsön után járó tartozásai erejéig telkeket és házakat minden áron eladni. Végre :

4-szer a csatorna-rakpart-bérből, melynek beszédése, mint már említve volt, a kisajátító és csatorna-telket értékesítő társulat számára, az értékesítési üzlet egész tartamára,

tehát eléfordulandó esetben a kölcsön törlesztésének egész 33 évi határidejére, föntartva marad.

A kisajátításkori becslés alapján számítva, a társulati vagyron pénzbeli értéke következözkép áll: és pedig az 1. alatt említett 225,000 négyszögölnyi háztelekbirtok 2.126,241 ftból,
a 2. alatt említett házak egyenértéke 2.092,225 ftból.

A fekvöbirtok összes kisajátításkori értéke tehát 4.218,466 ft.

A ház-hitelintézetnél elhelyezett pénzösszegek az utolsó építési év végén tesznek 1.750,000ftot.

Az évenkénti 43,700 ftal előszámított rakpartbér által a kölcsön feltételeihez képest képviselt érték . . . , 600,000 ft.
Összesen 6.568,466 ft.

Ezen utóbbi összeget levonva az utolsó építési év végéig eléforduló mindennemű kiadásokat magában foglaló 10.000,000 ftnyi kölcsönből, marad

a társulat birtokában levő házak és háztelek értékének azon emelkedési összegéül, mely a csatorna megnyitásakor eléretvén, a fölvett kölcsön kamatozási és törlesztési költségét épen fedezné: 3.431,534 ft.

Hátra van most még, hogy az ingatlan társulati birtok által elérendő érték-növekedés azon magasságát kipuhatoljuk, mely épen elegendő legyen, hogy a társulati üzletkezelés költség is fedezve legyen, mely költség egyébiránt azért nem fog igen tetemes lenni, mivel, a föntebbiek szerint, a társulat minden pénzügyei a ház-hitelintézet által díj nélkül kezeltetnek.

Föltéve, hogy az igazgatási költségek évenként 12,000 ftra rúgnának, hogy továbbá az értékesítés befejezését a legkülső határidőpontig, t. i. 33 évre szabott törlesztési idő lefolytáig, kellene kiterjeszteni, az jó ki:

Átvitel 3.431,534 ft.

Áttétel 3.431,534 ft.

Hogy a társulati birtok további érték-emelkedése, mely, a *csatorna megnyitásakor* eléretvén, épen elegendő volna a társulati üzlet kezelési költségének fedezésére, egyenlő: 171,572 fttal.

E szerint az összes érték-emelkedés, melyet a kisajátító és értékesítő társulat házak és ház-telkekből álló ingatlan vagyonának a *csatorna megnyitásakor* elérnie kellend, hogy a társulati vagyon a pesti Dunacsatorná-
nak ezen javaslat szerint való kivitelének minden költségét fedezni képes legyen, jö ki . 3,603,106 fttal.

**Az épen elégséges érték-emelkedés nagyságának mér-
tékéről általában.**—Tekintve ezen fő pénzösszeg fontos voltát, — mint a melyből az egész vállalat pénzbeli eredményére nézve felállítandó összes combinációknak ki kell indulniok, — annak kifejtéséhez még a nevezett összeg viszonylagos nagyságára vonatkozó némely fejtegetéseket fogok csatolni; s továbbá még megmagyarázni, hogy kell azt érteni, hogy a kifejtett érték-emelkedés a *csatorna megnyitásakor* elérve legyen; remélvén, hogy ezen felvilágosítások lényegesen elsegítendik a gyors tájékozást annak megítélésében, vajjon lehetséges-e az, hogy a pesti Duna-csatorna, az itt eléadott módon létrehozva, a kérdéses ingatlan vagyon-ösztlet értékét még a fent kiszámított öszegre sem emelné föl.

A mi a kérdésben forgó érték-emelkedés viszonylagos nagyságát illeti., ezt vagy azon értéknek hánylagos részeként fejezhetjük ki, melyet már a kisajátításkor a házak és háztelkeknek azon öszlete képviselt, melynek eladása a kérdésben forgó nyereséget kell hogy hozza; vagy pedig lehet a kérdéses érték-emelkedés nagyságát a csatorna számára megváltott egész város-rész kisajátítási értékének részeként kifejezni, mi mellett tehát, mint kívánatosnak is tartom, azon körülmény is számba vétetnék, hogy a csatorna létesítése folytán a házak és háztelkek mennyisége általában kevesbedik is. Végre lehet a többször említett érték-emelkedést egyedül az eladhatóvá lett háztelkeknek kisajátításkori értékére is mint egységre visszavezetni.

A kisajátítani kellett minden fekvőség kisajátításkori értékétől vett mérték. -- Az ismét eladható 225,000 négyszögölnyi háztelek-terület kisajátítási értéke teszen 2.126,241 ftot.
 az azokon levő házaké 2.092,225 ftot.

I. *Összeg*: Az ismét eladhatóvá leendett terület kisajátítási összértékének összege 4.218,466 ft.

Maga a csatorna és a körütczák által elfoglalt területnek kisajátítási összege 1.028,929 ft,
 az azokon álló, tehát lebontandó házaké 2.038,572 ft.

II. *Összeg*. A csatorna építése által maradólag igénybe vett terület kisajátítási értékének összege 3.067,501 ft.

III. *Összeg*. Az egész kisajátítási összeg 7.218,466 ft.

Az értékelkedés, melynek viszonylagos nagysága kerestetik 3.603,106 fttal számíttatott ki, ebből tehát levonva a csatorna-építés által örökre igénybe vett területnek főntebb II-vel jegyzett kisajátítási összegét 3.067,501 fttal kijő azon összegül, melylyel a társulati fekvő birtok által elérendő értéknek a mint ilyenek megsemmisült házak és háztelkek kisajátítási értékén túl kellend emelkedni : 535,605 ft.

Ezen összeget elosztván az egész kisajátítási szükséglettel, azaz a főntebbi III-al jegyzett összeg szerint 7.218,466 fttal, azon eredményre jutunk, hogy

aa. a kérdésben forgó értékelkedés a csatorna számára beváltott egész terület kisajátításkori értékére visszavezetve, ez összegnek $\frac{2}{27}$ -ed részét teszi.

Más szavakkal kifejezve :

Arra, hogy a kisajátítási és értékesítési üzlet veszteség nélküli végrehajtása biztosítottnak tekinthető legyen, elégséges, ha a kisajátított házak és telkek ismét eladhatónak megmaradt $\frac{3}{5}$ -öd része, a csatorna megnyitásáig, azon pénzössz-

szegnek $\frac{2}{27}$ -ed részével nagyobb pénzértékre emelkedik, melyre a csatorna létesítése végett kisajátított városi terület a kisajátítás alkalmával becsülve volt.

Az ismét eladható házak és háztelkek kisajátítási kori értékétől vett mérték. — Ha pedig a megkívántató érték-emelkedést nem az egész kisajátítási összegre, hanem annak csak azon részére akarjuk visszavezetni, mely azon megmaradt házaknak és háztelkeknek megfelel, melyeknek eladásában a kérdésben forgó becs-emelkedésnek valószínűlnia kell: akkor az érték-emelkedés összegét t. i. a

3.603,106 ftot,

elosztjuk az ismét eladás alá kerülő házak és háztelkek kisajátítási értékével, azaz a fentebb I-el jegyzett összeg szerint : . . . 4.218,466 fttal, és azon eredményre jutunk :

bb. hogy a 3.603,106 ftnyi épen elégséges érték-emelkedés, az ismét eladóvá leendett házak és háztelkek kisajátítási értékének $\frac{6}{7}$ -ed részével fölr.

Más szavakkal kifejezve :

A megmaradt házaknak és telkeknek a csatorna megnyitásáig $\frac{6}{7}$ -ed részével nagyobb értéket kellend elérniök, mint az, melylyel a kisajátítás alkalmával bírtak. Úgy hogy az eladóvá lett háztelkek értékének, négyszög-ölenként, 17 ft 55 kr-ra kellene emelkednie.

Az ismét eladható háztelkek kisajátítási kori értékétől és a háztelkek területétől vett mértékek. — Azt föltéve végre, hogy a megmaradt házak eladása semmi nyereséggel nem fog járni, és hogy ennél fogva a megkívántató egész érték-emelkedést a háztelkek eladási árából kellend fedezni :

akkor a kérdéses 3.603,106 ftnyi érték-emelkedést elosztván a 255,000 □ ölnyi eladó háztelkek kisajátítási értékével, azaz a fentebbi, I-el jegyzett összegnek első része szerint 2.126,241 fttal úgy találjuk, hogy

cc. a megkívántató érték-emelkedés, azon értékre visszavezetve, melylyel az ismét eladóvá lett 255,000 □ ölnyi háztelkek a kisajátításkor bírtak, egyenlő ez összeg $\frac{17}{10}$ -ed részével.

Más szavakkal kifejezve :

Ha a megmaradt házak netalán semmi nyereséget nem hoznának, akkor, hogy a vállalattal járó összes költség fedezve legyen, az ismét eladóvá lett háztelkek értékének a csatorna megnyitásáig csak $\frac{17}{10}$ -ed részével kellend magasabbra emelkednie azon értéknél, melylyel a kisajátítás alkalmával bírtak, és akkor egy-egy négyszög-öl értéke mindössze 25ft 52kral volna egyenlő.

A társulatévá leendett fekvő birtokban megkívántató érték-emelkedés valószínűsítésének módjáról. — Miután ily módon háromféle mértéket fejtettünk ki, melyek a társulat ingatlan vagyona által a csatorna megnyitásakor minden kiadás fedezhetésére szükségképen elérendő érték-emelkedés nagyságának megítélésére szolgálnak: hátra van még azon kifejezés értelmének magyarázata, *hogy az érték-emelkedésnek a csatorna megnyitásakor kellend elérve lennie*, vagyis tulajdonképen, annak fejtegetése, mely módon kellend a társulat által megszerzett ingatlan vagyon ama pénzértékét valószínűsíteni, hogy abból minden kiadás fedezhető legyen. Mire nézve a legutóbb tárgyalta, és legkedvezőtlenebb föltevésből fogok kiindulni, mely szerint érték-emelkedésben csupán csak a háztelkek részesülnének, és nem a házak is egyszersmind.

A háztelkekből fedezendő része a félévi pénz-sükségletnek. — A társulati vagyonnak a kölcsönnel egyenlő kamatokat hozó része a csatorna megnyitásakor, mint fentebb bővebben kimutattuk, következőkből áll:

A rakpartbér egyenértéke:	600,000 ft.
a készpénz alap:	1.750,000 „
a házbirtok, a kisajátítási értéke szerint	2.100,000 „
A kamatozó vagyonnak összege:	4.450,000 ft.

Minthogy jelenleg a társulati üzlet olyféle lepergéséről van szó, mely sem nyereséget sem veszteséget nem hoz; mint-hogy továbbá kétségbe nem vonható, hogy a házbirtok a 33 évi törlesztési idő alatt a kisajátítási áron értékesíthető lesz; minthogy végre a házeladásnak jövedelmében időnként előfordulható minden ingadozást az oly tetemes tartalék-tőke által kiegyenlíthetőnek tekinthetni: tehát a társulati

vagyonnak éppen most	4.450,000 ftban
Átvitel	4.450,000 frt

Áttétel 4.450,000 ft.

kiszámított kamatozó része, a félévi tartozási részletek azon részének kiszámításánál, mely a háztelkek eladásából fedezendő, egyszerűen levonható az egész 10.000,000 ftnyi kölcsönből; a midőn a kölcsönnek azon részeként, melynek törlesztése és kamatoztatása a háztelkek eladásából fedezendő, . . . 5.550,000 ftot kapunk.

Egy 6%-os kölcsön után, 33 évi törlesztési határidő mellett, félévenként járó részfizetések közül mindenik a tőkének $3\frac{1}{2}$ százalékát teszi, ennél fogva a háztelkek eladásából fedezendő föntebbi kölcsön-rész utáni járandóság félévenként teszen: 194,250 ftot

Miután, mint említve volt, a társulat minden pénzügyei a ház-hitelintézet által ingyen kezeltetnek, a társulati igazgatási költség félévenként 6,000 ft-ra tehető. Innen:

dd. Az egész összeg, melynek a telkek eladásából minden kiadás fedezésére félévenként kikerülnie kell, 200,250 ftot tesz, vagyis, e szükségletet a *félév kezdetére* visszavezetvén: 194,418 frtot.

Az értékesítés pénzügyi eredményének megítélésében alapul szolgáló ár- és terület-fokszorzatok kifejtése. — Minthogy a társulatnak háztelkekben álló birtoka oly pénzürtéket képvisel, melynek jövedelme csak annak részletenkénti eladásából befolyó pénzösszegekből áll; minthogy továbbá ezen háztelkek a társulat által kölcsön vett pénzen vásároltatnak meg: ennél fogva világos, hogy a társulat, ha veszteséget nem akar szenvedni, ezen háztelkeket csak oly áron adhatja el, mely maga a társulat által eredetileg fizetett áron fölül még annak a valóban történt eladás időpontjáig számított kamatját és kamatok kamatait is magában foglalja.

Ha tehát az egyes árakat azon 66 félév mindegyikének kezdetére visszavezetjük, melyek folytán a kölcsönnek törlesztve, és ennél fogva a telek-birtoknak is eladva kell lennie;

ha továbbá a_0 -nak nevezzük azon árt, melyért a háztelkeken az első félév kezdetén veszteség és nyereség nélkül túladhadtunk, és a_1 -nek a vételár ezen legkisebbjét a 2-ik félév kezdetén, és így tovább, úgy hogy a_{65} azon ár legkisebbjét jelentse, melyen a háztelkek a törlesztés utolsó félévének kezdetén nyereség és veszteség nélkül odaadhatók lennének: akkor, a föltevéshez képest, a kölcsön kamatját száztól 6-ban, az értékesítés kezdetekori telek-árt pedig a föntebbi cc. alatt kifejtett, és az igazgatási költséget is fedező 25 ft 52 krban véve, — a kamat-tőkesítési számítás szabályainak alkalmazásából származik a következő

I-ső Alap-fok sor,

mely kimutatja az eladási időhöz képest változó azon árakat, melyeket a csatornatelkeknek négyszög-ölenként behozniuk kell, hogy a vállalattal járó minden költség épen fedezve legyen.

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
25 ft 52 kr	26 ft 28 kr	27 ft 05 kr	27 ft 89 kr	28 ft 72 kr
a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
29 ft 58 kr	30 ft 47 kr	31 ft 39 kr	32 ft 33 kr	33 ft 30 kr
a_{10}	és így tovább			a_{65}
34 ft 30 kr				174 ft 30 kr -ig.

Az eladási áraknak ezen alap-foksora mértékül szolgál a háztelkek-eladás félévenkénti eredményének megítélésére, és így, a fentebbi dd-vel jegyzett összeg kifejtésének alkalmával mondottak szerint, az egész eladási üzlet végbemenetelének megítélésére is.

Veszteségnek tekintendő ugyanis minden eladás, mely az eladási félévnek az alap-ár-foksora szerint megfelelő alap-áron alul történnék.

Nyereségnek minden eladás, mely az említett alap-áron fölül történnék. Magától értetődővén, hogy az egyik félévben tapasztalt nyereséget vagy veszteséget a más félévben netalán mutatkozott veszteség vagy nyereség semmivé teheti vagy pótolhatja.

A félévenként eladott telkek mennyisége már magában, legalább addig, míg a netaláni hiány a tartalék-tőkéből pótol-

ható, a nyereség vagy veszteségre egyéb befolyást nem gyakorol, mint azt, hogy több telek kelvén el, mint a mennyi a félévi szükséglet fedezésére elégséges volna, az egész értékesítési üzlet gyorsabb végbemenetelét várhatni, mi pedig az igazgatási költségben némi megtakarítással járna, mely költség, mint fentebb láttuk, a mindent fedező, s ezen I. alap-fok-sor egyes árainak kiszámításában is alapul szolgált 3.603,106 ftnyi érték-növekedési szükséglet kifejtésében félvévenkénti 6000 ftba vétetett.

Hogy már most azt is könnyű szerrel meg lehessen itélni, mennyit kellend félvévenként eladni, hogy minden kiadás fedezhető legyen a tartalék-tőkéből vett kölcsön mellőzésével, a fentebbi telekár-foksorton kívül egy területi fokszorzat is kívántató, melyet következőkép lehet kifejtteni:

Miután a törlesztés mellett fölvelt kölcsönnél minden részfizetés, a törlesztés bevégeztéig, tőkéletesen egyenlő; azon egyes árak pedig, melyeken a telkek eladandók, hogy a beléjük fektetett tőke kikerüljön, bizonyos törvény szerint egyre növekednek: látnivaló, hogy minden következő félévben kevesebb telkeket lesz szükség eladni a kiadás fedezésére, és hogy a félvévenként eladandó telkek tér-mértéke ugyanazon szerben apadhat, a melyben az árak növekednek.

Ismeretes lévén már most: az eladóvá lett telkek összes területe; továbbá a félévek száma, melyeknek elteltével az eladásnak véget kell érnie, mely idő ugyanis a törlesztési határidővel egyenlő; s végre azon árak növekedési törvénye, melyben a telkek az eladónak eredetileg voltak, s mely törvény a fentebbi ár-foksortban nyilvánul: ennélfogva a keresett területi-foksort kiszámíthatására még csak azon terület nagyságának kitudása kell, melynek az 1-ső félévi áron leendő eladása által, a telkek értékesítéséből kikerítendő pénzösszeg fedezve lesz. Ezt pedig úgy találni meg, ha ez összeget a telek-értékesítés első féléve kezdetének megfelelő telek-árral elosztjuk, mint a mely ár az összes telek-birtok alap-árának vehető, a fentebbi ár-foksortban pedig a_0 jegy alatt fordul elé.

A főnforgó esetben a telekeladásból félvévenként kikerítendő összeg, a fentebbi dd szerint, teszen 194,418 forintot, ezt pedig az a_0 árak 25 ft 52 krt tevő értékével elosztván,

úgy találjuk, hogy a kiadásoknak a bevételből fedezhetésére az első félévben eladandó telek-terület csak 7618 négyszög ölet tenne.

Ha tehát ezen II. alap-foksorban az első félévben eladandó telek-területet t_1 -nek, a második évit t_2 -nek, és úgy tovább az utolsó félévben eladandót t_{66} -nak elnevezzük: akkor az ismert adatok alapján kiszámítva, kijö a következő

II-ik Alap-foksor,

mely a telekrészleteknek ez értékesítés egyes félévei szerint különböző azon területét mutatja ki, melynek eladásával a félévnek megfelelő, s az I-ső alapfoksorban található áron, a félévi pénzszükséglet épen fedezve leszen:

$$\begin{array}{ccccc} \overbrace{7618 \square^0}^{t_1} & \overbrace{7397}^{t_2} & \overbrace{7181}^{t_3} & \overbrace{6972}^{t_4} & \overbrace{6769}^{t_5} \\ \overbrace{6572}^{t_6} & \overbrace{6380}^{t_7} & \text{és úgy tovább} & \overbrace{1150 \square^0}^{t_{66}} & \text{ig.} \end{array}$$

Valamint tehát az I-ső alap-foksorból azt látjuk, mely áron lehet minden félévben veszteség nélkül eladni: úgy az imént kifejtett II. alap-foksorból ismét az tetszik ki, mennyit kelljen minden félévben eladni, hogy a tartalék-tőkére ne szorúljunk.

A mint azonban már fönt említve volt, ha a tartaléktőke tetemes, nem épen elkerülhetetlenül szükséges, hogy minden évben épen annyi adassék el, a mennyi a területi alap-foksor szerint eladandónak mutatkozik, csak későbbben valamikor adassék el annyival több az illető félévi áron; a midőn azután minden ismét egyensúlyba jő, s egyúttal a tartalék-tőke is visszanyerheti a belőle kivett előlegeket, a kamatokkal és kamatok kamataival együtt. Másrészt azonban, mint szintén már említve volt, nincs nagy nyereség abban, ha egyszer-másszor több adatnék el; csak hogy ily esetben a nélkül, hogy a tartalék-tőkéhez kellene nyúlai, az eladást egy ideig akár egészen megszüntethetni azon reményben, hogy későbbben talán az ár-foksorbeli áraknál magasabb árak keletkeznek.

Föltéve például, hogy az első félévben nem 7618 \square^0 , mint a II. alap-foksor kívánja, hanem 22,196 \square^0 adatnék el, tehát épen annyi a mennyit a foksor szerint az első 3 félévben együttvéve kellett volna eladni: ezen eladás folytán mind

a 3 félév kiadásai fedezve volnának már, és így a következő 4 félévig, a tartalék-tőke érintetlenül hagyásával, a telek-eladást egészen meg lehetne szüntetni. Ha azután a 4-ik félév beálltával az e félévnek megfelelő $a_3 = 27$ ft 89 krnyi áron fölül lehetne eladást eszközölni: ez már nyereség volna; mivel nyereség gyanánt tekinthető minden eladás az I-ső foksor árain fölül. Világos egyébiránt, hogy a nyereség nagysága egy részt a magasabb áron eladott telkek mennyiségétől, más részt pedig attól függ, mennyivel haladja meg a valódi eladási-ár a sor-árt

Az alapítóknak a megkárosodhatás elleni biztossága.

— Miután az értékesítési ügy-menetelnek ezen megmagyarázásával úgy hiszem elég világot vetettünk arra, mit kelljen azon főntebbi kifejezés alatt érteni, *hogy a kiszámított érték-növekedésnek a csatorna megnyitásakor, azaz, az eladási időszak 1-ső félévének elején, elérve kellend lennie*: immár azon kérdésre, mennyiben lehetnek bizonyosak az alapítók a felől, hogy azon 250,000 fton, melynek erejéig ők a kisajátítási-társulatnál érdekelvők, veszteséget szenvedni nem fognak? azt lehet felelünk, hogy az alapítókat még akkor sem érné veszteség, ha azon 33 év alatt, mely időre az eladási-ügy szükség esetében elhúzható,

1-ször a házaknál soha nem volna valósúlható nagyobb pénzérték, mint a melylyel a kisajátítás idejében bírtak; továbbá

2-szor, ha a háztelkeket oly áron kellene eladni, melynél, mind a mellett, hogy a félévi szükséglet fedezésére az első félévben csak 7618 □ ölet, ezentúl pedig minden félévben $\frac{1}{34}$ -ed részszel kevesebbet szükség eladni mint a múlt félévben, még is egy évben sem volna elérve nagyobb eladási ár, mint a mely a háztelkek □ öle kezdetbeni 25 ft 52 kr. értékének felel meg; oly értéknek, a melynél, mint fönt az aa alatt ki volt mutatva, azon befolyás, melyet a hajózási csatorna,

kapcsolatban a ház-hitelintézzettel, és az $\frac{1}{7 \text{ és } 8}$ alatt elso-
rolt minden kedvezményekkel, a társulat birtokában maradt házak és háztelkek értékének emelésére gyakorolni hivatva van, nem terjedne tovább, mint hogy az ismét eladhatónak maradt fekvő birtoknak $\frac{2}{27}$ -ed részszel nagyobb értéket szerezzen,

mint a melylyel a csatorna számára kisajátított egész terület a kisajátításkor birt.

Az országnak utólagosan igénybe vétele elleni biztossága. — A mi a 2-ik kérdést illeti, t. i. mennyiben volna az ország biztosítva az ellen, hogy a csatorna-telek-kisajátító és értékesítő társulat által felvállalt kötelezettségekérti kezeskedése folytán utólagos fizetésekbe nem fogna bonyolódni: e biztosság természetesen még nagyobb foku mint az alapítóknak éppen most tárgyalt biztossága saját betételeiket illethető veszteség ellen. Mert az ország fizetési kötelezettsége csak azon esetben lépne érvényre, ha az alapítványok sem volnának elégségesek a vállalatból netalán eredendő pénz-veszteség fedezésére.

De a kérdésben forgó alapítványok összege elégséges volna évenként 7575 frtra menő bevételi hiánynak mind végig fedezésére; ennyire menő állandó hiány pedig csak akkor támadna, ha a társulat tulajdonává lett telekbirtok értékének növekedése az egész kisajátítási összegnek nem $\frac{2}{27}$ -ed részét, — mikor a fentebbiek szerint az alapítók betételeinek igénybe vételére nincs szükség, — hanem még ennél is kevesebbet, még amaz értékben növekedés $\frac{1}{5}$ -öd részével kevesebbet tenne. Következik tehát, hogy az ország még akkor is biztosítva lenne minden pótfizetési követelés ellen, ha az eladásnál kitűnnék, hogy az érték-növekedés az egész kisajátítási összegnek nem $\frac{2}{27}$ -ed, hanem csak $\frac{2}{34}$ -ed részét érte el. Vagy szemmel is felfoghatóvá téve, ha a háztelkek nem a fentebbi I. alap-foksorban kifejtett árakon, ú. m.

$\overbrace{25 \text{ ft } 52 \text{ kr}}^{a_0}$ $\overbrace{26 \text{ ft } 28 \text{ kr}}^{a_1}$ $\overbrace{17 \text{ ft } 05 \text{ kr}}^{a_2}$ $\overbrace{27 \text{ ft } 89 \text{ kr}}^{a_3}$ $\overbrace{28 \text{ ft } 72 \text{ kr}}^{a_4}$

$\overbrace{29 \text{ ft } 58 \text{ kr}}^{a_5}$, hanem a következő ár-foksor szerint kelnének el:

$\overbrace{25 \text{ f. } 04 \text{ k.}}^{a_0}$ $\overbrace{25 \text{ f. } 79 \text{ k.}}^{a_1}$ $\overbrace{26 \text{ f. } 56 \text{ k.}}^{a_2}$ $\overbrace{27 \text{ f. } 36 \text{ k.}}^{a_3}$ $\overbrace{28 \text{ f. } 18 \text{ k.}}^{a_4}$ $\overbrace{29 \text{ f. } 03 \text{ k.}}^{a_5}$.

Egyébiránt még azon esetre is, ha azt kellene tapasztalni, hogy az egész 33 év alatt, mely időre az eladást el lehet húzni, a házakból és telkekből álló birtok értékesítésénél magasabb jövedelem nem volt elérhető, mint a mely azon föltetésnek felel meg, hogy a megmaradt telek-birtoknak érték-

növekedése éppen csak a csatorna számára kellett házak és telkek azon részének kisajátítási értékét érrendi el, mely közvetlenül a csatornára és körütczákra fordítván, a házak és háztelkekbeni forgalmat mintegy kevesbíti — vagy szemmel is láthatóvá téve: még akkor sem, ha a háztelkek nem az I. alapsor árai szerint, azaz, a

$$\underbrace{a_0}_{25 \text{ ft } 52 \text{ kr}} \quad \underbrace{a_1}_{26 \text{ ft } 28 \text{ kr}} \quad \underbrace{a_2}_{27 \text{ ft } 05 \text{ kr}} \quad \underbrace{a_3}_{27 \text{ ft } 89 \text{ kr}} \quad \underbrace{a_4}_{28 \text{ ft } 72 \text{ kr}}$$

árakon kelnének el, mely minden költséget fedez, hanem azokon a következő ár-foksor árain kellene túladni :

$$\underbrace{a_0}_{23 \text{ ft } 14 \text{ kr}} \quad \underbrace{a_1}_{23 \text{ ft } 83 \text{ kr}} \quad \underbrace{a_2}_{24 \text{ ft } 55 \text{ kr}} \quad \underbrace{a_3}_{25 \text{ ft } 29 \text{ kr}} \quad \underbrace{a_4}_{26 \text{ ft } 04 \text{ kr}},$$

még akkor is, mondom, az ez esetben minden fizetési részletnél, kerek számmal, 80,000 fira menő hiányt 18 éven át a tartaléktőkéből, és $1\frac{1}{2}$ évig az alapítók betételeiből fogván fedezhetni, az ország csak $19\frac{1}{2}$ évvel a csatorna-építés bevégezte után volna kényszerülve a hiány fedezésének átvételére, melynek összege akkor bizonynyal csak csekély részét teendné azon évi haszonnak, mely Pest városa adóképesységének a csatorna általi emelkedése következtében az ország jövedelmére nézve elérve volna.

A kölcsön-levelek birtokosainak veszteség elleni biztossága.—Végre a kölcsön-részletek birtokosainak minden károsulhatás elleni biztossága a lehetőleg legnagyobb; mert őket illetőleg ama kérdésben tehető 3.603,106 fnyi összeget, mely ha a fekvő birtok értékesítéséből kikerül, az egész vállalati költség fedezve lesz, nem csak a társulati telek-birtoknak biztosan várható érték-növekedése és az alapítók alapítványai, de ezenfölül még az ország jóállása is biztosítja.

A csatorna-építés közbeni háztelkek-eladás.—Az első és legkisebb ár az I. alapsorban ($a_0=25$ ft 52 kr négyszög ölenként) a csatorna megnyitásának időpontjára, tehát, a csatorna építéséhez fogástól számítva a 7-ik félév kezdetére vonatkozik. Ennélfogva, föltéve, hogy, a mi több mint valószínű, már az építés folyama alatt kerestetnének eladó telkek, alacsonyabb eladási árak mellett is ugyanazon pénzbeli eredmény volna elérhető. Nevezzük a_{-1} -nek azon eladási árt, mely a

csatorna-építés utolsó félévében elértévé, a 25 ft 52 krnyi alap-árnak tökéletesen megfelel; továbbá a_{-2} -nek ugyanazon árt az utolsó-előtti félévben; és így folytatva a_{-5} -nek azon árt, mely a 25 ft 52 kr alapárral egyenértékű az építés 2-ik félévében, a midőn már a költsön megkötvé és a csatorna építés folyamatban van: akkor a 25 frt 52 krnyi alap-árból kiindulván, leszámítolás útján, kiszámítható következő

*Folytatása az I. alap-foksornak
az építési félévekre visszafelé menve:*

$$\begin{array}{ccccccccc}
 \overbrace{22 \text{ ft } 01 \text{ kr}}^{a_{-5}} & \overbrace{22 \text{ ft } 67 \text{ kr}}^{a_{-4}} & \overbrace{23 \text{ ft } 35 \text{ kr}}^{a_{-3}} & \overbrace{24 \text{ ft } 06 \text{ kr}}^{a_{-2}} & \overbrace{24 \text{ ft } 78 \text{ kr}}^{a_{-1}} & & & & \\
 \overbrace{25 \text{ ft } 52 \text{ kr}}^{a_0} & \overbrace{26 \text{ ft } 28 \text{ kr}}^{a_1} & & & & & \text{stb.} & &
 \end{array}$$

Az alap-árfoksornak e folytatásából látni való, hogy a költségnek fedezhetésére megkívántató értékemelkedést a csatorna megnyitásakor képviselő 25 frt 52 krnyi alap-ár értéke részben a kisajátítás utáni 5. félév végére elhalasztottnak fölrott eladás következménye. A társulati fekvő birtok azon érték-növekedésének valódi mértéke, melynek egyenesen a csatorna ily módon történt létrejöttének hatásából crednie kell, hogy mindent nyereség s veszteség nélkül végre lehet sen hajtani tulajdonképen az építés 2-dik félévének megfelelő ár ($a_{-5}=22$ frt 01 kr), melyen akkor a csatorna mellett levő valamennyi telken túladhunk, ha nyereséget nem kívánunk.

Ezen 22 frt 01 krnyi ár pedig a telkek kisajátítási árát csak $\frac{1}{9}$ -ed részével haladja meg, tehát $\frac{2}{9}$ -ed részszelet csekélyebb, mint a föntebbi értéknövekedési számítás alapjául vett ár ($a_0=25$ ft 52 kr).

A kisajátítás alá került házak és háztelkek megváltatása. — A második megjegyzés, melyet még helyen lenni vélek, közvetlenül az előbbeniből foly, áll pedig abból, hogy azon házak és háztelkek tulajdonosainak, melyek kisajátítása csupán a csatornából kiásandó föld lerakására szükséges, szabad tetszésükre lehetne bízni, hogy tovább is megmaradhasanak e házak és háztelkek birtokában, lefizetvén a társulati pénztárba amaz összegnek házbirtokuk telkének kisajátításkori értékével aránylagos részét, mely összegre az ismét eladóvá

leendett ily csatornatelkek érték-növekedésének, mint föntebb kifejtettük, emelkednie kell, hogy a vállalatot veszteség ne érje. Mi mellett osztatlanul élvezhetnék e tulajdonosok mind azon hasznokat is, melyek a csatorna létesültének következményeképen a csatorna melletti birtokra háramlani fognak. A tulajdonjog e visszaváltását pedig, legalább a házbirtokosokra nézve, mód nélkül megkönnyítendi a buda-pesti házhitelintézet alakulása. Az illető háztulajdonos ugyanis nem volna kénytelen a váltásigot készpénzben kifizetni; hanem kölcsönt kötvén a házhitelintézetnél $35\frac{1}{2}$ évi törlesztési határidő mellett a váltásig fejében fizetendő összeg erejéig, fizetné az intézettől nyert záloglevelekben, melyeket a kisajátító és csatornatelket értékesítő társulat teljes névértékük szerint elfogadna. A mi pedig a megkivántató váltásigot illeti: az ezen szakaszbeli számításoknak alapul szolgált föltevések mellett, a fölvelt törlesztési kölcsön után járó félvétenkénti részlet-fizetésből esnék, pontosan számítva, 43 kr a háztelek egy-egy négyszög-ölére. A telken álló ház után ugyanis semmi váltásig nem kivántatnék; minthogy a megkivántató érték-növekedés összegének megfelelő telek-ár kifejtésében azon föltevésből indultunk ki, hogy a fönmaradt házak eladásából mi nyereség sem származandik.

Mely utolsó fejtegetésből egyébiránt még az is következik, hogy tehát :

ee. A vállalattal járó minden költség fedezésére épen elégséges érték-növekedés maga, a csatornaépítési 1-ső fél-év végén, vagyis a kisajátításkor, fölér : oly jelzálogos kölcsön-összeg értékével, mely az ismét eladhatóvá leendett háztelek minden négyszög-öle után 43 krt tevő járulék 71 fél-éven át fizetésével törlesztődnek.

A fő eredmények egybeállítása. — Ezek azok, miket itt kifejtendőnek véltem. És most már nincs egyéb hátra, mint hogy az e czikkbeli fejtegetések fő eredményeit, azaz a sikerre megkivántató értéknövekedés nagyságának könnyebben megítélhetésére kiszámított különféle mértékeket, a következő ábrázolásban összeállítsam.

AZON MÉRŐ-SZÁMOK ÁTNÉZETE,

melyek a vállalati siker alapföltételét kifejezik, ha a kisajátítási pénzszerükségletet a költségvetésben arra számított összegbe, a társulati kölcsön után fizetendő kamatot pedig 6%-ba vesszük.

Hogy a vállalattal járó minden költség éppen fedezve legyen, az ismét eladhatóvá lett házak és háztelkekből álló társulati fekvő-birtoknak összesen érnie kell :				
A csatorna-megnyitás időpontjában.			Minijárt a kisajátítás után.	
Ha az érték-növekedés az egész társulati fekvőbirtokra kiterjed.				
Ha az érték-növekedés csak az ismét eladhatóvá lett háztelkekre terjed ki.				
Az aa-val jegyzett mérőszám szerint.	A bb.-vel jegyzett mérőszám szerint.	A cc.-vel jegyzett mérőszám szerint.	Az aa'-val jegyzett alap-telek-ár szer. detbeni telek-ár sz.	Az ee.-vel jegyzett mérőszám szerint.
2/27-ed részével többet, mint az egész kisajátítási pénzcsatorna létesítésére megkívántó minden házak és háztelkek után járt kisajátítási összeg.	6/7-ed részével többet, mint az ismét eladhatóvá lett házak és háztelkek után járt kisajátítási összeg.	Az eladó háztelkek után járt kisajátítási összegnek 17/10 ed részével többet, mint az ismét eladhatóvá lett házak és háztelkek után járt kisajátítási összeg.	Az eladó háztelkek négyyszög-öléknek 25 ft 52 krbanak 22 ft 1 krbanak dű összeggel többet, mint az ismét eladhatóvá lett háztelkek után járt kisajátítási összeg, mely kölcsön az eladhatóvá lett háztelkek minden négyszög-öle után 43 krtvő járulékk 71 fél-éven át fizetésével törleszthető.	Oly kölcsönnel fölerő összeggel többet, mint az ismét eladhatóvá lett házak és háztelkek után járt kisajátítási összeg, mely kölcsön az eladhatóvá lett háztelkek minden négyszög-öle után 43 krtvő járulékk 71 fél-éven át fizetésével törleszthető.

HARMADIK CZIKK.

Az elégséges értékelkedés mértékeinek kiszámításában fölvett kisajátítási szükséglet és kamatláb változásának befolyásáról ama mértékek számértékére.

Első cím.

A kisajátítási szükségletbeni változás befolyásáról.

Az elégséges érték-növekedést mérő számok elemzése, s azon szabály kifejtése, mely szerint a kisajátítási szükségletbeni változás befolyását ama mértékek számértékére közvetlenül kiszámíthatni. — A mi a kisajátításra előszámított pénzsükséglet meghaladtatásának befolyását illeti, ha figyelemmel kísérjük azon föntebbi fejtegetések menetelét, melyek nyomán ama háromféle mérő-számokhoz jutottunk, melyek a társulati tulajdonná leendett fekvő birtoknak a vállallattal járó költségek fedezésére szükséges érték-emelkedés nagyságát könnyebben fölfoghatóvá teszik: úgy hiszem, mindjárt meglátjuk, hogy az alapul fölvett kisajátítási összegnek bármely tetemes túlhaladtatása sem volna képes az említett fejtegetések eredményét lényegesen megváltoztatni. Az említett három mérő-szám közül ugyanis mindegyik az összes kisajátítási szükséglet valamely részére, mint egységre viszonyítva fejezi ki a megkívántató érték-növekedés nagyságát; s ennél fogva a kiszámításuk alapjául szolgált kisajátítási szükséglet nagyságától független arányszám gyanánt tekintendő. Az ismét eladóvá lett fekvő birtokban kívánt érték-emelkedésnek számjegye, valamint az innen származó egyes árak is, természetesen a fölvettől különböző kisajátítási szükséglet esetében más-más lenne; a nélkül azonban, hogy azért a megkívántató értéknövekedés mérő száma is, azaz az értéknövekedésnek a kisajátítási összeghez képesti nagyságát kifejező arányszám is, változnék.

Egyébiránt ezen mérő-, illetőleg arány-számokra csak azon esetben volna minden legkisebb befolyás nélkül a ki-

sajátítás eszközlésére megkívántatónak fölvelt szükséglet összegében netalán előforduló változás, ha a társulati egyéb kiadások (a csatorna-társaságnak, a ház-hitelintézetnek, és saját tartalék-tőkének szánt összegek, továbbá az igazgatási költség) fedezésére szükséges összeget magában foglaló és ennélfogva akkor is, ha a kisajátítási összeg változik, változatlan maradó kölcsön-rész épen oly nagy volna, mint a kölcsönnel járó fizetési kötelezettségeket fedező jövedelem és pénzürték azon része, mely nem közvetlenül a kisajátításból, azaz a fönmaradt fekvő birtok értékesítéséből, ered, hanem az egyleti pénztárba más rendbeli forrásokból (tartalék-tőke és rakpart-bér) foly be. Szóval, a kérdéses mérő számok csak annyiban mondhatók egészen függetleneknek a kiszámítások alkalmával fölvelt kisajátítási pénzüszükséglet nagyságától, a mennyiben az egyéb kiadások és az egyéb fedezési eszközök összegei egymást tökéletesen kiegyenlítnék. Ha ellenben e két összeg egymást kölcsönösen ki nem egyenlítné, akkor a szükséges érték-növekedés nagyságát kifejező arány- vagyis mérőszámok sem fognak egész pontossággal ugyanazok maradni. A kisajátítási pénzüszükséglet növekedtével ugyanis *kisebbek* lesznek e számok, ha az egyéb fedezési eszközök összege kisebb talál lenni az egyéb kiadásokénál; a kisajátítási pénzüszükséglet növekedtével ellenben *nagyobbakká* lesznek, ha az egyéb fedezési eszközök összege nagyobb az egyéb kiadások összegénél. Itt ez utóbbi eset fordul elő.

A mi végre azon változás számszerinti értékét illeti, melyet a kérdéses mérő-számok kiszámításánál fölvettenél eltérő kisajátítási pénzüszükséglet azok nagyságára nézve eléidézne, a kérdésben forgó három különböző mérő-szám kifejtésében követett utat szemmel kísérvén, azt látjuk, hogy e három szám közül mindegyiket úgy is fölfoghatni, mint két oly törtszám összegéből álló kifejezést, melyeknek közös nevezője a fönforgó három kisajátítási összeg egyike, t. i. vagy az egész kisajátítási összeg, vagy az ismét eladóvá leendett házak és háztelkekért járt összeg, vagy végre azon kisajátítási összeg, melybe az eladóvá lett háztelkek magok kerültek, — míg az első törtnek számlálója egyenlő a kisajátításból közvetlenül eredő kiadások (a kisajátításra kívántató költség és annak kamatai az építési idő

tartamára) és a megszerzett fekvő birtok kisajátításkori értéke közti különbséggel; a második törtnek számlálója ellenben egyenlő a külön kiadások és külön fedezési eszközök összegei közt való s már többször említett különbséggel.

Így fogván föl e mérő-számok származását, látni való, hogy azok a kiszámításokra szolgáltat kisajátítási szükséglet szempontjából nézve egy nem változó s egy változó részből vannak össze-téve. Nem változó részüket teszi az első helyen említett törtszám. Mert ennek számlálója, csupán a kisajátítási szükséglettel arányos értékekből állván, az elsőben fölvetett kisajátítási szükséglet növekedtével vagy fogytával éppen annyiszor lesz nagyobb vagy kisebb, a mennyiszor nagyobb vagy kisebb lesz a szintén tisztán kisajátítási összegben álló nevezője, és így értékre nézve a törtszám maga semmit sem változik, bármilyen nagyot változnék is a kisajátítási összeg. Változó részek pedig e mérő-számoknak a második helyen említett törtszám, mint a melynek számlálója kisajátítási szükséglettől független értékek közt való különbség létre mindig ugyanaz marad; míg az első törtével azonos nevezője a kisajátítási szükséglet változtatásával ugyanazon mértékben változik maga is. A miből következik, hogy mivel a különböző kisajátítási szükséglet alapján kifejtett két ily mérő-szám közti egész különbség az említett két alkatrész utóbbikában származott különbségre szorítkozik: tehát, hogy számmal kifejezhessük azon befolyást, melyet a kisajátításra megkívántatóként fölvetett pénzüsszegben történhető változás gyakorolna a társulati fekvő birtok érték-növekedésének szükséges nagyságát mérő-számokra, legrövidebben és legalkalmasabban úgy fogunk czélt érni, ha az egyéb fedezési eszközök és az egyéb társulati kiadások összegei közt való különbséget elosztjuk az illető mérő-szám egységét képező egyik kisajátítási összeg azon értékével, mely annak az összehasonlítás alapjául szolgáló eredeti mérő-szám kifejtésében tulajdoníttatott; és ez osztásnak minden egyes mérő-számmra nézve változatlan maradó eredményét azután még azon hányadossal szorozzuk, mely az elsőben fölvetett és az újabb kisajátítási szükséglet közti különbségnek ez utóbbi értékével való elosztásából támad. Eredménye e szorozásnak lesz:

a keresett különbségnek az illető mérő száméval azonos egység szerinti mértéke.

A kisajátítási pénz-szükségletbeni változás ama mértekekre való hatásának számokban meghatározása. — És most már áttérhetünk azon befolyásnak számokkal meghatározására, melyet a részletes költség-számítás alapján fölvetett kisajátítási pénzsükségletnek netalán tapasztalandott meghaladtatása azon mérő-számok értékére gyakorolna, melyeket a 2. cikkben kifejtettünk, hogy a csatorna-telkekben megkívántató érték-növekedés nagyságát könnyebben fölfoghatóvá tegyük

A főnforgó esetben, mint az első cikkben láttuk,	
a külön kiadások összege ÷ , .	2,058,375 ft,
a külön fedezési eszközök összege ÷ . - .	2.350,000 ft.
Különbségek :	291,625 ft.

Itt tehát e két összeg egymást ki nem egyenlíti, hanem a külön fedezési eszközök összege nagyobb, s ennél fogva, a föntebbiek szerint, a kérdéses mértékek számjegyei is a kisajátítási szükséglet növekedésével változni fognak, és pedig *nagyobbakká* lesznek. Hogy mennyivel? Azt a fentebbi gyakorlati szabály nyomán következőleg számíthatjuk ki:

A mi elsejét illeti a két hányadosnak, melynek szorzása által, mint említve volt, a kisajátítási szükséglet változásából lett különbséget a kívántató érték-emelkedést mérő számokban megkapjuk, a mi, mondom, a két hányados elsejét illeti, ennek *osztandója* az érték-növekedés mind három mértékére nézve egy és ugyanazon szám, t. i. az imént kiszámított 291,626 ftnyi különbség; *osztója* ellenben, t. i. azon kisajátítási érték, melyre mint egységre a mértéket kifejező törtszám vonatkozik, a megkívántató érték-növekedés mind három mérő-számára nézve más-más.

A legelsőben kifejtett *aa* mértékre nézve, mely szerint az ismét eladóvá leendett fekvő birtok pénzértékének, az összes költségek fedezése végett, $\frac{2}{27}$ -ed részével nagyobbra kell emelkedni az egész kisajátítási szükségletnél, ez utóbbinak 7.285,967 frtba vett összege képezi azon egységet, melyre az *aa* mérték vonatkozik, és ennél fogva egyszersmind a kérdésben forgó két hányados elsőbikének *osztóját*.

A második helyen kifejtett *bb* mértékre nézve, mely

szerint a társulati fekvő birtok pénzértékének kisajátításkori értéke $\frac{6}{7}$ részével kell hogy növekedjék, hogy minden költség fedezve legyen, — az ismét eladóvá lett ingatlanok kisajátítási értéke s így 4.218,466 ft az egység, és ennélfogva egyszersmind a kérdéses *osztó*.

A kifejtett értékemelkedési mértékek *cc*-vel jegyzett harminadikát illetőleg végre, mely szerint az értéknövekedés összegének, ha az értékben növekedés csak a háztelkekre s nem egyszersmind a házakra is terjeszkednék ki, $\frac{17}{10}$ -ed részével magasabbnak kell lennie az eladóvá lett háztelkek kisajátításkori pénzértékénél, — a mérték egysége és egyszersmind a kérdésben forgó *osztó* egyenlő e háztelkeknek 2.126.241 ftra számított kisajátítási értékével.

Azon két hányados közül tehát, a melyeknek sorozásából kikerül azon szám, mely kifejezi azon befolyást, melyet a kisajátítási szükséglet növekedése a kívántató értékemelkedést mérő számok értékére gyakorol, az elsőbbik lesz:

Az 1-ső mértékre, t. i. az *aa* val jegyzettre nézve:

$$\frac{291,625}{7.285,967} = \frac{4003}{100,000}$$

A 2-ik mértékre, t. i. a *bb*-vel jegyzettre nézve:

$$\frac{291,625}{4.218,466} = \frac{7074}{100,000}$$

A 3-ik mértékre, t. i. a *cc*-vel jegyzettre nézve:

$$\frac{291,625}{2.126,241} = \frac{13,716}{100,000}$$

A mi a második hányadost illeti, ez a kisajátítási pénzszükséglet növekedésétől függ, és mind a három mértékre nézve ugyanaz marad.

A főtebb mondottak alapján ezen második hányados, illetőleg szorzó, lesz:

A kisajátítási szükséglet 10 ⁰ / ₀ -el emelkedvén —				$\frac{1}{11}$
"	"	"	20 ⁰ / ₀	" — $\frac{1}{6}$
"	"	"	30 ⁰ / ₀	" — $\frac{3}{13}$
"	"	"	40 ⁰ / ₀	" — $\frac{2}{7}$
"	"	"	50 ⁰ / ₀	" — $\frac{1}{3}$
"	"	"	77 ⁰ / ₀	" — $\frac{7}{16}$

Es most már nem kell egyéb mint, hogy a három mér-

tékre nézve külön kiszámított első hányadosok mindegyikét az utóbb kiszámított második hányadosokkal sorban szorozzuk, hogy a következő átnézetben összeállított számokhoz jussunk, és megítélhessük, vajjon mennyiben tekinthetők az előbbi fejezetben nyert eredmények függetleneknek a fölvetett kisajátítási szükségletre nézve netalán bekövetkezendő változástól.

AZON VÁLTOZÁS MÉRTÉKEINEK ÁTNÉZETE,

melyet a kisajátításra számított pénzszükséglet növekedése azon összegben okozna, melylyel az ismét eladóvá leendett fekvő birtok kisajátításkori értékének növekednie kellend, hogy a vállalattal járó minden költség épen fedezve legyen.

A kisajátítási szükséglet növekedésének mértéke az eredetiben fölvetett szükséglet százalékában.	A megkívántató érték-emelkedést mérő számoknak a 2. cikkben kifejtett értékek, és azon értékek közti különbség mértéke, mely azoknak megfelelne, ha nagyobbösszegű kisajátítási szükséglet alapján lennének kiszámítva,			Hogy mennyivel növekednék az a_0 -al jegyzett telek-ár értéke a kisajátítási szükséglet növekedésével.
	az aa -val	a bb -vel	a cc -vel	
	jegyzett mérőszámra nézve			
	Az illető mérőszám egységeinek százalékában.			
10%	$\frac{36}{100}\%$	$\frac{64}{100}\%$	$\frac{125}{100}\%$	0 ft 13 kr
20%	$\frac{67}{100}\%$	$\frac{118}{100}\%$	$\frac{229}{100}\%$	0 ft 26 kr
30%	$\frac{92}{100}\%$	$\frac{163}{100}\%$	$\frac{316}{100}\%$	0 ft 39 kr
40%	$\frac{114}{100}\%$	$\frac{221}{100}\%$	$\frac{392}{100}\%$	0 ft 52 kr
50%	$\frac{133}{100}\%$	$\frac{236}{100}\%$	$\frac{457}{100}\%$	0 ft 65 kr
77%	$\frac{174}{100}\%$	$\frac{39}{100}\%$	$\frac{60}{100}\%$	1 ft 00 kr

Következtetés az elégséges érték-növekedés elsőben kifejtett mértékeinek gyakorlatilag biztos voltokra. — Ezen átnézet első és utolsó rovatát közelebből vizsgálván azt látjuk : hogy az utolsó rovatbeli számok egyaránt 13kral növekednek mindaddig, míg az első rovatbeliek is egyaránt 10%-al növekednek ; hogy tehát 13 krnyi növekedés a 2. cikkben kifejtett alap-ár értékében épen megfelel és egyszersmind mértéke is azon változásnak, melyet a fölvett kisajátítási szükségletnek tíz-tíz százalékaival azaz 728,597 forintenkénti növekedése tenne az elégséges érték-emelkedés összegében. — Ugyan e rovatok utolsó tételeinek egybevetéséből pedig kitűnik, hogy a fölvett kisajátítási pénz-szükségletet 77%-ával, azaz 5.610,195 forinttal, túlhaladottnak kellene tapasztalnunk, hogy a hiba, melyet, a megkívántató érték-emelkedés remélhető vagy nem remélhető voltára a 2. cikkben kifejtett mérő-számok segítségével következtetvén, elkövetnénk, — a csatorna-megnyitási kori telek-árra vonatkoztatva — egy egész forintra rámenjen.

Minthogy tehát az átnézetnek ez utolsó rovatbeli számai nem arány-számok, hanem egész pénzértékét fejezik ki azon befolyásnak, melyet a kisajátítási szükséglet változása a kérdésben forgó mérő-számok megbízható voltokra azaz pontosságukra gyakorol : következtethető, hogy az e számok kifejtésében alapul szolgált kisajátítási pénz-szükséglet netaláni túlhaladása a megkívántató kölcsön-összegét ugyan felszöktetné ; de a vállalati siker alap-föltételeinek a 2. cikkben kifejtett minden rendbeli kifejezései, azaz a megkívántató értékemelkedések nagyságát mérő arányszámok értékében oly keveset változtatna, hogy az e mérő-számokból vont minden következtetéseket, gyakorlatilag véve, ép oly biztosoknak tekinthetjük, mintha értékökre nézve legkisebbet sem fűgnének a kisajátításra megkívántató pénz-összeg nagyságától.

M á s o d i k C z í m.

A fölvett volt kamatláb változásának befolyása az elégséges érték-növekedés mértékeinek szám-értékére.

A kamatláb növekedtéből a mértékben származó változásnak közvetlenül kiszámítására szolgáló szabály kifej-

tése. — A mi azon második kérdést illeti, melynek megfejtését itt feladatul tűztük ki magunknak, t. i. mely hatást gyakorolna a kölcsönnek nagyobb kamatlába a megkivántató érték-növekedés mértékére: erre nézve már fentebb említve volt, hogy azon arány-számok mindegyikét, melyek által a megkivántató érték-növekedés összegét tisztábban fölfoghatóvá tenni igyekeztem, úgy tekinthetni, mint két oly törtszám összegét, melyeknek *nevezője* közös s mindig valamely kisajátítási érték; *számlálói* pedig különbségek által képeztetnek, nevezetesen: az első azon különbség által, mely a kisajátítási szükséglettől közvetlenül függő kiadások összege és az ismét eladóvá leendett házak és háztelkek kisajátítási értéke közt létezik; a második számláló pedig a külön kiadások és külön fedezési eszközök közti különbség által. Ha tehát a vállalat döntő körülményeiben eléforduló minden változás csupán arra szorítkozik, hogy a kölcsön után járó kamatokat más kamatláb szerint kellend számítani, mint a melynek alapján a megkivántató értéknövekedés mértékei kiszámítva vannak: akkor természetesen mindannyi kisajátítási érték ugyanaz maradván, nemcsak a kérdéses két törtszám közös nevezője, hanem az első törtszám számlálóját képező különbség levonandója is változatlan marad. Az első törtszámot illetőleg tehát, annak csak kisebbitendője változik, változva a kölcsön kamatlába, még pedig azon összeg erejéig, melylyel a kisajátítási szükségletért az építési idő alatt fizetendő kamat-összeg az új kamatlábnál fogva kevesbedik vagy nagyobbodik. A mi már a második törtszám számlálóját illeti, az hogy vajjon fog-e változni és mennyivel ennek értéke, minden egyes esetben a külön kiadások és külön fedezési bevételek minőségétől fog függni, mint a melyek különbsége a második törtszám számlálóját képezi. Ezen különbség nagyságában történt változás is ki lévén számítva, a minden költség fedezésére megkivántató értéknövekedésnek egész összegében bekövetkezendő különbséget úgy számítjuk ki, hogy az egyes különbségek értékében tapasztalt változásokat egy összegbe foglaljuk; a megkivántató értékelelkedés egyes mértékeiben a kamatláb változásánál fogva származott különbséget pedig úgy, ha a fentebbi összeget elosztjuk az illető mérték nevezőjével, mely

tisztán kisajátítási értékből állván, mint már említve volt, változatlan maradt.

Az ama mértékekben azon esetben származandó változás kiszámítása, ha a kamatláb nem 6 százalékot, hanem 7 vagy 8-at tenne. — Ezt előre bocsátva, fogjunk hozzá azon különbség kiszámításához, mely a 2. cikkben kifejtett mértékekben akkor állana elé, ha a kölcsön nem a szükséges értéknövekedés mértékének kiszámításánál fölvelt 6%-kal, hanem 7%-kal, volna kamatozandó.

A mi a kérdésben forgó mérő-számokban ez okon bekövetkezendő változás kiszámítására keresendő két különbség különbségei közül az elsőt illeti, erről már láttuk, hogy itt egyéb változás nem történik, mint hogy a kisajátítási összeg kamatainak fizetésére az építés ideje alatt megkivántató pénzösszeg, változván a kamatláb, szintén változni fog.

A főnforgó esetben ezen változás egyszersmind

I. Az első rendbeli különbségek közti egész különbség, kiszámítva, 147,500 ftnyi *többlettel* fölér.

A mi a második rendbeli különbségek t. i. a külön kiadások és külön fedezési eszközök összegei közti különbségek különbségét illeti: Azon egyes tételekre nézve, melyekből, — a mint a 6 száztóli kamatláb mellett megkivántató kölcsön nagyságának a 2. cikkben történt részletes kiszámításából látható, — a külön kiadások összege áll, következő változások, illetőleg különbségek, származnának.

a) Azon pénzösszegnek az első építési év közepére vonatkozó értéke, melylyel a csatorna-társaságnak, a ház-hitelintézetnek, és a csatorna-telket értékesítő társulat saját számára megkivántató összegek öszlete az országtól nyert pénzsegély összegét meghaladja, magasabb kamatláb alapján történendő. leszámítolás következtében *kisebb* lesz . . . 56,500 fttal

b) A kölcsönnek ezen részéért az építés közben fizetendő kamatokra megkivántató szükséglet pedig *magasabb* lesz . . . 31,200 fttal.

Egészben véve tehát, a 3 egylet részére szükséges pénzmennyiség a magasabb kamatlábnál fogva *kisebb* lesz . . . 25,300 fttal.

Átvitel 25,300 ft.

Áttétel

25,300 ft.

c) Az igazgatási költségnek a kölcsöntörlesztés 33 évi határidején át fedeztetésére megkivántató tőkének a csatorna-megnyitás időpontjára vonatkozó értéke, nagyobb kamatláb mellett kiszámítva, szintén *kisebb* lesz

17,800 ftal.

Mindössze tehát a különkiadások összegénél

43,100 ftnyi

költség-kevesebbet lenne a kamatláb ilyen változásának az eredménye.

A mi a külön fedezési-eszközök összegeit illeti, a kamatláb emelkedésével csupán csak a rakparthérnek egyenértéke a csatorna megnyitás időpontjában változnék, s ezzel a csatorna-rakpart által fedezett kölcsönrész összege is. *Kevesebbet* pedig ez összeg, ha a 33 évre biztosított 43,700 ftnyi rakpartbért nem 6 hanem 7 száztóli kamat alapján tökesítjük, mindössze 40,200 forinttal.

A külön fedezési eszközök összegénél tehát az egész különbség lesz:
kevesebbet.

40,200 ftnyi

Levonván tehát ez alsó összeget a főntebb állóból, azon eredményre jutunk, hogy :

II. A külön kiadások és külön fedezési-eszközök összegei közti különbségeknél, a változás vagyis különbség a kölcsön összegét apasztó *kevesebbet* mutat, még pedig fölerőt

2,900 ftal.

Az első különbségnél mutatkozott változás, a főntebbi I. összeg, a kölcsön összegét növesztő
többletben áll.

147,500 ftnyi

Ha tehát ezen két rendbeli változást egy összegbe foglaljuk, akkor úgy találjuk, hogy a csatorna-megnyitás időpontjára vonatkozva :

Valamennyi költség fedezésére megki-

144,600 ft.

vántató érték-növekedés pénzértékének azon változása, mely a kamatláb 6%-ról 7%-ra emelkedéséből származna, fölrerne 144,600 ftnyi *többlettel*.

Ha már most a kamatláb ily változásának a megkívántató érték-növekedést mérő arányszámokra való befolyását akarjuk kiszámítani, a föntebb kifejtett útmutatás nyomán az imént kiszámított 144,600 ftnyi többletet csak azon kisajátítási értékek egyikével osztjuk el, melyek a kérdéses mértékek egységeit képezik, vagy még egyszerűbben, közvetlenül az eladóváltott háztelkeknek 225,000 négyszög-ölet tevő területével.

Ez utóbbit teljesítvén, azon eredményre jutunk, hogy :

Ha a kölcsön kamatlába nem 6 hanem 7 száztólit tenne : akkor az ismét eladhatóvá lett háztelkek megkívántató érték-emelkedésének a csatorna megnyitásakor négyszög-ölenként 0 ft 64 krral többre kellend mennie.

A 6%-nyi kamatlábnál az elégséges érték-emelkedésnek a csatorna-megnyitáskor megfelelő telek-ár értéke volt : 25 „ 52 „

Innen a 7%-nyi kamatláb föltevése mellett a csatorna-megnyitáskori telek-ár, vagyis az alap-ár, a_0 , tenne : 26 ft 16 krt.

Most fejtsük ki még ugyanez alap-ár értékét azon esetre is, ha a kölcsönt 8 száztóllal kellene kamatozni.

Föltevé, hogy a kölcsön után nem 6 száztóli, hanem 8 száztóli kamat járna, akkor :

A kisajátítási összeg után az építés ideje alatt fizetendő kamatok fedezésére megkívántató pénz-szükséglet növekednék 298,000 fttal.

A külön kiadásokban *kevesebbet* mutatkoznék, . . 85,700 fttal fölrő.

A külön fedezési eszközök összletében szinte *kevesebbet* kapnánk, még pedig : 94,800 „ fölrőt.

Átvitel 9,100 ft. 298,009 ft.

Áttétel 298,000 ft.

Ez utóbbi két összeg egybefogásából
pedig származnék: 9,100 ftnyi
többlet.

Mindössze tehát a megkívántató érték-
növekedés összegének, a csatorna-megnyitás
időpontjára vonatkozva, 307,100 fttal
többre kellene mennie.

Mely összeget az eladhatóvá lett háztelkek összes te-
rületét négyszög-ölekben kifejező számmal, azaz 225,000-rel
elosztván, úgy találjuk, hogy:

Ha a kölcsön kamatlába 8%-os volna, akkor a vállalat-
tal járó minden költség fedezése végett megkívántatnék, hogy
az eladhatóvá lett háztelkek érték-emelkedése — a csator-
na-megnyitás időpontjára vonatkozva — min-
den négyszög-öl után 1 ft 36 krral
többre menjen, mint ha a kamatláb csak
6%-os volna.

Lenne tehát a csatorna-megnyításkori
telek-ár vagyis az alap-ár, a_0 , nem . . . 25 „ 52 „
hanem , 26 ft 88 kr.

Azon befolyás nyomozásában tehát, melyet a kamatláb
emelkedése a 6% mellett épen elégségesnek mutatkozott ér-
ték-növekedés nagyságát mérő számokra gyakorolna, egyelőre
oda jutottunk, hogy a vállalati siker föltételeire nézve lénye-
ges körülményekben történendett ilyféle változás oly hatással
lenne a kérdésben forgó mérő-számokra, melynél fogva a
megkívántató érték-emelkedés nagyságának pénz-értékét a
csatorna-megnyitás időpontjában mérő azon telek-ár, melyet a 2.
cikkkben kifejtett ár-foksorokban az a_0 jeggyel tettünk ki,
és mindeddig alap-árnak neveztünk,
ha 7%-osra változnék a kölcsön kamatlába, . 0 ft 64 krral,
ha pedig 8%-osra változnék, 1 „ 36 „
menne többre, mint a mennyiben az a 6%-os kamatláb alap-
ján kiszámítva volt.

Következtetés az elégséges érték-növekedés elsőben
kifejtett mértékeinek gyakorlatilag biztos voltukra. —
Ezen eddigi eredményből már is következtést húzván, látnivaló,

hogy azt kellene hinnünk, mintha a fölveendő kölcsön után járó kamatokban történendett változás befolyása azon mérő-számok értékére, melyeket, hogy a siker remélhető vagy nem remélhető voltának megítélésében az eligazodás megkönnyítve legyen, a 2. cikkben kifejtettem, ha nem is oly nagy, hogy csorbát ejtene a vállalati siker alap-föltételei e kifejezéseinek föltétlen gyakorlati érvényességén, de mégis sokkal érezhetőbb lenne, mint a kisajátítási szükségletben netalán tapasztalاندott változás által gyakorlott befolyás, a melyről föntebb láttuk, hogy, az idő ugyanazon pontjára vonatkozva, a háztelkektől területek minden négyszög-öle után elérendő pénz-értéket csak annyiszor veendő 13 krral növesztené, a hány 10%-al emelkedett magasabbra a kisajátításra számított összeg.

Ebben azonban csalódnánk.

Mélyebbre ereszkedvén ugyanis a dologba, azon eredményre jutunk, hogy a kamatláb változásának befolyása még sokkal csekélyebb a kisajátítási szükségletben eléfordúlható változás befolyásánál. Következik pedig az, szintén szemmel láthatólag, azon telek-árak következő három rendbeli fok-sorozatainak egybevetéséből, melyeket a háztelkeknek az eladásra kerülésük idejéhez képest, és különböző lévén a kölcsön kamatlába is, behozni kellend, hogy a költség fedezésére megkívántató érték-emelkedés a háztelkek értékesítésében valósítva legyen.

Az eligazodást az e fok-sorozatokban használt jegyekre nézve megkönnyítendő, még szükségesnek vélem, ismételve megjegyezni, hogy, mint a 2. cikkben közlött ár-fok-sorozatokban, úgy most is az a_0 betű az alap-árt, vagyis azon árt jelenti, mely a megkívántató értéknövekedés pénzértékének a csatorna megnyitásakor megfelel; az a_1, a_2, a_3 , stb. betűk pedig a csatorna megnyitása után következő 1-ső, 2-ik, 3-ik stb. félév végén négyszög-ölenként kívántató árakat teszik; az a_{-1}, a_{-2}, a_{-3} stb. végre azon árak jegyei, melyek mellett a csatorna megnyitás előtti 1-ső, 2-ik, 3-ik, stb. félév elején, a megkívántató érték-növekedés pénzzé tétetnék.

ÁR-FOKSORZATOK TÁBLÁJA,

melyből kitetszik, hogy *különböző lévén a kölcsön után fizetendő kamat*, mely árakat kellend a háztelkeknek, az eladásra kerülésök idejéhez képest, behozniok, hogy a költség fedezésére megkivántató értéknövekedés értékesítésök által valósuljon.

a_{-5}	a_{-4}	a_{-3}	a_{-2}	a_{-1}	$\{a_0\}$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	stb.
Ha a kölcsön kamatlába 6 $\frac{1}{10}$ -ot tenne.											
22f. 01k.	22f. 67k.	23f. 35k.	24f. 06k.	24f. 78k.	25f. 52k.	26f. 28k.	27f. 05k.	27f. 89k.	28f. 72k.	29f. 58k.	stb.
Ha a kölcsön kamatlába 7 $\frac{1}{10}$ -ot tenne.											
22f. 03k.	22f. 80k.	23f. 54k.	24f. 42k.	25f. 27k.	26f. 16k.	27f. 07k.	28f. 02k.	29f. 00k.	30f. 02k.	31f. 07k.	stb.
Ha a kölcsön kamatlába 8 $\frac{1}{10}$ -ot tenne.											
22f. 09k.	22f. 98k.	23f. 90k.	24f. 85k.	25f. 85k.	26f. 88k.	27f. 95k.	29f. 07k.	30f. 24k.	31f. 45k.	32f. 70k.	stb.

A föntebbi táblára vetett első pillanatra azonnal feltűnik, hogy az egymás alatt álló számok közti különbség azon eddig egyedül szemmel tartott ártól kezdve, mely a kívántató érték-növekedést a törlesztési időszak 1-ső félévének elején méri, azaz a táblában a_0 -al jelölt ártól kezdve, bal felé folytonosan apad, és végre az a_{-5} -el jegyzett első rovatban csaknem tökéletesen elenyészik. Már pedig volt érintve, az előbbi cikk végén, hogy ez ár-fokszorozatok minden egyes ára a telkekben megkívántató egész érték-növekedést mind azon időpontig képviseli, melyben az, a telek eladásra kerültével, pénzzé lesz; oly formán, hogy az illető fokszorozatbeli ár mellett akármely félév kezdetén a még el nem kelt telkeken mind túladhatsz, nem származván ebből egyéb változás az értékesítés végeredményében, mint hogy akkor a vállalatnál járó minden költség nem csak fedezve lenne, hanem az értékesítési üzlet lepergésének ily gyorsulásával arányos tiszta haszon is láthatnánk, a 66 félévre számított igazgatási költség részbeni megtakarítása által. Ugyanott továbbá még az is meg volt érintve, hogy az a_0 -al jegyzett alap-árban, mely minden ily árfokszorozat kiszámításában *alapul* szolgál, voltaképen 3 elemet kell jól megkülönböztetni; minthogy ez ár, valamint a fokszor többi árai is, kivéve az a_{-5} -el jelzettet, a háztelkek egy-egy négszög-öle után fizetett kisajátítási áron kívül nem csak azon érték-növekedésnek egy-egy négyszög-öle eső részét foglalja magában, mely az üzleti siker föltételeire módosítólag befolyó vállalati körülményeknél fogva megkívántató, hogy minden költség a telkekbeni nyereségből fedezve legyen; hanem még a két első elem összegének egész azon időig számított kamatai és kamatok-kamataiból származó növekedése is bele vegyül, melyre az illető foksor-ár vonatkozik.

Ezekből látni való, hogy a midőn csupán azon érték-növekedés mértékéről van szó, melyet maga a vállalat természetűe kíván, azaz, a jelen esetben, azon árról, melybe az eladóvá lett telekbirtok magának a társulatnak van: akkor, ha a föntebbi fokszorozatok valamely árából arra következtetni akarunk, ez ár értékéből a legutóbb említett harmadik elemet, mint egyedül csak az értékesítés elhalasztásából származót, előbb ki kell küszöbölni; továbbá, hogy erre úgy fogunk rá-

menni, ha az illető foksorbeli ár összegét, leszámítolás által, a telek-birtok megszerzésének időpontjára visszavezetjük.

Mínthogy tehát, a fölveendő kölcsön összegének kiszámításában követett eljárásnál fogva, a telek-birtok megszerzése az első építési év közepére, vagyis a csatorna megnyitása előtti 5-ik félév kezdetére, s így azon időpontra teendő, melynek a föntebbi táblázatban az a_{-5} föliratu rovat felel meg; s mínthogy továbbá a főnforgó foksorzatokbeli egyes telek-árak, ugyanazon egy alap-ár értékének a telek eladásra kerültének különböző időpontjaira hol leszámítolás hol kamattőkésítés által reáviteléből származván, — valamennyien fölérnek egymással: következik, hogy tehát az a_{-5} föliratu első rovatban található számok azon árak, melyek a vállalat üzleti természetét tevő körülményeknél fogva a telkekben megkívántató érték-emelkedés nagyságát mérő telekért minden idegen elemtől különválasztva mutatják, és így az ott egyes-egyedül döntő árak is, hol, mint a jelen fejtegetésben, csak az a kérdés, mily befolyást gyakorolna a vállalati siker alap-föltételeire módosítólag ható körülmények egyikében netalán bekövetkezendő változás a vállalat természetétől követelt telekérték-növekedés nagyságának más alapon kiszámított mértékeire.

Ha már most a tárgy ezen mélyebbre ható vizsgálásából folyt következményt a főnforgó különös esetre alkalmazzuk, úgy azon végeredményre jutunk: hogy azon befolyás, melyet a telkekben megkívántató érték-növekedés nagyságának kiszámításában alapul vettnél magasabb kamatláb ezen érték-növekedés mértékeire gyakorolna, abból megítélhető, hogy a 6%-os kamatláb mellett . . . 22 ft 01 krt tevő amaz ár, melyben az eladóvá leendett háztelek négyszög-öle a társulatnak a telekbirtok megszerzésekor volna,

7%-os kamatláb mellett	0 frt 02 kral
többre, s így összesen	22 frt 03 krra

menne;

8%-os kamatláb mellett pedig, ugyan-	
csak a 6%-os kamatlábkori	22 frt 01 kron
fölül,	0 frt 08 kral,
és így összesen	22 frt 09 krra

szaporodnék, mind két esetben tehát kevesebbet növekednék, mint ugyanazon árnak a vállalattal járó költség fedezéséül akkor kellene növekednie, ha a kisajátítási szükséglet, a kamatláb ugyanaz maradván, csak 10%-al is emelkednék. Mert ha azon 13 krt, melybe a kisajátítási szükséglet összegében előforduló változás befolyásának mértékét fentebb kiszámítottuk, a csatorna-megnyitás időpontjától szintén a *telek-megszerzés* időpontjára visszavezetjük is: minden 10%-ék után, melylyel a kisajátítási szükséglet emelkedett, még mindig 11 krnyi ár-növekedés jö ki.

All tehát, hogy a fölvelt kamatláb körüli változás befolyása azon telek-ár értékére, mely a vállalat természeténél fogva a telkekben megkívántató érték-emelkedést voltaképen kifejezi, még csekélyebb lenne a kisajátítási szükséglet összegében lett változásánál.

Hogy e kezdetbeni ár, a_{-5} , azután annál gyorsabban fogna emelkedni, minél nagyobb a kölcsön után fizetendő kamat, az itt a dolgon legkisebbet sem változtathat, épen úgy, mint az nem változtat semmit a kisajátítási szükséglet növekedtének befolyása iránti fejtegetésünk eredményében, hogy a kisajátítási szükséglet 10%-kal növekedvén, az alap-ár szám-értéke nem az érték-növekedés mértékeiben bekövetkezendett változást kifejező 13 krral, vagyis az előbbi szám-értékének $\frac{1}{2}$ száztólíjával, hanem körülbelül szintén 10 száztólíjával növekednék.

Igazán véve ugyanis, a különböző kamat alapján kiszámított ily ár-sorozatok növekedési szere (ratio), mondhatni, csak szemre térnek el egymástól, valósággal pedig mindannyian azon egy növekedési törvényt követnek, mindegyike a kölcsön után kötelezni kellett kamatnak, és így oly kamatnak megfelelő kamat-tőkésítési láb szerint számtítatván ki, mely mindig ugyanazon egy értéket, t. i. a *kölcsönkötéskor volt pénz-piaczbeli pénz-árt*, képviseli; a kölcsön kamatja pedig a kötéskori pénz-árfolyamhoz képest egyaránt mérsékelt fogván lenni, akármilyen legyen is számszerinti értéke; egyaránt mérsékelt, mivel a kölcsön összege tetemes, és a biztosság a lehető legtökéletesebb. — És föltéve, hogy a pénz piacz-ára későbbben alább szállna is, ez az értékesítési vállalatnak csak

hasznára válnék, mivel a pénz árának lejjebb szállása minden egyéb érték viszonylagos emelkedését, tehát a még el nem adott csatorna-birtok pénz-értékének növekedését is maga után vonná.

Az e cikkbeli nyomozások végeredménye tehát az: hogy a csatorna-vállalat üzleti sikere alapföltételeinek a 2-ik cikkben kifejtett minden kifejezése annyiban csakugyan általános érvényességre tarthat igényt; a mennyiben a belőlök vont következesek, gyakorlatilag véve, akkor is helyeseknek bizonyulnának be, ha akár a kisajátítási szükséglet, akár pedig az alapul vett kamatláb változnék.

NEGYEDIK CZIKK.

A csatorna-építési költség összegében lett változás befolyásáról az elégséges érték-növekedés mértékeire.

Az építési költség olyféle elváltozásáról, mely mellet a kisajátítandó terület ugyanaz maradna. — Annak kifejtésében, hogy a csatorna-építési költségben lett változás mily hatással lenne a társulati fekvő-birtokban megkívántató érték-emelkedés nagyságát mérő számokra, meg kell különböztetnünk azon esetet, hol a változás a költségvetés oly tételeiben esnék, melyek a kisajátítandó terület nagyságára semmi befolyással nincsenek, ama másiktól, midőn a költségvetésnek, illetőleg tervnek, oly részein is változtatnánk, melyek elváltozván, a kisajátítandónak fölvett terület is változni fogna.

Lássuk elsőben is az építési költség-összegnek a kisajátításra ki nem ható növekedése hatását a szóban forgó mértékek szám-értékére.

Mindazon mérő-számok, melyeket e szakasz második cikkében kifejtettünk, hogy a társulati fekvő-birtokban megkívántató érték-emelkedés nagyságát könnyebben fölfoghatóvá tegyük, voltaképen ugyanazon egy pénzösszegnek, t. i. a csatorna-megnyitás időpontjára vitetett összes vállalati költség

azon részének a háromféle kisajátítási pénzzükséglet egyike által elosztásából származnak, mely költségrészt az eladóvá lett fekvő-birtok érték-emelkedéséből eredendő haszonnak kell fedeznie.

Ha tehát azon kölcsönös függés törvényét kideríteni akarjuk, mely az elégséges érték-emelkedés szóban forgó mértékei és a vállalattal járó költség oly alkatrésze közt főn áll, melynek elváltozása semmi hatással nincsen a kisajátításra megkívántató összegekre : akkor leghamarább úgy fogunk czélt érni, ha kiszámítjuk, hogy a kérdésben forgó költség-cím ama mértékek kiszámításában neki tulajdonított értékhez képest $\frac{1}{100}$ -ad résznyivel változván el, mennyit változnék

az eladó fekvő-birtok érték-emelkedésétől fedezendő része a csatorna megnyitás időpontjára vitetett összes vállalati költségnek. Ez ugyanis meglevén, az eredményt még csak a szóban forgó mértékeknek egységül szolgáló három el nem változott kisajátítási összegnek mindegyikével el kellend osztanunk, hogy a kérdésben forgó költség-cím összegének $\frac{1}{100}$ -ad részével való elváltoztának az egyes mértékekben megfelelő különbséget, s ezzel a törvényt is kitudjuk, melyet e két egyaránt növekedő és fogyatkozó mennyiség változásaiban követnek.

Ezek szerint az itt kérdésben forgó költségbeni változásnak az elégséges érték-emelkedést mérő számokra való hatásának kiszámítása következőképen esik :

A csatorna-építési költség-összegnek a kisajátításra ki nem ható növekedése egyedül csak a csatorna-társaságnak készpénzben kötelezett, és az első czikk szerint hat félévi, utólagosan lejárási részletben kifizetendő összegre lenne hatással ; ugyanannyival növesztvén azt, a mennyivel maga növekedett. Ha tehát az építési költség a 3.839,190 frtba számított összegének $\frac{1}{100}$ -ad részével növekednék : akkor növekedni fogna

a csatorna-társaságot illető pénz-segély egész összege, kereksszámmal, 38400 ftal ;

egy-egy részlet , 6400 ftal;
mind a hat részletnek a társulati kölcsön fölvétele
idejére, azaz, az első építési félév végére, vitetett szám-érté-
ke pedig 35711 ftal.

Ez összesen fölül az építésközbeni ka-
matoztathatására még 5688 ftot
föl kellene venni.

A csatorna-megnyitás idejére vitetett ösz-
szes társulati költség tehát mindössze . . . 41399 ftal
szaporodnék az építési költségnek egy-egy század résznivel
szaporodása után.

Minthogy pedig ugyanannyival szaporodni fogna a tár-
sulati fekvő-birtok érték-emelkedése által fedezendő része is
a *csatorna-megnyításra vitetett* összes költségnek, következik
hogy :

A csatorna-építési költség összege $\frac{1}{100}$ -ad résznivel
növekedvén, növekedni fogna

az aa-val jegyzett mérték $\frac{41400}{7.285,967}$ -el, vagyis 0.₀₀₅₇-ed résszel;

a bb-vel " " $\frac{41400}{4,218,460}$ -al, " 6.₀₀₉₈-ed " ;

a cc-vel " " $\frac{41400}{2.126.234}$ -el, " 0.₀₁₉₅-ed " ;

az a₀-val " *alap-ár* végre . . . 0 ft 18₄ krral.

Ez adatokból már a következő kimutatás kerül ki :

K I M U T A T Á S ,

hogy a kisajátításra ki nem ható változás a csatorna-építési költségben mily hatással lenne az elégséges érték-emelkedés mértékeire.

A csatorna-építési költségnek a költség-vetés-beli összeghez képesti növekedése.	Az aa-val	A bb-vel	A cc-vel	Az a ₀ -val
	jegyzett mértéknek az építési költség növekedtének megfelelő új szám-értéke.			
0	$\frac{2}{27}$ -ed rész	$\frac{6}{7}$ -ed rész	$\frac{17}{10}$ -ed rész	25 ft 52 kr.
10 %-ék, vagyis 384,000 ft	$\frac{3.53}{..}$ "	$\frac{6.69}{..}$ "	$\frac{18.95}{..}$ "	27 ft 36 "
20 " " 760,000 ft	$\frac{5.07}{..}$ "	$\frac{7.27}{..}$ "	$\frac{20.83}{..}$ "	29 ft 20 "
30 " " 1.152,000 ft	$\frac{6.60}{..}$ "	$\frac{8.86}{..}$ "	$\frac{22.83}{..}$ "	31 ft 04 "
40 " " 1.536,000 ft	$\frac{8.14}{..}$ "	$\frac{8.75}{..}$ "	$\frac{24.78}{..}$ "	32 ft 88 "
50 " " 1.920,000 ft	$\frac{9.67}{..}$ "	$\frac{9.44}{..}$ "	$\frac{26.72}{..}$ "	34 ft 72 "

Az építési költségnek a kisajátításra is kiható változásáról. — Minthogy a szorosan vett építési költségben lett változásból csak olyan szaporodása származhat a kisajátítandó területnek, mely vagy egyedül csak az ismét eladóvá leendő terület-részre szorítkozik, vagy legalább arra is kiterjeszkedik : tehát a kisajátítandó területnek, és így a kisajátítási pénzszükségletnek is, szaporodásával járó változás az építési költség összegében két ellenkező irányban fogna hatni az elégséges érték-emelkedés mértékeire. A mennyiben ugyanis a vállalati költségösszlet növekedtével a társulati kölcsön azon része is növekedik, melyet az eladóvá lett fekvőbirtok érték-emelkedése által fedezni kell : annyiban a szóban forgó változás az ezen értékemelkedés aránylagos nagyságát kifejező mértékek számértékének *növekedésére* hatna. A mennyiben pedig az ilyféle változás nem csak a költség-

nek, hanem az ismét eladóvá leendett fekvőbirtok területének, és így értékének is, szaporodásával járna : annyiban meg e változás ama mérő számok értékének *apadására* is hatna ; a fekvőbirtokban megkívántató értékemelkedés mértéke aránylag annál kisebbé lévén, mennél nagyobb a fekvőbirtok eredeti értéke.

E két ellenkező hatás összeredményét legkönnyebben úgy számíthatni ki, ha a költségösszeg növekedtének és a kisajátítási terület szaporodásának hatásai közül mindegyiket külön számítjuk ki.

(1.) A mi a költségösszegben lett változás hatását illeti, arról már az imént láttuk, hogy az értékemelkedés által fedezendő kölcsönrészt, az elégséges érték-emelkedést mérő törtszámok számlálóját, annyiszor 41,400 fttal növeli, a hány százalékaival szaporodott az építési költség összege.

Itt tehát még csak a kisajátítandó terület szaporodtának a kérdésben forgó mértékek számértékére hatását kell kifejteni.

Tegyük föl, hogy az építési költség összegében lett változás folytán *csupán csak az ismét eladóvá leendett terület* növekedett, még pedig azon 225,000 □ ölnek $\frac{1}{100}$ -ad részével, melyekre az eladó fekvő-birtok területe számítva van ; és hogy továbbá e terület-szaporodattal is aránylag ugyanannyi házakat kellend kisajátítani, mint ama 225,000 □ ölnyi terület megszerzésére : akkor látni való, az illető kisajátítási pénzszükségletek is a fölvett volt összegök $\frac{1}{100}$ -ad részével fognának szaporodni.

Szaporodnék tehát, az ismét eladhatóvá leendett területnek $\frac{1}{100}$ -ad részével, azaz 2250 □ öllel, növekedtével :

az ismét eladóvá lenndett házak és háztelkek után járó kisajátítási összeg, valamint az egész kisajátítási szükséglet is, 42,185 fttal ;

az ismét eladóvá leendett háztelkekre magokra eső kisajátítási pénzszükséglet pedig 21,263 fttal.

És most lássuk, a kisajátításra megkivántató pénzüsszeg e növekedése mily hatással volna az elégséges érték-emelkedést mérő számokra.

A harmadik czikkbeli fejtegetések nyomán a szóban forgó mértékeket oly törtszámoknak is nézhetni, melyeknek *nevezője* a megkülönböztetett három kisajátítási pénzsükséglet egyikéből, *számlálója* pedig két részből áll, melyek közül az egyik, a külön kiadások és külön fedezési-eszközök közti különbség lévén, a kisajátítási pénzsükséglet változtatással ugyanaz marad; a másik pedig a csatornába, rakpartokba és környutakba ment házak és háztelkek kisajátítási értékének és azon pénzsükségletnek összeadásából kerül ki, mely a kisajátításra fordított pénzüsszeg *meddő* részének, azaz a csatornába stb. ment házak és háztelkek, továbbá az ismét eladóvá lett leendett háztelkek után fizetett összegeknek az építés közbeni kamatoztathatására fölveendő. — Ha tehát az építési költségben lett változás folytán egyedül csak az ismét eladóvá leendett terület növekednék: akkor a szóban forgó mértékek *számlálója* a kisajátítási költség-többlet csak azon részének az építés közbeni kamatoztathatására megkivántató összeggel fogna növekedni, mely az ismét eladóvá leendett háztelkek kisajátítására fordítandó meddő költség szaporodtának megfelel; holott *nevezője* ama mértékeknek az illető kisajátítási összeg *egész szaporodtával* fogna növekedni.

(2.) Innen következik:

a) Hogy a kisajátítandó terület ismét eladóvá leendett részének $\frac{1}{100}$ -ad részével növekedte esetében növekedni fogna:

Számlálójuk az elégséges érték-emelkedést mérő törtszámoknak a 21263 ftnak öt féléven át, kölcsönvett pénzből kamatoztathatására megkivántató összeg számértékével, azaz 3387-el.

Nevezőjük pedig:

az aa-val jegyzett mértéket illetőleg	42185-el,
a bb-vel	" " "	szintén 42185-el,
a cc-vel	" " "	pedig 21263-al.

b) Hogy az ismét eladóvá leendett terület nem egy hanem több százalékával növekedvén, ugyanannyiszor nagyobbak lesznek azon pótlékok is, melyeket az elégséges értékelkedést mérő törtszámok számlálójához és nevezőjéhez hozzá kell adni, hogy értékek a kisajátítási pénzszükségletben ily okon lett változásnak megfeleljenek.

Ez eredmény alapján már ki is számíthatnók az építési költségnek a kisajátításra is kiható változása egész hatását a szóban forgó mértékek számértékére. Minthogy azonban az ilyféle változás az építési költség összegében leginkább akkor származnék, ha a csatorna fenekét mélyebbre vennők mint tervezve van: tehát helyén lesz a kisajátítandó területbeni változás hatását a kérdésben forgó mértékekre nem csak a területszaporodattal, hanem a csatorna fenekének mélyebbitésével is közvetlen kapcsolatba hozni.

A csatornafenek $\frac{1}{2}$ lábbal mélyebbre vétele legalább is 5000 köb-ölnyi földtömeg kiásával járna. A termett föld szaporodását csak $\frac{1}{12}$ -ed résznek, a földtöltés magasságát pedig, a házaktól elfoglalt helyet is számba vévén, egyremásra 5 lábnyinak lehet venni. Egy-egy köb-öl termett föld lerakására tehát $1\frac{1}{4}$ -ed \square öl, a csatornafenek $\frac{1}{2}$ lábnyira mélyebbre ásásából kikerülő 5000 köb-öl lerakására pedig $6250\square$ ölnyi terület volna megkívántató. Innen következik, hogy a csatorna fenekének $\frac{1}{2}$ lábnyival mélyebbre vétele az ismét eladóvá leendett $225000\square$ ölnyi területet $2\frac{3}{4}\%$ -kával szaporitná

Ha már most ez eredményt a (2.)-vel jegyzettel egybe vetjük: akkor a csatornafenek mélyebbre vételének a megkívántató értékelkedést mérő számokra való hatását illetőleg azt találjuk, hogy

(3.) A csatorna-fenek mélyebbre vételének minden $\frac{1}{2}$ lábnyija után

Számlálójuk az elégséges érték-emelkedést mérő törtszámoknak $2,75$ -szor 3387 , vagyis 9314 -el;

Nevezőjük pedig:

az <i>aa</i> - mértékre nézve	$2,75$ -szor	42185 ,	vagyis	116009 -el,
a <i>bb</i>	"	"	"	ugyanannyival,
a <i>cc</i>	"	"	21263 ,	" 58473 -al

növekedni fogna.

I. És most már számítsuk ki, például az e czikkbeli eredmények felhasználására, hogy az oly változás az építési költségben, illetőleg tervben, melynél fogva a költség összege 35%-ával növekednék, a csatorna-fenek pedig $2\frac{1}{2}$ lábnyival mélyebbre vétetnék, mily hatással volna a megkívántató értéknövekedés cc-vel jegyzett mértékére, azaz azon mértékre, mely kifejezi, hogy az érték-növekedés csak a háztelkekre terjedvén ki, mennyivel kellend azok értékének a kisajátításkori értéken fölül növekedni, hogy a vállalattal járó költségnek a társulati fekvőbirtok érték-emelkedése által fedezendő része magokból a háztelkekből kikerüljön.

Ha a csatorna-építési költség 35%-ával növekednék, a csatorna-fenek pedig $2\frac{1}{2}$ lábnyival mélyebbre ásatnék: akkor

Számlálója a cc-féle mértéknek, mely a 2-dik czikk elején 3.603,106-al
kiszámítódott, növekednék:

az építési költség 35%-éknyi szaporod- tának folytán, az (1.) szerint, 35-ször 41400- al, vagyis	1.446,000-el,
a csatorna-fenek $2\frac{1}{2}$ lábnyival mé- lyebbre vételével járó kisajátítási szaporodás folytán, a (3.) szerint, 5-ször 9314-el, vagyis	46,580-al,
tenne tehát	<u>5.098,676-ot.</u>

Nevezője pedig a cc-féle mértéknek, mely az ismét ela-
dóvá leendett háztelkek kisajátításkori értéke
lévén az előtt 2.126,234-et
tett, növekednék, a (3.) szerint, 5-ször 58470-
el, vagyis 292,365-el,
tenne tehát 2.418,599-et.

Hogyha már most a cc-féle mérték ez új számlálóját új ne-
vezőjével valóban el is osztjuk, úgy fogjuk találni, hogy:

Ha a szorosán vett építési költség, a csatorna $2\frac{1}{2}$ láb-
nyival mélyebbre vétele mellett, 35%-ával növekednék: akkor

a háztelkekben megkívántató értékemelkedés nagyságát
kifejező cc-féle mérték az 1.70-ad részen
fölül, a mennyit azelőtt tett, 0.41-ad rész-
nyivel növekednék, összesen tehát 2.11-ad részét
tenné az eladó háztelkek kisajátításkori értékének;

az ugyanazon értékben emelkedést, az eladó háztelkek egy-egy négyszög-ölére viszonyítva, kifejező a_0 -féle alap-ár pedig, az eredetileg , . 25 ft 52 krra

számított értékhez képest, $\frac{41}{100}$ -adszor 9 ft

45-krral, vagyis 3 „ 97 krral

többre menne, és így összesen , 29 ft 49 krra fogna emelkedni.

És most még csak azon esetet kell kideríteni, hol az építési költségben lett változás folytán nem csak az ismét eladóvá leendett része a kisajátítandó területnek, hanem a csatornába menendő része is szaporodott.

A csatornába menendő terület-rész szaporodása egyedül csak az egészen meddő, mindössze 3.067,501 fira számított kisajátítási költséget növelné. Az ilyféle terület-szaporodásnak az elégséges értékelkedést mérő törtszámokra való hatását számba veendők tehát :

a *számlálókat*, kivétel nélkül, nem csak azon összeggel kellend pótolnunk, mely a csatornába menendő terület-szaporodásból származott *egész* kisajátítási költség-többletnek 5 felében át való kamatoztatására szükséges, hanem magával a kisajátítási költség-többséggel is, és így annyiszor vett 35561-el, a hány százalékkal a kisajátítandó területnek a csatornára magára kellő része szaporodott;

a *nevezők* közül ellenben csak az a_0 -féle mértékét, még pedig szintén annyiszor vett 30675-el meg kell toldanunk. A bb- és cc-féle mértékek nevezői ugyanis ez okon nem változnának; mivel e mértékek, valamint a kifejtett telek-árak is, a megkívántató értékelkedést nem az összes kisajátítási szükséglet részeként, hanem mint az eladóvá leendett terület kisajátítási értékének részét fejezik ki.

Lássunk erre is példát.

II. Fölteve, hogy annyit változtatnánk a csatorna-építési költségvetésen, illetőleg terven, hogy a kisajátítandónak fölvelt területnek a csatornába menendő része 10%-ával, a csatorna-ásás a fenék 4 lábnyival mélyebbre vételével fölerő

tömeggel, az összes építési költség végre 100%-ával növekedett. Kérdés, mi lenne akkor a cc-féle mértéknek, mi az a_0 -féle alap-árnak a számértéke?

Számlálóját a cc-féle mértéknek pótolnunk kellend : a csatornába menendő terület-résznek 10%-ával szaporodásánál fogva , 355,610-el,
a csatorna-ásás azaz a 4 lábnyi mélyítés-
sel járó kisajátítási szaporodás folytán . . . 74,512-el,
az építési költség 100%-ával növekedésénél fogva 4.140,000-el,
összesen tehát 4.570,122-vel,

Nevezőjét pedig egyedül csak a csatorna-fenek 4 lábnyi-
val mélyebbre vételével járó kisajátítási szaporodás folytán,
még pedig 467,784-el.

Ha már most ezen pótlékok közül az elsőt a cc-féle mérték eredeti számlálójához, a 3.603,106-hoz, a másikat a nevezőjéhez, a 2.126,234-hez, hozzáadjuk, és azután az osztást is végbeviszszük : úgy fogjuk találni, hogy a cc-féle mértéknek ez esetbeni értéke $3_{.15}$, az a_0 -val jegyzett alap-ár pedig 39 ft 22 kr fogna lenni. Mely eredményt, az a_0 -féle számjegy értelmét magyarázva, így fejezünk ki :

Ha a kisajátítandó terület meddő része 10%-ával, a csatorna-ásás a 4 lábnyi mélyítéssel fölerő tömeggel, az építési költség-összeg pedig 100%-ával szaporodnék : akkor az eladóvá lett háztelkek egy-egy négyszög-ölére eső egész pénzértéknek, a csatorna-megnyitás időpontján, 39 ft 22 kr-ra kellend mennie, hogy a társulati költségnek a szerzett fekvő-birtok érték-emelkedéséből látott haszon által fedezendő része magokból a háztelkekből kikerüljön.

Következtetés. — Valamint a harmadik czikkbeli fejtegetésekben, úgy itt is célunk annak tisztába hozása lévén, hogy az ajánlott módon létrehozott pesti Duna-csatornával járó költség egyik alkat-részének pénzértéke elváltozván attól, a mennyinek a fölveendő kölcsön összegének 10 millióban megállapításakor vétetett, mennyit változnék el a 10 milliónyi kölcsön-szükséglet alapján kiszámított értékétől az azt kifejező arányszám, hogy hány résznyivel kellend az eladóvá leendett ingatlanok pénz-értékének a kisajátításbeli értéken fölül

emelkedni, hogy megkerüljön a vállalattal járó összes költség azon része, melyet a társulati fekvő-birtoknak a csatorna ez iránybani hatásánál fogva lett érték-növekedése fogna fedezni — célja, mondom, e czikkbeli fejtegetéseknek is ennek tisztába hozása lévén : most sem állapodhatunk meg annak kifejtésénél, hogy a csatorna-építési költségen lett változás, mily hatással lenne a megkívántató érték-emelkedést a csatorna-megnyitáskor, és így akkor mérő számokra, midőn már az eladás 5 félévig elhalasztásából származott kamatok és kamatok kamatai is hozzá járultak ; hanem vissza kell mennünk az ár-foksorzatokban a₅-el jegyzett, kezdetbeni telek-árra ; mint a harmadik czikk végén körülményesen ki van mutatva.

Az a₅-el jegyzett eredeti telek-ár a 39 ft 22 krnyi a₀-féle alap-ár mellett 33 ft 83 krt, a 29 ft 49 krnyi alap-ár mellett pedig 25 ft 45 krt tenne ; ez utóbbi esetben tehát még 7 krral kevesebbre menne, mint a költségvetésombeli összeg nyomán 25 ft 52 krba megállapított a₀-féle alap-ár.

Az imént kiszámított két példa közül tehát :

Az I. alatti példabeli számítás eredménye azt tudatja velünk : hogy ha a második czikkben kifejtett minden arányszámokat nem mint eddig a csatorna-megnyitás időpontjára vitetett értékelkedés mértékeinek, hanem egyenest s közvetlenül azon hatás fokát mérő számoknak nézzük, melyet a csatornának a társulati fekvő birtok érték-emelkedésére gyakorolnia kell, hogy a vállalattal járó költségnek az innen látott haszon által fedezendő része fedezve legyen : akkor számításainkban még azon esetben sem fognánk csatlakozni, ha az építési költségösszeg 35%-ával, vagyis 1.343,720 ftal, a kisajátítási pénzzükséglet pedig, az eladóvá leendett terület 13 $\frac{3}{4}$ %-ával növekedte folytán, 580,000 ftal többre menend mint a költségvetésben számítva van.

A II. alatti példázás eredménye pedig azt mutatja, hogy, ha az építési költség 100%-kával, vagyis 3.839,190 ftal, a kisajátítási pénzzükséglet, a meddő területnek 10%-ával, az eladóvá leendőnek pedig 23%-kával emelkedése mellett, 1.137,292 ftal, a vállalati költség alap-pénzértékei tehát összesen , 4.976,482 ftal

szaporodnának : akkor az eladó háztelkek négyszög-ölének pénzértéke *csupán csak a csatorna létesülésének közvetlen hatásánál fogva*, azaz bele nem tudva a halasztott eladásból eredő szaporodást, a kisajátításkori 9 ft 45 krba számított értékén fölül 2.⁶⁸-ad résszel, azaz 24 ft 38 krral

növekedvén, és így összesen , . 33 ft 82 krra menvén, a vállalat teljes sikere már is birtosítva leszen. Holott a mindjárt elején várható telek-árt még akkor is 35 ft 80 krra menőnek találjuk ; ha a *csatornától várható* hatás kiszámításában a többször említett munkácsiában e célra fölhozott négyféle tény-csoportozat közül abból indulunk ki, mely szerint a csatorna-telkekben remélhető érték-növekedés legcsekélyebb.

Végeredménye tehát az e czikkbeli fejtegetéseknek az : hogy a második czikkbeli mérő-számok kiszámításában alapul szolgált építési költségösszegben lett változás egyrészt ugyan nem volna oly igen csekély hatással ama mérő-számok értékére mint a kisajátítási pénz-szükségletnek, nagyobb árnál fogva, vagy a kamatlábnak a 3. cikk szerint semmibe sem vehető változása ; és ennél fogva tetemest változtatván az építési költségen, ama mértékeket is, hogy rendeltetésöknek, mely a megkivántató érték-emelkedés nagyságának könnyebben fölvehetővé tételében áll, megfelelhessenek, az imént kifejtett útmutatás nyomán módosítani kellend : azonban másrészt még a 100%-ra menő növekedése is az építési költségnek nem lenne oly hatással a társulati fekvő-birtokban megkivántató értékemelkedésre, hogy az ajánlott módon létrejött pesti csatorna-vállalat pénzbeli sikerét ez okon kétségbe lehetne vonni.

NEGYEDIK RÉSZ.

A javasolt kivitel-módból származandó előnyök, ha az értékesítési üzlet lefolyása kedvezőbb leend, mint a siker alap-föltételeinek kifejtésében föl volt véve.

ELSŐ SZAKASZ.

A kisajátítási s csatorna-telek értékesítési vállalat végeredménye, ha a társulati fekvő-birtok az épen elégséges érték-növekedésnek megfelelő áron s 10 év alatt elkelne.

A társulat félévi bevételeit egyenlőknek fölvehetni.—
Miután az előre bocsátottakban a pesti csatorna létesítésére legalkalmasbnak látott kiviteli mód megmagyarázva, és azon alap-föltételek is megállapítva vannak, melyeknek beteljesedése megkívántató arra, hogy a vállalat alapítói semmi kárt ne valljanak: végre még azon előnyök sora is kifejtendő, melyeket a csatorna-terv ilyképen egybevetett kiviteli módja azon esetben nyújtana, ha az értékesítés kedvezőbb folyamatot venne, mint az, melyet eddig kizárólag szem előtt tartottunk; egyúttal megérintve azt is, mely módon fogna a csatorna-telket-kisajátító és értékesítő társulat munkássága valószínűleg befejeződni.

A következő fejtegetés azon föltevésből indul ki: hogy a társulati birtokká lett ingatlanok értékesítésében magasabb árak ugyan nem értek el, mint azok, melyek a főntebbi fejtegetések szerint épen elegendők arra, hogy a társulat minden veszteség ellen biztosítva legyen; azonban az értékesítési ügy lepergése, azaz minden társulati fekvő birtok eladása, nem, mint eddig föltéve volt, a kölesöntörlesztési egész határidőt, vagyis 33 évet, kívánta meg, hanem már a csatorna megnyitásától számított 10 év alatt megtörtént,

még pedig a háztelkeknek a 2. cikkben kifejtett I. alapfokszorzatbeli árákon elkelte mellett.

Minthogy minden fokszorzatbeli ár ugyanazon egy eredeti összeget képviseli, t. i. az alap-árt, a_0 -t, azon időpontig számított kamatai és kamatok kamatai összegével, mely időre valamelyik ár a fokszorzatban vonatkozik : ennél fogva, — mint már a 3. cikkben az I. II-vel jelzett alapfokszorzatok használási módjának megmagyarázásakor érintve volt, — a bizonyos idő alatt végbement értékesítés vég-eredményére nézve mind egy, miképen oszlott el az eladott háztelkek mennyisége az egyes fél évekre ; csak összesen épen annyi telek legyen eladva, az eladásra kerülnének megfelelő fokszorzat áron, a mennyi az egész időnek a II. alap-fokszorzat szerint megfelel. Föltevé ugyanis, hogy egyik vagy másik fél évben több telek adatik el, mint a mennyi a II. fokszorzatnál fogva elégséges a fél évi szükségletnek a bevételekből fedezésére : akkor az innen származó pénz-fölösleg a ház-hitel-intézetnél betételként elhelyezve lesz, hol is a társulati kölcsön kamatlába szerint, azaz a telekárak növekedése szerint kamatozván, azon fél évig, melyben majd a szoros mértéket meghaladott eladás eredménye a keltén alul maradt eladás által ismét kiegyenlítőddött, épen azon összegre fogna növekedni, mely származott volna, ha a soron kívül eladott telek értéke ez utóbbi fél évben, s a fél évnek megfelelő fokszorzatbeli áron, valósítva lett volna. Az ellenkező esetben pedig, azaz, ha valamelyik fél évben, nem pótolva az eddigi üzlet-eredmény által, kevesebb telek kerülne eladásra, mint a mennyit az illető alapfokszorzat kíván : akkor a bevételben mutatkozott hiány előlegképen a társulati tartaléktökéből fedezve lesz ; a melynek ily előlegek kamattal és kamatok kamatjával együtt a szerint fognának visszapótoltatni, a mint a kevesebb eladás által lett különbség a fokszorzatbeli összeg s a valósággal elkelt telek-terület közt a fél évi szükségleten túli eladások következtében enyészik.

Következik ezekből, hogy tehát a 10 év alatt végbe ment értékesítés eredményének kiszámításában teljes joggal kiindulhatni azon föltevésből, hogy a társulati fekvő birtok értékesítése a többször említett, ide szolgáló két alap fokszorzattal tökéletesen megegyező módon lepergerván, az innen

származott bevételek is a 20 félév mindegyikében azon egy összegre mentek.

A félévi bevételek összegének kiszámítása. — A jövedelem egyegy félévre eső részének összege, a kamatlábat 6%-éknak vevén, a következő tételekből áll:

- a. az eladott háztelkekből származó bevételből,
- b. az ismét eladóvá lett bérházak eladásának eredményéből,
- c. a társulati tartalék-tőke félévi kamatjaiból,
- d. a rakpart félévi béréből.

Az a-ra. Hogy a háztelkek értékesítéséből egyegy félévre eső részt megtaláljuk, a már mondottak szerint, nem szükséges egyéb, mint, hogy a tíz év alatti végeladásnak megfelelő telekrész-fokszorzat első értékét, vagyis a telek-árak félévenkénti növekedéséhez képest három-három százalékkal fogyó oly sorzatnak (series) első tagját kiszámítsuk, melynek összege egyenlő valamennyi eladó háztelkek összes térmértékével (225,000 négyszög-öllel), tagszáma pedig egyenlő azon a jelen esetben 20-ra menő félévek számával, melyek lefolytával az értékesítés, a föltevés szerint, be lesz fejezve.

Elhez képest az ide szolgáló II. alap fokszorzatnak keregett első értéke kijő: $14,683\frac{2}{10}$ öllel, mely értéket a változatlanul maradt I. alatti fokszorzat alap-árával, a_0 , vagyis 25 ft 52 krral szorozván, 374,715 ft áll elé, mint a telkekből került félévi bevételnek a félév kezdetére vonatkozó összege. Minthogy pedig a fizetési részletek csak a félév végén járnak le: tehát a föntebbi összeghez még annak 3 százalékát vagyis 11,241 frtot kell hozzá adni.

E szerint a háztelkek értékesítéséből félévenként kikerülő, s mind a 20 félévben ugyan azon értékű bevétel teend 385,956 ftot.

A b-re. A mi a fönmaradt bérházak 20 félév alatti eladásából minden egyes félévre eső

Átvitel	385,956ft.
	22*

Áttétel 385.956 ft

részletet illeti: ez, azon föltevés mellett, hogy az innen származó összes jövedelem a megmaradt házak 2.092,225 ftnyi kisajátítási értékét túl nem fogja haladni, 140,632 ftal fölrerne.

A c-re. Az 1.750,000 ftot tevő tartaléktőke kamatából a félévi jövedelem tesz : . 52,500 ftot.

A d-re. A rakpartbér félévenként tesz . 21,850 ftot.

I. összeg. A félévenkénti rendes bevétel tehát fölmegeyen mindössze 600,938 ftra.

A félévi költség kiszámítása. — A vállalattal járó minden költséget a csatorna megnyitásáig és így az értékesítés kezdeteig fedező kölcsönre megkivántató egész pénzszükséglet nagysága 10.000,000 ft.

Ezért félévenként (beszámítva a 33 évi törlesztésnek megfelelő járulékot) 3.₄₉₇₁ százalék, vagy kerek számmal 3⁵/₁₀ %-ék
fizetendő, és így a 66 félévi fizetési részletek mindegyike teszen 350,000 ftot.

A félévenkénti igazgatási költség, tekintve azt, hogy a ház-hitel-intézet a csatornatelek-értékesítési társulat minden pénzbeli ügyeit ingyen teljesíti, fölvehető 6,000 ftban.

II. összeg. A félévenkénti összes szükséglet fölmegey 356,000 ftra.

A társulat vagyon-állása a tíz év végén. — Ha a föntebb 600,938 ftra
kiszámított I. összegből, mely a 20 egyenlő félévi bevételi részletek mindegyikét képviseli, levonjuk a szintén változatlan maradó 356,000 ftnyi szükségletet (II. összeg), akkor úgy találjuk :
hogy 20 féléven át minden félév végén . . . 244,938 ftnyi
bevétel-többlet marad fön; mely többletek összege, a ház-hitel-intézet által betételként a társulat javára kezeltetvén, a kamatokkal és kamatok kamatjaival együtt a 20-dik félév végén 6.581,481 ftnyi
összegre fogna növekedni. Átvitel 6.581,481 ft.

Áttétel 6.581,481 ft.

Miután a félévi jövedelem főntebbi kiszámításánál a tartaléktőkének csupán kamatai vétettek számba: ezen tőke, az értékesítési ügy lefolyásáig még mindig érintetlenül maradván, a mint kezdetben, úgy a tíz év végén is tenne 1.750,000 ftot.

Végre a kölcsönnek visszafizetéseig, tehát a jelen esetben még 46 féléven át, az együletet illető rakpart-bér egyenértéke a 20-ik félévvel tesz 541,343 ftot.

III. összeg. Mindössze tehát a társulat a 20-ik félév végén, föltéve, hogy az értékesítési ügy az I. alap-fokszorzat árain ment végbe, tökéletesen biztosított tőkeként bír: . . . 8.872,824 ftot.

A mi a társulati kötelezettségek egyenértékét a 20-ik félév végén illeti, a 20-ik félév leteltével a társulat még kötelezve van a fölvett kölcsön tökéletes törlesztéséig 46 részletet 350,000 forintjával lefizetni. Ha már most leszámítolás által e mindig a félév végén lejáró 46 részletet mind a 20-dik félév végére vagyis a 46 még hátra levő félévek elsejének kezdetére visszaviszszük: akkor az jö ki, hogy

IV. összeg. A 10.000,000 ftnyi kölcsön tökéletes törlesztését a 20-ik félév végén biztosító pénzérték . . 8.671,408 ft.

Ha tehát ezen utóbbi összeget, t. i. a társulat összes tartozását a 10. év végén, összevetjük a társulatnak főntebb kiszámított ugyanazon időbeli követeléseivel, a . . . 8.872,824 fttal akkor ki jö, hogy:

V. összeg. A minden tartozások fedezése után a 10 év végén még fönmaradó társulati vagyon már valósult értéke annyi mint . . . 201,426 ft.

Mely többlet, illetőleg nyereség, egy részt onnét származik, hogy a szükségletet épen fedező négyszög-ölenkénti alap-ár, a_0 , valamint a többi mérőszámok is, kerek számmal van kifejezve, még pedig olykép, hogy szorosabban véve még valamivel kisebb volna a 25 f. 52 kr-nál; másrészt, és pedig főleg, ezen üzletbeli nyereség azon már érintett körülmény-

ből magyarázható, hogy az igazgatási költségre a szükséglet 66 félévre lévén számítva, az értékesítés 20 félév alatti végbe meneteléből a megrövidült ügyvitelnek megfelelő megtakarításnak, illetőleg nyereségnek kell származnia.

A társulati fekvőbirtok 10 év alatti értékesítésének eredménye, ha a kölcsönt nem 6 hanem 7 vagy 8 száztólival kellene kamatozni. — Ha a 6%-os kamatláb melletti végeredmény kiszámításában követett módon a társulati fekvő birtok 10 év alatt végbe ment értékesítésének azon esetekbeni eredményét is kiszámítjuk, midőn a kölcsön után 7 vagy 8 százalékot kellene kamatba fizetni; a kezdetbeni telek-ár, a_{-5} , ugyanazon értékű maradván mint azelőtt, azaz, a telkekben tapasztalt érték-emelkedés nem lévén nagyobb, mint arra megkívántónak láttuk, hogy a 6%-os kölcsön után járó minden költség fedezése tökéletesen biztosítva legyen: akkor azon eredményre jutunk, hogy a 20-dik félév leteltével ez esetekben is a követelések és tartozások egybevetéséből habár csekélyebb de mégis csak nyereség származnék, és pedig:

a kölcsön 7%-os kamatlába mellett	.	150,964 ftra
" " 8%-os " "	.	105,164 ftra

menő.

Ebből pedig egyenest következik, hogy a 6%-osnál magasabb kamatláb befolyása a telkekben megkívántató értéknövekedés nagyságára oly csekély, hogy az innen támadó különbséget már az értékesítés 10 év alatti bevégezéséből eredő csekély haszon nem csak kiegyenlíti, hanem fölül is haladja. *Újabb bizonyosság arra, hogy a harmadik Rész 3. Szakasza második Cikkében a siker remélhető vagy nem remélhető voltának könnyebben megítélhetésére kifejtett segéd eszközök, gyakorlatilag véve, a kötelezett kamatlábtól nem függőknek tekinthetők.*

A társulat külön ügyvitelének bevégezése módjáról. — Az értékesítési ügy gyorsabb végbe - menetele következőképpen: a társulat főntebbíjára vonatkozó azon megjegyzést csatolom; hogy miután a kikötött kölcsön visszatérítése már érvényesített pénzürtékek által tökéletesen fedezve volna, a csatorna-telket-kisajátító és értékesítő társulat célját is elértnek lehet-

ne tekinteni. Az alapítóktól összetett milliónak e társulatnak juttatott része tehát, mely itt számításba nem volt véve, kivéve a készpénzben letett 25,000 ftot, az illetőknek visszafizethetnék; a gyorsabb ügy-lefolyásnál fogva az igazgatási költségben megtakarított összeg pedig, valamint az alapítók-
nak kamatot hozó készpénzbetételei is, a ház-hitel-intézet tartalék-tőkéjéhez volna csatoltatandó; mely intézetet az ügyvitel addigi kezelésével, míg a társulati kölcsön tetteleg leróva lesz, annál inkább meg lehetne bízni, mivel a kérdéses csatorna-telket-értékesítő társulat alapítói egyúttal a ház-hitel-intézet alapítói is lévén, mint ilyenek ez utóbbinak ügykezelésére úgy is irányt adó befolyást gyakorolnának.

MÁSODIK SZAKASZ.

A javasolt kivitel mód től azon esetben várható hasznok kifejtése, ha a társulati fekvő-birtok az épen elégséges érték-növekedésnek megfelelő árakon s 10 év alatt elkelne.

Az előrebocsátottak alapján már most kifejthetni azon előnyöket, melyek az értékesítési ügynek kedvezőbb lefolyása esetében a csatorna-terv ily módon lett kivitele folytán várhatók.

Ezen közvetlenül az ajánlott kiviteli módból folyó előnyök, a fődologban, a következők:

1-ször. A budapesti pénzforgalom a 3 építési év lefolytán nem csak ama kerek számmal . . .	12.300,000 ftot
tevő összeggel szaporodnék, melyre a helybeli Duna-szabályozás és a pesti Duna-csatorna végrehajtása számítva van, hanem azon fölül még	2.800,000 fttal
összen tehát	15.000,000 ft-tal

tal növekednék.

Az 1-re. Az alapítók által készpénzben leteendő része az általok összeadandó alapító tőkének tesz . 100,000 ftot.

Az ország adománya, betudva a Duna szabályozási költséget is, tesz , 2.700,000 ftot.

A kisajátítás eszközölésére, a budapesti ház-hitel-intézet létesítésére, és a csatorna-építési részvénytársulat alakítására fölveendő kölcsön tesz 10.000,000 ftot.

A csatorna-társaság által eléteremtendő tőke annyi mint 2.300,000 ft.

Fő-összege a pesti Duna-csatorna-válalat által az építés ideje alatt forgalomba hozott pénzösszegeknek, mint föntebb: . 15.100,000 ft.

2-szor. Az építési időközben forgalomba hozott összegnek több mint fele a társulat céljaira ismételve hasznosíttatnék az által, hogy a 10 évi értékesítési időszak alatt mindössze $8\frac{1}{10}$ milliónyi összeg rendelkezhetővé lesz, és az építési szándékozó csatornatelek vevőknek, mérsékelt kamatok és átlag véve 27 év alatti részletenkénti visszafizetés mellett, kikölcsönöztetik. Mi által,— tekintve azt, hogy ezen összeg még nagyobb a háztelkek után számított egész bevételnél, — egyrészt a csatorna-mellék gyors fölépítése, másrészt pedig maga az értékesítési üzlet is hathatósan előmozdítottatnék.

A 2-ra. A mint már a ház-hitel-intézet szerkezetének magyarázásakor meg volt említve, a csatorna-telket kisajátító és értékesítő társulatnak $1\frac{3}{4}$ milliónyi készpénz-tartalékából mindjárt az értékesítés kezdetével 1.000,000 ft oly ház-hitel-intézetbeli értékpapírokra adandó kölcsönzésekre fog fordíttatni, melyeknek tulajdonosai a nyert kölcsönt csatorna-telkek megvételére vagy kiépítésére szándékoznak fordítani.

Továbbá az értékesítés gyorsabb lefolyásából származó minden bevételi többlet, mely is, a föntebbi számítások összegbeli pontja szerint, a 10 év alatt összesen . . . 6.581,481 flra

Átvitel 7.581,481 ft.

Áttétel 7.581,481 ft.

megy, hitel-intézeti jövedék-jegyekben, és pedig szinte a csatorna telkek-vevőinek javára, el fog helyezettetni.

Végre a 10-dik év lefolytával még a társulati tartalék-tőkének azon . 750,000 ftra menő része is, mely addig, mint említve volt, a ház-hitel-intézettől úgy kezeltetett mint saját tartalék-alapja, — a fentebbi V. összeg szerint 201,429 forintot tevő üzleti haszon kivételével, melylyel a ház-hitel-intézet tartaléktőkéje szaporíttatnék, — és így . . . 548,576 ft
hasonlókép ily jövedék-jegyekben fogva elhelyezettetni, összesen tehát . . . 8.130,057 ft
fogva a csatorna-telkekre, illetőleg az azokon építendő házakra adandó kölcsönzésekre fordíttatni.

Ennek ellenében a ház-telkek eladásából várt összeg (a fentebbi számításoknak az a-ra jegy alatti összege szerint) félévénként 374,715 fto, összesen tehát 20-or annyit vagyis 7.494,300 fto tesz; tehát, mint mondvá volt, még kevesebbet, még pedig több mint félmillióval kevesebbet, mint azon készpénzhitel összege, mely ezen telkek vevőinek a ház-hitel-intézetnél a bevételi fölöslegnél fogva nyitva állana.

3-szor. Ezen a csatorna-telkek vevőinek rendelkezésére álló milliókon kívül mindjárt a ház-hitel-intézet megnyitása-kor, tehát már a 3-dik építési év kezdetén, még a milliónál nagyobb összeg egyenesen a kereskedelmi világ érdekeit előmozdító módon fogva elhelyezettetni.

A 3-ra. Azon 100,000 ftnyi
összegezen kívül, mely az alapítók készpénz-bevételeiből részint a házhitelintézetnek, részint pedig a csatorna-telket-kisajátító és értékesítő társulatnak szolgáltatik át, az elsőb-
bik még 250,000 „

Átvitel 350,000 ft

Áttétel	350,000 ft.
készpénzbeli tartalék-tőkével láttatik el. Továbbá a kisajátítási társulat kész-pénz tartalékából	750,000 ft,

mint említve volt, a hitelintézetnek azon kikötéssel adatik át, fizetési utalványok mellett, hogy ezen összeget épen úgy tegye gyümölcsözővé, mint saját tartalék-tőkéjét.

Összesen véve tehát az érték-papírok leszámítolására és így a kereskedelmi érdekek közvetlenül gyámolítására Pesten ráfordított tőke a pesti csatornának ily módon létrehozása folytán mindjárt eleinte . . . 1.100,000 fital szaporodnék.

4-szer. Minthogy a budapesti ház-hitelintézet a csatorna-telket kisajátító és értékesítő társulattól időnként vett betételek után csak a társulati-kölcsönbeli, aránylag mindenesetre csekély kamatot fizet, ezen betételek összege pedig az értékesítésnek 10 év alatti lepergése esetében, mint láttuk, a $8\frac{3}{10}$ milliót meghaladja; minthogy továbbá az értékesítés 10 év alatt végre hajtván, az üzletnek e gyorsabb lepergéséből származott egész haszon, valamint az illető alapítványok készpénzbeli része is, a ház-hitel-intézet tartalék-tőkéjének szaporítására lesz fordítva: ennél fogva az intézet tartalék-alapjának készpénzbeli része, — már a csatorna-telket kisajátító és értékesítő társulattal való egybeköttetésénél fogva, — a 10 év alatt még akkor is legalább $1\frac{3}{10}$ -ed millióra fogna növekedni, ha az említett társulattól származó betételek után az elhelyeztetési járulék csak $\frac{1}{2}$ száztóliba számíttatnék.

Következik ebből, a kérdésben forgó csatorna-kiviteli módnak *4-ik előnyeként*, hogy* a csatorna-vállalattal kapcsolatba hozott budapesti ház-hitel-intézettől biztosan várhatni, hogy e hitel-intézet, — a működési területének csak a testvér város határára szorításából eredő számos és nagy előnyökhöz még a sajátul bírt tartalék-alap rendkívül nagy volta járúlván, — képes leendő, a Pest és Buda városokbeli ház-birtok javára oly bő pénzforrásokat nyitni, melyekből nem csak a csatornával határos városrész kiépítésére megkívántató összegek könny-

nyen fedezhetők, hanem valamennyi adósság, mely ezen hitelintézet alapításakor Pest és Buda házait terheli, rövid idő alatt, zálogleveles és 33 évi törlesztés melletti kölcsön útján leróható volna, és pedig oly kamatláb mellett, hogy számos esetben a kölcsönt egyszersmind törlesztő részlet-fizetések alig fognának fölélni az annakelőtte fizetett egyszerű kamatok összegével.

HARMADIK SZAKASZ.

Azon hasznok kifejtése, ha a társulati fekvő birtok magasabb áron adatnék el, 10 év alatt, mint az épen elégséges értéknövekedésnek megfelelők.

Az eddig elszámáltak volnának azon egyéb-rendű előnyök, melyek a pesti Duna-csatornának az eléadott módon létesítését azon esetben követnék, ha a társulati birtokká lett ingatlanok a csatorna megnyitása utáni 10 év alatt értékesítve lennének, a kisajátításkori becsökön fölül tapasztalt érték-növekedés azonban meg nem haladná azon mértéket, melynek előléte szükséges arra, hogy a vállalat bármely veszteség lehetősége ellen épen csak biztosítva legyen. Tegyük föl már most, hogy az értékesítés nem csak gyorsabban menend végbe, hanem hogy a csatorna és budapesti ház-hitelintézet együtt az eddig kizárólag szemrevett legkisebb mértéket meghaladó értéknövekedést is eléldézend: akkor, azt kiszámítván, úgy találjuk, hogy minden egyes forint után, melylyel a csatorna-megnyitás időpontjára vitetett négyszög-ölenkénti telekérték (a_0) magasabb leend, mint a telekérték oly emelkedésének megfelelő a_0 , mely arra megkivántatónak mutatkozott, hogy a vállalatnál járó költség épen fedezve legyen, — a vállalatbeli tiszta nyereség rá fog menni a 10 év alatt eszközölt értékesítés végén:

a társulati kölcsön után 6% járván,	406,000 ftra
" " " " 7% "	447,000 " ,
" " " " 8% "	493,000 " -

Igy tehát a kérdéses alap-ár, a_0 , 1 ft 33 krrel növekedvén, azaz, 6%-os kamatlábat föltéve, nem 25 ft 52 krnak, hanem

26 ft 85 krnak tapasztaltatván: a 10 év múlva lett nyereség 541,000 forintra, vagyis épen annyira menne, mint a rakpartbér jövedelmének a hátralevő 46 félévre vonatkozó egyenértéke (lásd a fentebbi számítások III. összegét). A miből következik, hogy:

5-ször. Ha a háztelkek 10 év alatt lett eladásánál tapasztalt telekérték-növekedés, a csatorna-megnyitás időpontjára vitetve, 26 ft 85 krnyi alap árral fölerne: akkor Pest városa már a csatorna megnyitása utáni 10-ik év végén a csatorna-rakpartok birtokába jutna. Továbbá hogy

6-szor. Ha ugyanazon föltevések mellett a tapasztalt értékelkedés 30 ft 55 krnyi alap-árnak fogna megfelelni: akkor az értékesítési ügynek a 10 évbeni befejezésekor nem csak hogy a rakpartok Pest városának átadhatók lennének, hanem még azon fölül $1\frac{1}{2}$ milliónyi tiszta haszon leend az eredmény, mely haszon épen a csatorna-vállalatnak juttatott országos pénzsegély összegével egyenlő. Végre:

7-szer. Ha az ismét eladóvá leendett háztelkek kisajátítási értékének a csatorna és ház-hitel-intézet ez iránybani hatásuk folytán való növekedése azon magasságot érné el, mely a kérdésben forgó hármastervet ismertető munkácskában várhatónak van kimutatva, és a pestbudai kereskedelmi kamara által e tárgyban adott véleményezés értelmében is remélhető, azaz, ha a társulati birtokká leendett háztelkek a csatorna-megnyitást követő 10 év alatt egy-egy négyszög-öl után 60 frtot tevő közép-áron kelnének el, vagyis 44 ft 64 kra menő alap-árnak (a_0) megfelelő árakon: akkor az értékesítési ügy befejezésekor, vagyis a 10 év végén, a tiszta haszon $7\frac{3}{4}$ millióra fogna menni. Ez esetben tehát az $1\frac{1}{2}$ milliónyi országos pénzsegély a rakpartbérnek a kölcsön tetteleges törlesztéséig húzásával fölerő tőkével együtt, már a 7-ik félév végén be lenne hozva; ez időponttól kezdve pedig egész a 10. év végéig, és így még 13 féléven át, lehetne minden félév végén 300,000 frtól, összesen tehát még $3\frac{9}{10}$ millió forintról, mint tiszta haszonról, rendelkezni. Mely összegek, látnivaló, elég nagyok lennének arra, hogy a csak ideiglenesen csatorna-telket kisajátító és értékesítő társulattá alakult alapító-egylet képesítve legyen, az alapításakor maga elébe tűzött célok közül ama távolabbik

felé is sikerrel törekedni, mely, mint mondva volt, Pest városa gyáriparának azon polczra emelésében áll, a melyet míg el nem érünk, az országnak jóllétét tartósan megalapított-nak tekinteni nem lehet.

BEREKESZTÉS.

Berekesztésül ez értekezésnek a pesti Duna-csatornának oly módon létesítéséről, hogy mind az valósúljon, a mi többször említett munkácskában e csatorna-tervvel kapcsolatba van hozva, bátorkodom még, magam véleményeként, kettőt kijelenteni. Egyik az, miszerint én úgy tartom : hogy a szerzendett csatorna-telkek értékesítése oly társulat kezeiben, mely egyrészt $5\frac{1}{2}$ évig várni képes a neki méltányos árakkal megkínáltatására, a nélkül hogy azért tartalék-tőkéje a fél milliónál alább szállna ; míg másrészt azon helyzetben volna, hogy az értékesítésnek csak némileg kedvező lefolyása mellett, az eladott telkekre, az alapított ház-hitel-intézet közvetítésével, az egész vétel-ár erejéig készpénz-kölcsönt adhat, — ily kezekben, mondom, az ismét eladhatóvá lett háztelkek csak akkor nem fognának a legutóbb szóba hozott 60 forintnál is magasabb közép-árt behozni négyszög-ölenként : ha mindjárt a társulat alakulásakor megállapíttatnék, hogy a csatorna megnyitásától számított tíz év alatt, s négyszög-ölenként 60 forintnyi közép-áron végbe menendett eladás föltevéséből származó alapfokszorzat árai olyanoknak fognak tekintetni, melyeket nem lesz szabad mesterségesen fölszöktetni.

Másik pedig, a miről való meggyőződésemet ez alkalommal kijelenteni késztetve érzem magamat, az, miszerint én előttem bizonyos, hogy a kérdésben forgó Pesti Duna-csatorna épülni fog.— Épülnie kell okvetetlenül. Mert miután bizonyos, hogy mind az, mi 1838 óta Pest városának árvízmentesítésére történt, a város helyzetét *ilyféle* árvízzel szemben csak súlyosbította, a Buda-Pesten alóli folyammedernek ama válságra okot szolgáltatott zilált állapota pedig azóta, szintén tagadhatlanul, még veszélyesebbé lőn : tehát az is bizonyos, hogy ha a sorsra bizzuk magunkat, a Duna jég-ára előbb-utóbb

ismét romba döntendi fővárosainkat. Már pedig ismételtetvén az 1838. évbeli kemény intézés, szabályoztatni fog a Duna minden bizonynyal; s akkor, ha előbb nem, épülni fog a pesti Duna-csatorna is, mint *a mely nem egyéb, mint a Dunaszabályozás szorosan logikai corollariuma.*

A kérdés tehát, látnivaló, nem a körül forog : kell-e a Dunát szabályozni, a pesti-csatornát építeni; mert ez kikerülhetetlen; hanem a körül : kitegyük-e magunkat annak, hogy az erre megkívántató egy-két milliót majd akkor kelljen kiteremtenünk, mikor az ország 50 vagy 60 millióval szegényebbé leendett; vagy beérjük Budapest romlásának jelenleg még csak elméleti valóságával.

Ha megadja-e Isten érnünk, hogy e kérdés úgy leszen eldöntve, mint azt az ország, a nemzet jövőjének érdekében meg kell kívánnunk? — meg nem mondhatom. Abban azonban aligha csalódom, hogy e kérdés javunkra eldöntése nagyrészt attól függ, hogy a Budapestet fenyegető veszedelem komoly voltáról mind azon hazafiak győződjenek meg, kik elég fogékonysággal bírván a szigorúan logikai következtetésben rejlő valóság fölismerhetésére, cselekvésre fölbuzdulni képesek a még be nem végzett tényekkel szemben is.

Az ily férfiakból álló koszorút látom pedig a magyar tudós Akadémiában. Azért is én, ki mint enlétemről, úgy meg vagyok arról is győződve, hogy pár évvel előbb, vagy pár évvel utóbb, a Duna árja ismét elpusztítandja fővárosainkat, hacsak annak idején a Dunát gyökeresen nem szabályozzuk, kötelesnek érzem magamat ünnepélyesen fölkérni e fényes testületet, vizsgálja meg a kérdésben forgó érdekek fontosságához mért komolysággal azon okoskodásokat, melyekből ama szomorú tény-állás valóságos volta következik.

Ha a magyar tudós Akadémia e kérésemre hajolni méltóztatik, akkor, áll hitem, meg lesz kímélve édes hazánk attól, hogy az 1838. évi nagy csapást még egyszer át kelljen szenvednie. És most őszintén megvallom, miszerint arra, hogy épen a pesti Duna-csatornát válasszam székfoglaló értékezősem tárgyául, ha nem is egyedüli, de döntő ok az vala, hogy legyen alkalmam ezt kérnem a tisztelt Akadémiától.

TARTALOM.

	Lap
I. A Duna-szabályozási és az ármentesítési munkálatok költség-alapjokról.	260

II. A pesti Duna-csatorna kivételére szükséges költség megszerzéséről.	261
--	-----

ELSŐ RÉSZ.

Az ifyféle vállalatok kivételében tényezőnek alkalmas erők azon csoportosulatának megállapítása, mely a pesti-csatorna vállalati természetének leginkább megfelelne. . . .	261
Az általán lehetséges kiviteli alakzatok száma.	261
A pesti-csatorna vállalati természetéből folyó kívánalmak. . . .	262
Az általán lehetségesnek mutatkozott kiviteli alakzatok egyenkénti taglalása.	267

MÁSODIK RÉSZ.

A pesti Duna-csatorna, s a vele kapcsolatos minden remények valószínűsítésére alkalmasnak látott kivitel-mód részletes előterjesztése. . .	271
A kivitelbeni tényezők.	271
Az országnak része a kivitelben.	271
A hazafiasság része a kivitelben.	273
A nyereség-vágy része a kivitelben.	276
Az ajánlott kivitel-mód taglalása a pesti csatorna vállalati természetéből kifejtett kívánalmak szempontjából.	277

HARMADIK RÉSZ.

	Lap.
Fejtegetések a javasolt kivitel-mód életre-valósága felőli ítéletben eligazodás könnyebbitésére.	279

ELSŐ SZAKASZ.

<i>A pesti Duna-csatorna-társaságnak állása.</i>	279
--	-----

MÁSODIK SZAKASZ.

<i>A Buda-pesti ház-hitel-intézetnek állása és hatása.</i>	282
--	-----

HARMADIK SZAKASZ.

<i>A kisajátító és csatorna telek-értékesítő társulatnak állása.</i>	287
--	-----

ELSŐ CZIKK.

<i>A javaslat szerinti kivitelre megkívántató költsön mennyisége.</i>	287
---	-----

MÁSODIK CZIKK.

<i>A vállalat pénzügyi sikerében érdekeltek biztossága a megkárosodhatás ellen.</i>	290
---	-----

Az ismét eladható házak és háztelkek azon érték-emelkedése, mely mellett a vállalattal járó minden költség épen fedez- ve lenne.	290
Az épen elégséges érték-emelkedés nagyságának mértékeiről általában.	292
A kisajátítani kellett minden fekvőség kisajátításkori értékétől vett mérték.	293
Az ismét eladható házak és háztelkek kisajátításkori értékétől vett mérték.	294
Az ismét eladható háztelkek kisajátításkori értékétől és a tel- kek területétől vett mértékek.	294
A társulatévá leendett fekvő-birtokban megkívántató érték- emelkedés valósulásának módjáról.	295
A ház-telkekből fedezendő része a félévi pénz-szükségletnek.	295
Az értékesítés pénzügyi eredményének megítélésében alapul szolgáló ár- és terület-fokozatok kifejtése.	296
Az alapítóknak a megkárosodhatás elleni biztossága.	300

	Lap.
<i>Az országnak utólagosan igénybe vétel elleni biztossága.</i>	301
<i>A kölcsön-levelek birtokosaínak veszteség elleni biztossága.</i>	302
<i>A csatorna-építés közbeni háztelek-eladás.</i>	302
<i>A kisajátítás alá került házak és háztelkek megválthatása.</i> . . .	303
<i>A fő eredmények egybeállítása.</i>	304

HARMADIK CZIKK.

<i>Az elégséges érték-emelkedés mértékeinek kiszámításában fölvetett kisajátítási szükséglet vagy kamatláb változásának befolyásáról ama mértékek számértékére.</i> . . .	306
---	-----

Első Cím.

<i>A kisajátítási szükségletbeni változás befolyásáról.</i>	306
<i>Az elégséges érték-növekedést mérő számok elemzése, s azon szabály kifejtése, mely szerint a kisajátítási szükségletbeni változás befolyását ama mértékek számértékére közvetlenül kiszámíthatni.</i>	306
<i>A kisajátítási pénz-szükségletbeni változás ama mértékekre való hatásának számokban meghatározása.</i>	309
<i>Következtetés az elégséges érték-növekedés elsőben kifejtett mértékeinek gyakorlatilag biztos voltukra.</i>	312

Második Cím.

<i>A fölvetett volt kamatláb változásának befolyása az elégséges érték-növekedés mértékeinek számértékére.</i>	312
<i>A kamatláb növekedtéből a mértékekben származó változásnak közvetlenül kiszámítására szolgáló szabály kifejtése.</i> . .	312
<i>Az ama mértékekben azon esetben származandó változás kiszámítása, ha a kamatláb nem 6 százalékot, hanem 7 vagy 8%-ot tenne.</i>	314
<i>Következtetés az elégséges érték-növekedés elsőben kifejtett mértékeinek gyakorlatilag megbízható voltukra.</i>	317

NEGYEDIK CZIKK.

<i>A csatorna-építési költség-összegben lett változás befolyásáról az elégséges érték-növekedés mértékeire.</i>	323
<i>Az építési költség olyféle elváltozásáról, mely mellett a kisajátítandó terület ugyanaz maradna</i>	323

	Lap.
Az építési költségnek a kisajútításra is kiható változásáról . .	326
Következtetés a vállalat pénzügyi sikerének kétségtelen voltára	332

NEGYEDIK RÉSZ.

A javasolt kivitel-módból származandó előnyök, ha az értékesítési üzlet lefolyása kedvezőbb leend, mint a siker alap-főltételeinek kifejtésében föl volt véve. . . .	335
--	-----

ELSŐ SZAKASZ.

<i>A kisajútítási és csatorna-telek-értékesítési vállalat végeredménye, ha a társulati fekvő-birtok, az épen elégséges érték- növekedésnek megfelelő árákon, s 10 év alatt elkelne. . .</i>	335
A társulat félévi bevételeit egyenlőknek fölvehetni.	335
A félévi bevételek összegének kiszámítása.	337
A félévi költség kiszámítása.	338
A társulat vagyon-állása a tíz év végén.	338
A társulati fekvő-birtok 10 év alatti értékesítésének eredmé- nye, ha a kölcsönt nem 6 hanem 7 vagy 8 száztólival kel- lene kamatozni.	340
A társulat külön ügyvitelének bevezetése módjáról.	340

MÁSODIK SZAKASZ.

<i>A javasolt kivitel-módból azon esetben várható hasznok kifejtése, ha a társulati fekvő-birtok az épen elégséges érték-növekedésnek megfelelő árákon s 10 év alatt elkelne. . .</i>	341
---	-----

HARMADIK SZAKASZ.

<i>Azon hasznok kifejtése, ha a társulati fekvő-birtok magasabb árákon adatnék el, 10 év alatt, mint az épen elégséges értéknövekedésnek megfelelők. . . .</i>	345
--	-----

BEREKESZTÉS.	317
-----------------------------	------------

A D A T O K

A TERMÉSZET ORVOSI CZÉLSZERÜSÉGÉHEZ,

VAGYIS

MINDEN VIDÉK MEGTERMI AZ OTTHONOS

BETEGSÉGEK GYÓGYSZERÉT.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉS

Dr. POOR IMRE LEV. TAGTÓL.

(Olv. 1864. július 4-én.)

Non isthic agitur de mercibus, quae congeruntur
ex India, Arabia, et orbe terrarum universo. Haud de-
lector remediis adeo remote procreatis: illa non sunt
producta nobis aridentia.

Plinius libro II.

Midőn értekezmenyem homlokára a „czélszerűség“ czímét
tűzöm, nem a középkor czéltaninak (teleologicus) nevezett
azon önhitt föltevéséből indulok ki, mintha a világ végeczélja az
ember, az egész természet pedig csupa eszköz volna az ember-
ség czéljainak elérésére. Ellenkezőleg, hiszem és vallom, hogy
minden, mi a természetben létezik, önmagában is nemcsak je-
lentőséggel bír, hanem hogy a létezőkben szűkségkép *belső*
törvényszerűség uralkodik, melynek alapját az okság és czél-
szerűség veti meg.

Az egész természet a szerves és szervetlen lények
szervezett egyeteme, mely nagy-világ gyanánt milliónyi kis
világot foglal magában. E szervezett kis világok egyiké-
ben, a földön, lakunk mi.

A világ szervezetét mutatja leginkább az, hogy benne az egész és a részek akként függnék egymással össze, hogy mindegyik rész nem csak a többi végett, hanem azoknak eszközlése által is létezik, azaz mindegyik cél és eszköz, — ok és okozat egyszersmind. Tekintsük földünket, a roppant világ-egyetem e kis részét, egész gyanánt. Ennek részei a szervetlen testek, növények és állatok. A szervetlenek majd különböző halmazállapotaikban, majd vegyelemeikre bomolva s ezerféle vegyületekké egyesülve, részint egymásnak adnak létet (okási viszony), részint a szerves egyedek főtartására szolgálnak (célyszerűségi viszony). Így a nap, levegő, víz s a szilárd föld-elemek anyagul szolgálnak a növények és állatok főtartására. A bomlatag szervi testek hulladéakai a szervetlen földrészeket termő televénynyé alkotják, az eső a televényt termékenyíti, a föld a nap által sugárzott sugarai alatt növényt és gyümölcsöt terem, állatokat táplál, melyek az embernek eledelül szolgálnak. A levegő jótékony eszközlője a növényi tenyészésnek, az állati légzésnek, a földi párák, felhők, eső és szelek alakításának. „Tegyük föl, úgymond *Purgstaller* tudósunk, hogy a földön élő lények hiányoznának, mivégre sütné a nap, szakadna az eső, érnék a gyümölcs, ha nincs, a ki hasznát vegye?“ Földünk e szerint korán sem csupa meddő erőmű (gép), — hanem való szervezet (organismus), mely anyagra, vegyelemeinek mennyiség- és minőségére, törvényszerűség- és célyszerűségére nézve állandó, de egyedeire és állapotjaira nézve az alakulás és bomlás (eredet és enyészet) folyamata alatt folyton változik. E szerint a nemszervi és szervi testek, ezeknek nevei és egyedei mindannyian, — s így okvetlen az *ember* is, nemcsak eredménye (okozata), hanem aránylag oka és eszköze egyszersmind a föld s a világegyetem szerves életének.

A szerves lényeknek nemcsak külső célyszerűségök (azaz cél- és eszközi viszonyuk), hanem egyszersmind belső célyszerűségök (azaz oki és okozati viszonyuk) van. Belső célyszerűségöknél fogva egyediségöket a táplálkozás, — nemöket pedig az ivarélet által tartják fön. E szerint a szerves lény (növény vagy állat) csakis úgy felelhet meg földi rendeltetésének, ha egyedi tökélyének ama fokát éri el, melyben nemcsak önmagát táplálni, hanem ivarzás által egyszersmind

nemét szaporítani képes. Kérdés, él-e minden szerves test egyedi tökélyének eme kijelölt képességi fokáig?

A *növényekről* tudjuk, hogy nemkedvező időjárás mellett a rozs és tengeri megüszögösödik (rozs-üszög, Mutterkorn, *Secale cornutum*), a burgonya megrohad (*fusisporium* v. *protomyces solani*), a szőlő megpenészedik (*botrytis vulgaris*), sat. Az oktan *állatokat*, kivált a kérődzőket, lépfene, tüdővész sat. gyötri; a selyembogarak penészen (botrytis bassiana, muscardine), döglének el. Az *emberek* közt a sziket (influenza), váltóláz, vérhas, hányszékelés, süly, himlő, kanyaró, hagymáz sat. uralkodik. E betegségek néha oly erővel lépnek föl, hogy az általok megtámadott egyedek nagy száma elébb elhal, semhogy azok egyedi, még kevésbé nemi rendeltetősöknek vagy czélszerűségöknek megfelelhettek volna. E kora elhalásból első tekintetre az látszik, mintha a természet a mit egyik kézzel adott, azt elvenné a másikkal. Korántsem, hanem, ha a természet működésébe mélyebben bepillantunk, arról győződünk meg, hogy a hol a természet előttünk még elrejtett okokból a szerves lényeken sebet ejt, annak meggyógyítására módot és szert nyújt egyszersmind.

E helyütt sem tér, sem idő nincs arra, hogy a gondos természetnek orvosi czélszerűségét a természet növényi és állati egész országain át fejtegessem; s mivel mint orvos megfigyeléseimet leginkább az embergyógyítás terén tettem, a *természet orvosi czélszerűségét* csupán az *em berre nézve* akarom tárgyalni.

Az ember háromféle módon jut életrovidítő betegségekhez :

a) *örökli*, azaz születésekor magával hozza szüleinek alkati betegségeit, például a görvélyt, lázvegyet, köszvényt, gümös alkatot, bujakórt sat;

b) maga *szerzi* a betegségek sokféle fajtáit saját vétkei, ú. m. erőltetett testi és szellemi munkássága, túlzott élvezetei, fölzaklatott indulatai, fölcsigázott szenvedélyei, nemóvatos életmódja által;

c) saját és szüleinél hibája nélkül földünk, éghajlatunk időjárási és táji szabályellenes, azaz nemkedvező viszonyai-

ból fejlődő *járványi és tájhoni* betegségeknek vagyunk alávetve.

Egészségi tekintetben az oktalan állat szerencsésebb mint az ember. Ugyanis, a barom mozgásait az érzéki érzet és ösztön belső kénytelenségével intézi, testi életszükségei kielégítésében nem csapong a túlzott testi élvezek után; öröklött bajai alig vannak, szellemi céljai és szenvedélyei nincsenek: azért egészségesb, s ha baja van, az csak kivételesen támad egyéb — mint járványi és tájkóri befolyásokból. Az ember pedig, midőn külső cselekvéseit szándékosan, azaz öntüzte céljai szerint s önellátározólag intézi el, a tenyészélet kárára abban hibázik, hogy, míg jobbjaink szellemi nemeseb célok felé túlbuzogva törekszenek, addig a kéjelgők szenvedélylyel hajhászszak a testi élvezeteket, túlhajtván a tenyészéletnek ösztönsugalta mérsékszabályain. E miatt az ember sokkal gyakrabban és többféle betegségnek van alávetve, mint a barom, mely életszükségeinek kielégítésében a természetet hivebben követi mint mi.

Minden betegséget addig lehet gyógyítani, míg az szervi elfajulatokat (*degeneratio organica*) nem okozott. A szerzett betegségek a szervi elfajulás ideje előtt a kártékony oknak eltávolítása s a szervezetnek önmagában létező gyógyereje által gyógyúlhatnak meg. *A járványi és tájhoni betegségek gyógyszereiről czélszerűleg gondoskodott a természet* sokszor még azon esetben is, ha a járványi és tájhoni befolyást egy-szersmind a kór-öröklés előzte meg.

A természetben nincs semmi fölös: minden növénynek megvan saját haszna és rendeltetése, s hogy mi ezt legtöbb növénynél még nem ismerjük, az fürkészeteink elégtelenségére és tudományunk szűk korlátaira mutat. Habár még a természet titkait ki nem fürkészttük, de az is, mit tudásunk mécsvilágánál láthatunk, igazolja amaz állításomat, hogy *a hol járványi és tájhonos betegségek uralkodnak, ugyanott ugyanazon betegségek ellen gyógyfűveket is terem az anyaföld ember és barom számára.*

Ezen állítás bebizonyítására szükséges volna kimutatnom egyrészt, miféle betegségek uralkodnak járványosan és tájhonilag földünk minden éghajlata alatt, minden vidékén és

minden országban, — másrészt minő hatásu gyógynövényeket terem ugyanazon éghajlat, vidék és ország. E roppant földadat mellett eltörpül egyéni képességem : azért az egyetemestről a részletesre szállok alá, s a földterületre nézve *házamat* választom ; a járványos és itthonos betegségek közül pedig a hazaszerte leginkább elterjedt *lázvegyet* (pyrokrasis), mit az orvosi világ a szűkebb körű „*posláz*“, „*malaria*“ néven ismer, választom értekezésem tárgyául, s meg akarom fejteni

I. Mennyire van e lázvegy, földünkön, Magyarhonban és különösen egyéni szervezetünkben elterjedve ;

II. Miféle gyógynövényeket terem Magyarhon földje, melyekkel e lázvegy ellen sikerrel küzdhetünk?

I.

A lázvegy elnevezés alatt azon alkati ragálytalan, és örökletes betegséget értem, mely idült lefolyásában kivált a nyirkmirigyekben, nyák- és savóhártyákon, köztakarón, továbbá az idegrendszerben fészkelvén meg magát, a láz, hurut, csúsz, lob, vagy zsába, görcs, sőt guta vagy hűdés időszakai roamaiban jelenkezik.

A lázvegy, mint alkati betegség, az emberi test egész valóját (alkatát), azaz, nedveit, minden szövetét, sőt minden sejtjét, annyira körébe vonja, hogy a lázvegyes szüle ivarnemzés közben a magzatélet első sejtjével magát a lázvegyet is átülteti gyermekére : e szerint a lázvegyet öröklés útján és lázvegyes szüléinktől kaphatjuk. A lázvegy támadásának másik, a járványi és tájhoni befolyás által föltételezett gerjesztő oka pedig, a melegebb időjárás és nedvesebb földtalaj által *gyorsított növényekrhadás*, mely bomlatag termékeivel, talán növénycsirnyéivel (spori), erjesztőleg hat be szervezetünkbe.

Székhelye a lázvegynek az emberi szervezetben

a) a test *nyirk-* és *vérmirigyei*, mint a lép, máj, nyirkedények, fodormirigyek ; ezek torlódása, pangása, lobja, beszűrődése, túlfejlettsége, sorvadása- és elfajulása ;

b) a *nyák- és savóhártya*, légzési, emésztési és húgy-ivarszervi elágazásában : az orr, gége, légcső, hörgők, tüdők, — a száj, torok, garat, bárzsing, gyomor, vékony- és vastagbelek, — a húgycső, húgyhólyag, hüvely és méh ; e szervekben a lázve-

gyi bántalom mint hurut vagy takár, lob, vérzés, fekélyedés sat. jelenkezik a nyákhártya bántalmazott részében; leggyakoribb kóralakok a bélhurut, a béllob, vérhas, hányszékelés sat.

c) a *savó- és rosthártyák* meg *izmok*; az agy burkai, mellhártya, hashártya, az ízületek, vér- és nyirkedények savós és rostos hártyái, a test szálagai, az izmok egyenkint vagy csoportos összefüggésben; e szervekben a lázvegyi bántalom mint heveny vagy idült csúz, lob, köszvény, vízgyülem, érlob, értömülés, atheroma sat. mutatkozik;

d) a *köztakaró*; ugyanis a lázvegy a bőrön a bőrbetegségek minden alakjában (folt, bibircs, pikkely, hólyagcsa, genyitűsző sat.) előfordúl; e szerint találkozunk lázvegyi fölpir (erythema), csaláng (urticaria), fakadék (impetigo) sat. kütegekkel; sok esetben az orbáncz (erysipelas), tüsszeg (akne), kelevény (furunculus), pokolvar (anthrax), s a sömörféle idült bőrbántalmak mindannyian a lázvegy helybeli nyilatkozatai a bőrön;

e) az *idegrendszer*; leggyakrabban a tenyészideg izgatottsága eleinte csupán a *váltólázat* hozza létre, és ennek féleségeit; ide járúlnak az agy és gerinczagy torlódási, pangási, lobos, érrekedési, vérzési, hűdési sat. bántalmai; a körünyi idegekben a zsábák (fog, fej-, arc-, bél-, és ülzsába), továbbá a görcsök, végre a hűdések egyes idegekben avagy egész idegcsoportokban; végre

f) az *érzékszervek*, melyekben a lázvegy vérkerengési, táplálási, vagy ideges bántalmak tünetei által jelenkezik; ilyenek az izzagos vagy a rögczés kötlob, szürkehályog, izzagos füllob sat.

Ha a lázvegy azon fokra emelkedik, hogy a szervezetet sorvasztani kezdi, szervi elfajulatokat s a vér vízvegyét okozza: *láz-senyv* (pyrokachexia) a neve. A lázvegy és a lázsenyv között e szerint csupán foki különbség van.

A lázvegy elterjedése.

Valamennyi járványos betegség közt (sziket, sárgaláz, hányszékelés, hagymáz, mirigyvész, himlő, vörheny, kanyaró

sat.) egyik sem bír akkora tájhoni kiterjedéssel, — sem oly járványi gyakorisággal, mint a lázvegy.

Földünk egyenlítőjének mind a két oldalán széles öv gyanánt terül el a lázvegy a föld felszínén. A földgömb északi felén e betegség az egyenlő-vonal (Isotherm-Linie) $+3^{\circ}$ R. fokánál kezdődik, mely vonal Európában és Amérikában túlmegy az északi szélesség 60. fokán, s a földgömb déli felén az egyenlő-vonal $+16^{\circ}$ R. fokánál végződik, mely vonal körülbelül a déli szélesség 40. fokának felel meg. (Müh-ry : Klimatologische Untersuchungen. Leipzig, 1858. p. 184.)

A lázvegy betegedési száma, lefolyási hevessege és jóslati veszélyessége legmagasb a *forró éghajlat* alatt, hol mint *forró-övi láz* (Klima-Fieber), vagy *veszélyes alábbhagyó láz* (perniciöse remittirende Fieber), s tán mint hányszékelés, vérhas, sárgaláz sat. ismeretes. A *mérsékelt övek* alatt a lázvegy szelidebb alakot ölt, majd *alábbhagyó*, majd *félbenhagyó láz* (Malaria-Fieber, Herbst-Fieber, Sumpf-Fieber), vagy egyéb helyi betegségek alakjában lép föl. A *hideg öv* alatt az egyenlő-vonalokon innen csak enyhébb félbenhagyó lázak fordulnak elő.

A lázvegy alakjainak szaporasága és súlyossága bizonyos vidéken annál tetemesb, minél alantibb fekvésű azon vidék a tengerszínhez képest, minél nedvesebb annak talaja, minél nyugodtabb s forróbb levegője. Európában Olaszhon után *Magyarhon* azon földterület, mely a lázvegy csapásai alatt legtöbbet áll ki. Sajnosan érezzük mi ezt, ez lévén népszaporodásunknak egyik legnagyobb akadály. Tudják ezt német szomszédaink is, kiknek elég gyarmataik veszték ki a Tisza mentében.

A Kárpátok déli lejtőjén a lázvegynak csak egyes esetei fordulnak elő, de alább, Magyarország síkján akadunk Európa legnagyobb és leghírhedtebb lázgerjes vidékére, mely Magyarország nagyobb részét a Temesi bántággal, Szörény-nyel, Slavonia síkjával együtt magában foglalja, s egész Horvátorszáig terjed. E területnek egyik része folytatása az alsó ausztriai síknak, mely a Duna mindkét partján Pozsony, Nyitra, Mosony, Győr és Komáron vármegyéken át Esztergomig nyúlik, és *kisebb magyar sík* nevezet alatt ismeretes;

ez teljesen lapályos, egyrészt a Duna színe alatt fekvő, tavakkal és nagy mocsárokkal borított földterület, melynek déli határát a Bakony-erdő képezi, ezentúl pedig a Balaton hosszában ennek mocsáros partjain, nedves völgyein, és az áradzó Sió és Sárvízen át Tolna és Baranya megyéken át folytatódik. Másik része e lázgerjes területnek képezi a *nagyobb magyar síkot*, melynek keleti határát Erdély hegyci, az északit pedig a Kárpátok, a nyugotit a Duna teszi, mely a Tisza, Maros, Körös sat. mellékfolyókkal együtt e területet gyakran elárasztja, mocsárokkal fűdi, s igen veszélyes tájhoni lázvegye által *dáciai láz* neve alatt rég óta félelmes. Ugyanezen viszonyokat találjuk Szörényben, Tótországbán, s a Mura, Száva és Dráva mentében Horvátországban, sőt Istriában és Dalmátországban, hol nagyterjedésű ingoványok, elárasztott völgyek, vizenyős erdőségek, iszap-tele tengeröblök sat. e vidéket oly lázgerjessé teszik, hogy különösen Istria nagy része gyakran mintegy kórházakká látszik átváltozni, s az összes halálozásnak közel egyharmadát a tájhoni láz maga vagy ennek utóbajai idézik elő. (Fuker : De salubritate et morbis Hungar. Lps. 1777. p. 68. — Bartsch und Entz : Zeitschrift f. Natur- und Heilkunde in Ungarn III., Nro 5. 30. — Lincz és Müller : Oest. mediz. Jahrbücher, 1843. p. 343; 1846. p. 354. — Hirsch : Handb. d. historisch-geogr. Pathologie, Leipzig 1866. p. 20.)

A pusztítás, mit a hazánk nagyobb részében elterjedt lázvegy az élők sorain évenként ejt, rémületes; nincs betegség, mely több áldozatot ragadna magával, mint a lázvegy; mert nemcsak saját tömérdék alakjával pusztítja sorainkat, hanem egyéb betegségekkel szövődven, ezeknek halálos dőfést ad. A sülyt, bujavegyet, s egyéb kórokat, melyeket a beteg télen-nyáron kiállott, a heveny kütegeket ősszel és tavasszal a lázvegy siettet a gyászos kimenetelhez; maga a görvély, gümösödés, meg a rák, a lázvegy alapján (valószínűleg egyéb tényezők közbejöttével) látszanak fejlődni. Találkozunk a lázvegygyel minden korban, mind a két ivarban, a polgári társadalom minden rétegében; sőt sajnosan tapasztaljuk, hogy hazánk síkjain, völgyeiben és folyampartjain alig

lakozik család, mely legalább egyetlen lázvegy-beteget állandóan ne mutathatna körében.

A földnek ezen nagy ostroma ellen fölvértezett minket a gondviselés azon sajátságos képességgel, melyet *természeti gyógygyerőnek* nevezünk. Ez életveszélyeink közepette válságos ellenhatást ébreszt a szervezetben, mely sok esetben megmenti a mértékletest a fenyegető haláltól, s a válságos kiürülések után az ember phoenixként éled új életre. Hol pedig a mentő válságot a természeti gyógygyerő elő nem idézi, hol tehát a lázvegyes egyénnek kór-rohamai alatt össze kellene roskadnia: ott a természet gyógyfüveit nyújtja a betegnek élete megmentésére. Ezekről értekezésem második részében szólok.

II.

Messze ment *Fernel* francia fűvész, állítván, hogy „a belföldi azaz otthoni növényeknek bizonyos rokonságuk van az ottlakó néppel“; de helyeslem *Linné* állítását, miszerint „a növénycsaládok egyedei közös megegyező anyagot foglalnak magukban“; e bennök foglalt jellegző anyag oka például, hogy az ajkas (labiata) és szigorállféle (veronica) növényeket a szarvasmarha, — a kereszteseket (cruciata) a ló, — a csucsféléket (solanacea) a marha, juh és disznó meg nem eszi: míg ugyanazok a szénaféléket (graminea), hüvelyeseket (leguminacea) s az összetett virágu növényeket mohón kapják. *Decandolle* mondja, hogy a kőrisbogár, mikor nagy falkákban jő elő, legelőbb a kőrisfa lombjait legeli le, azután az ugyanazon családbeli orgona- (syringa), fagyal- (ligustrum), sőt a déli tartományokban az olajfa (olea europaea) leveleit falja föl.

A növény-családok, és ezek sajátságos anyagának kifejlődésére ugyanazon tényezők, t. i. a *nedvesség* és *hőség* mennyiségi fokai folynak be, melyek az emberek tájhoni és járványi betegségeit föltételezik egyszersmind. A *nedvesség* tekintetében van az édes és sós víznek, a mocsárnak, rétnak, erdőnek, hegynek és havasnak saját flórája. A mi a *hőséget* illeti, e tekintetben leginkább az éghajlati viszonyok (azaz, az illető tájnak földrajzi hossza, szélessége s a tengerszín fölötti magassága) határoznak. Valamint némely betegségek, úgy némely növények is csak bizonyos *évi hasonlő* (isother-

me) mellett, — mások bizonyos *nyári hasonhő* (isothere) vagy *téli hasonhideg* (isochimene) határozott fokterje (amplitude) alatt létezhetnek. Azért valamint más kóralakjai, úgy más flórája is van a *forró éghajlatnak* (az egyenlítőtől a $23\frac{1}{2}$ sz. fokig), melyet a pálma, banán, kaktus, mimosa és a cinchonafélék jellegzenek, s hol télen-nyáron $+20...30$ R. foknyi hőség van; — más flórája van a *mérsékelt éghajlatnak* ($23\frac{1}{2}$ — 66 sz. fok közt), melyet a rétek, lombos erdők, az ernyős (umbellifera), keresztes és barkás (amentacea) növények jellegzenek; — végre más flórája van a *hideg éghajlatnak* (66 — 72 sat. fokig), melyet a tülevelűek, fűz (salix), nyír (betulus), zuzmók (lichen) és mohok (musci) jellegzenek. A tájak különböző magassága a tengerszin fölött hasonló éghajlati változatokat, s így különböző növényzetet is mutat, szintúgy mintha az egyenlítőtől a sark felé haladnánk; azért ha valaki magas hegyre, például a Chimborassóra megy, aránylag rövid idő alatt és kis téren tapasztalja az alászálló hőmérséknek minden fokát, s egyúttal a flórának éghajlatok szerinti változatait.

Nemcsak a növények családai változnak a föld nedveségének és hőségének éghajlattól függő változataival, hanem változik maga a növényfaj, ugyanazon éghajlat különböző viszonyai közben is. Így tudjuk, hogy ugyanazon éghajlati növényfaj, mely a hegyen tüskés, tömött, érdes, rövidlevelű és zamatos (aromaticus) volt, völgyben, még inkább mocsáros helyen nedvdús, pelyhes, nagylevelű s zamatszegénynyé, e szerint erőtlenebbé válik. Az ernyős növények közül sokan árnyékos és vizenyős helyeken *mérgesek*, míg ugyanazok verőfényes, száraz helyeken mindig enyhék, fűszeresek, s legfőlebb izgatók. Ezekből kitetszik, hogy a növények családai, nemei, fajai, sőt a fajok alakjai, az éghajlat hőmérséke és nedvessége szerint szintúgy változnak, mint a betegségek, s mint változik ez esetben maga a *lázvegy*; — mi több, a természet az uralkodó betegségek jellegéhez képest új növénycsaládokat is terem, példa erre *Peru*, mely a cinchonafélék családját az ipecacuanha-, kína- és kávéfában termi meg. Ugyanazon éghajlati viszonyok, melyek másutt nem létező betegségeket hoznak létre, és a másutt létezőket módosítják, ugyanazon

ég-hajlati viszonyok szintén másutt nem létező gyógynövényeket hoznak létre, és a másutt létező gyógynövényeket szintén módosítják. Ebből következik, hogy minden azon egy hajlatu földterületnek (természeti határok szerint elkülönített birodalomnak, országnak, vidéknek), melyen a lázvegy saját szerű alakjaiban otthonosan uralkodik, van saját lázelleni gyógyszerere egyszersmind. Mielőtt hazánk lázgerjes földének lázelleni szereit elősorolnám, egy pillantást teszek a tőlünk meszszebb fekvő lázgerjes földterületekre.

Peru országot, Dél-Amérika e lázgerjes területét, megáldotta a gondviselés a cinchonaféle növénycsaláddal, mely a világhírű lázelleni növényalt, a *kínalt*, és hű kísérőjét a *cinchonalt* adja. Abban, hogy épen Peru Andesein (és nem másutt) terem a cinchonafa, a bölcsen rendezett természeti czélszerűséget látjuk. Amerika, magasb hegyvidékeit kivévén, az éjszakai szélesség 44. fokától a déli sz. 40. fokáig mindenütt nem csak kiválólag lázgerjes, hanem a hamar ölü *sárgaláznak* (Gelbfieber) hazája egyszersmind. Peru síkjáról írja *Tschudi*: „Man kann annehmen, das mehr als die Hälfte der Bevölkerung der ganzen peruanischen Küste an Wechselfieber erkrankt, in vielen Gegenden sogar drei Viertel, — und dass mehr als ein Drittel der Erkrankten an der Intermittens selbst oder an ihren Folgen stirbt.“ (Oestr. mediz. Wochenschr. 1846). Megegyez ezzel *Mühry* tr-nak tudósítása, ki Lima Peru fővárosa évi közép halálozását 1 : 17-hez viszonynyal fejezi ki, azaz Limában évenként minden 17-dik ember elhal. Magyarországon évenként minden 30-dik, — Londonban csak minden 38-dik ember hal el. (*Mühry* : Klimatologische Untersuch. 1858. Leipzig u. Heidelberg. p. 291.). — A sárgaláz utóljára 1852—1855-ig dühöngött Peruban (*Hirsch* p. 74.). A húzamos lázak alatt az egész tengerpart mentében mindenütt zsigerdugulásokkal és a vízkórnak sokféle alakjaival találkozunk; némelykor folytonos lobláz társul a tájhoni betegséghez, például májlob, bélhurut, székrekedés sat. máskor heves agyi tünetek, tévengés, mámor, kábulás, fejszögzés sat. kíséretében jelenkezik. (*Mühry* p. 291.). — A lázgerjes és sárgaláz Peruban nemcsak cinchona, hanem egy másik, láz- és lobelleni növény terem, a *veratrum sabadilla*.

Brasiliában terem a láz elleni *monesia* ; *inga adstringens*, mit a Portugallok maig kinal helyett láz ellen használnak ; és a *paullinia sorbilis*, mely a lázoszatló paulliniát vagyis guaranát adja.

Columbia megtermi a *galipea officinalist*, mely a váltóláz elleni angustura-kérget adja.

Az *antillai* szigeteken, nevezetesen *Martinique*-szigeten, terem a *bytter a febrifuga*.

Áfrikában, különösen *Senegalban*, terem a *khaja senegalensis*, melyet Gambia négerei láz ellen használnak „juribali“ név alatt (*Pharmacie française*, pag. 80.); továbbá ugyanott terem az *adansonia digitata* (baobab), melylyel Adanson franczia orvos Senegalban öt évi ott tartózkodása alatt a lázakat és a hasmenést legjobb sikerrel gyógyította (Hagen : *Arzneistoffe*. Leipzig 1861. p. 160.)

Keletindiában szintén megterem a *khaja senegalensis*, melyet az indusoknál *Swietenia febrifuga*-nak neveztek el.

A *China-bírodalomban* láz ellen használják a *ginseng*-gyökeret, *sinum ninsi* növényt és fekete borsot.

A nagy *oroszbírodalomban* használják láz ellen a benntermő *hieracium pilosella* virágát, *xanthium spinosum*-ot, és *ballota lanata*-t ; és így tovább, hol lázvegy van, ugyanott többnyire szert is találtak már ellene. *)

Most térjünk át Magyarország lázelleni gyógyszereire.

Mivel hazám lázellenes növényeinek csupán minőségi, — de nem egyszersmind mennyiségi hatályáról van tudomásom: azért e növényeket nem gyógyhatásuk fokozata szerint osztályozva, hanem *Decandolle* természeti rendszere rendében fogom megemlíteni.

1.) *Szarvas kerep* (*lotus corniculatus*), kétszikű hüvelyes növény a pillangósok családjából. Levelei hármasok, virága sárga, réteinket és legelőinket díszíti. Németországban mint

*) *Mühry* A. orvostr. írja, hogy Braziliának azon magasabban fekvő része, mely az európai növényeket megtermi, legjobb lakhelye az európai fajnak (319. l.). A paprikatermő Guyanában (*Cayenne*) roppant *malaria* szokott uralkodni (*Mühry* 338. l.). — A kussó és *punica granatum* azon tájakon terem, hol legtöbb galandócz fordul elő, *Abyesiniában* és *Éjszak-Áfrikában*.

lázellenes gyógyfüvet ismerik és alkalmazzák nemcsak az orvosok, hanem maga a köznép is.

Kolb tr. törvényszéki orvos Straubingban e növénynyel 1861-ben huszonnégyszáz váltólázas betegen tett kísérletet, s az eredmény teljesen sikerült volt. Ajánlja a kerepet virágzása után szedni. A szárított fűből naponként 3—4 findzsa főzetet itatott meg váltólázas betegeivel, s mire ezek 4—6 latnyi szárított kerep-főzetét elfogyasztották, lázuk is megszűnt. Ebből következteti *Kolb* tr., hogy a kerep bizton és meglehetősen gyorsan meggyógyítja a váltólázast; visszaesést a megfigyelt esetekben nem tapasztalt; előnye e növénynek, hogy azt meglehetősen közömbös íze miatt, melyet tejjel vagy keves cukorral megjavíthatni, a gyermekekkel itatni lehet, kellemetlen utóhatása nincs, s a mi szintén jelentékeny, hogy a váltóláznak kerep általi gyógyítása csekélységbe, — vagy ha a család maga gyűjti e füvet, úgyszólván semmibe sem kerül. (Aerztl. Intelligenzblatt,) 1861. Nro 17; 1862. Nro 22).

2.) *Keserű mandola* (*amygdalus communis*), kétszikű, saját családjának nevet adó fa. Ennek magvát régóta használták váltóláz ellen, hanem feledésbe ment, mig nem *Bergius*, *Cullen*, *Hufeland*, *Ventura* sat. hírneves orvosok azt láz ellen ismét foganatba vették.

A keserű mandola magvának alkatrészei: mézga, zsíros olaj, cukor, növényfehérnye (emulsi, n) különösen pedig az *amygdalin* (= cyanbenzoyl?). Ez utóbbi jegeczülékeny saját szerű anyagtól áll, mely a víz, növényfehérnye és meleg behatása következtében a többi közt csakhamar *kéksavra* (*Blausäure*) és *illó keserű mandola-olajra* bomlik szét.

A hatályos anyagot a keserű mandolában a *mandolnya* (*amygdalin*) s az ebből származó *kéksav* teszi. A keserű mandolán kívül *amygdalin* tartalmaznak az almafélék és mondogafélék családjához tartozó növények levelei, virága, vagy magvai, nevezetesen a szilva, meggy és mandola fajtái, úgymint a borostyánmeggy (*prunus laurocerasus*), zelnice (pr. padus), borizü meggy (p. cerasus), cseresznye (pr. avium), kökény (pr. spinosa), szilva (pr. domestica); őszi barack (amygdalus persica), sőt az almamag külháma s az almaféle és csontárféle családok magburka szintén szolgáltathat kéksavat. Azonban

az édes mandolában semmi amygdalin nincsen. Több tapasztalat bizonyítja, hogy a keserű mandola nagyobb mennyiségben magában vagy fejet- (emulsum) alakban bevéve, kéksav mérgezést okozhat, főleg gyermekekben. Kisebb állatok már csekélyebb adagok mellett is elvesznek, sőt elég nagy kutyát lehet 20—30 keserű mandolával elvesztetni (Orfila). Embernek kelleténél nagyobb adagban nyújtatván, eleinte rosszul-létet, émelygést, azután hányást, reszketést és erőfogyást okoz.

A keserű mandola Francia- és Németország némely vidékein maig mint nép-gyógyszer van használatban. Jó sikerűnek mutatkozott a váltóláz, némely zsákák (idegfájdalmak) és görcsök ellen; sőt némelyek hatást tulajdonítanak neki a bélférgek ellen. Ily esetben 6—12 mandolát szoktak a betegnek egy napra beadni. *Mylius*, a szentpétervári tengerészeti kórház főorvosa, ki 33 éven át foglalkozott a kinalhéj pótszerének keresésével, a keserű mandolának adta az akkori pótszerek között az elsőséget. Ő a keserű mandolát fejetben rendelte, melyet egy órával kellett a betegnek bevennie a lázroham előtt. Hat—nyolcz gramm (körülbelül $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$ lat) keserű mandolából készített fejetet adott be egyszerre a betegnek; tizenhét lázas betegnél legkevesb háromszor, --- legfőljebb tizenegy izben kellett a mondott anyagot ismételnie a láz megszűntéig (Mouchon : Monograph. p. 20.). *Hufeland* azt tartja, hogy két keserű mandola hatályra nézve fölér a kinalnak roham közben adni szokott adagaival. Egyébiránt 4—6 mandola nem sok egyszeri beadásra. Minthogy pedig a magvak nagysága különböző, legtanácsosabb a súly szerint intézni a bevévést. Érdemteljes hazánkfia *Klauzál Gábor* úr javaslatára magam is több izben magva és héjával együtt főtt citromot (mindennap egyet) ettettem meg idült váltólázas több betegemmel : e betegek mindannyiszor fölgyógyultak 8—14 citrom kifőzött nedvének elköltése után. A gyógyerő a citromban ugyanaz, a mi a keserű mandolában, t. i. a citrommagban szintén kéksav (acidum hydrocyanicum) rejlik.

3.) *Szegfűszagu ciklász* (geum urbanum) és *pataki ciklász* (geum rivale). E növény gyökerét Európa éjszaki részén kezdték használni *lázellenes* szerül; ugyanezt a francziáknál *Bucchare* ismertette meg. Vegyalkatrészei : illó

olaj, csersav, gyanta, mézga és keserű vonat- anyag. Használták e gyökeret váltóláz, hasmenés, vérhas, sőt hagymáz ellen *Weber, Buchau, Loeffler, Bucchare* legjobb sikerrel, — *Haller, Kunz, Will, Stoll, Dalberg, Lorantz, Frank* sat. többé-kevésbbé jó sikerrel, — *Cullen, Ackermann, Brandelius* és *Anjou* pedig kisebb értékűnek híresztelték. Én azt hiszem, hogy a ciklász-gyökér jó sikerű az *egyszerű váltólázban*. E gyökér, kivált ha üde, elősegíti az emésztést. Váltóláz ellen egy napra porban 1—2 nehezéket adunk, fűzetben fél—1 obonyt. (Mouchon p. 32.)

4. *Budös gönye* (*Bryonia alba*) és *kétlaki gönye* (*Bryonia dioica*) akétszikűek tökcsaládjában. E növény gyökerének vegyalkatrészei: nemjegeczedő keseranyag (*bryonin*), mely a *colocynthin*-hez közeledik hatályra nézve; továbbá, gyanta, mézga, fehérnye. A *bryonint Collard de Martigny* mint izgató és zsongító lázellenes szert dicsérte (Hagen VII). Maga a gönye-gyökér erős hashajtó, hőszámhajtó, víz- és vízelethajtó.

5.) *Gesztenye bokrétafa* (*Aesculus hippocastanum*) a kétszikűek vadgesztenye-családjában. E köznéven „vadgesztenyefának” nevezett növény kérgét már azelőtt egyéb csersav tartalmu kérgék gyanánt használták, sőt *Hufeland* a vadgesztenyefának héját mint a kínahéj leghatályosb pótszerét ajánlja. Azonban ennek daczára a kinal kiszorította e fa héját az orvosi használatból. Mihelyt azonban *Canzoneri* 1823-ban a vadgesztenyében, — *Rochleder* és mások pedig a fa kérgében is az *aesculin*-t (gesztenye-al) föltalálták, ez jött gyógyalkalmazásba. *Mouchon* párisi gyógyszerész figyelmeztetvén az orvosokat a gesztenye-al lázellenes tulajdonságára, *Durand* három áfrikai váltóláz-esetben, melyek egyike láz-senyves volt, jó sikerrel adta; 10—14 szemernyi (8 decigramm — 1 gramm) gesztenye-al elég volt a lázrohamok megszüntetésére, holott azelőtt a betegek fogamatlanul vették a kinalt. (Gaz. d. Hôpitaux, 1853. 55.)

Monvenoux 28 váltóláz-as közöl 18-at gesztenye-allal gyógyított meg, s kivált zsábáknál ajánlja mint szabályellenes (antitypicus) szert. A félbenhagyó idegzésába négy esetben 1—4 gramm gesztenye-allal gyógyulást idézett elő. Ezen és több eseteiből következteti M., hogy az *aesculin* bevétele a betegnek semmi kellemetlenséget nem okoz. Belőle két gram-

mot czukros vízben oldván föl, ezt a roham előtt kétszerre véteti be. (Journ. de Bruxelles, 1858. XXVII, p. 529. — Hagen, p. 166.). Én tiszta gesztenye-al hiányában a vadgesztenye kergének főzetével kétszer tettem kísérletet, naponkint 1—2 latnyi szárított fakérget főzetvén egy napra : a harmadnapos láz mindkét esetben elmaradt.

6.) *Zöld hunyor* (*Helleborus viridis*, Grüne Niesswurz) kétszikű, szírontákféle (*Ranunculacea*) mérsékelt övi, hegyi növény. Vérteseinken sok tenyészik. Ennek gyökerében erős csikaró s bódító anyag rejlik, melyet ámbár nem sikerült maig tisztán előállítani, *helleborin*-nak (hunyoral) nevezték el. A hunyornak több faja van, melyek mindegyikében megvan a bódító, — de többé-kevésbé nincs meg mindegyikében egyszersmind a csikaró hatány. A bódító hatány *Schroff* bécsi tanár szerint (*Lehrb. d. Pharmacologie*, II. Wien, 1862. p. 584.) legcsekélyebb csikaróval van a gyógytárainkban tartott fekete hunyorban (*h. niger*), több csikarója van a *h. ponticus*, *h. purpurascens*, s a nálunk termő *h. viridis*-nek, legtöbb a Görögországban honos *h. orientalis*-nak, s habár a *h. orientalis* hatályosb a műtermi *h. nigernél*, mégis a görögök messzről hordatják be a gyöngébb *h. nigert*, valamint mi magyarok is külföldről hozatjuk a fekete hunyort, holott nekünk itt hatályosb zöld hunyorunk terem.

Schroff tnr. kísérleteiből kitetszik, hogy a hunyorfélék beadásának legközelebb a tenyészidegre (a duc-idegrendszerre), kivált a zsigerfonatra (*Sonnengeflechte*) s az ezzel közvetlen összefüggő szervekre (máj, lép, gyomor. hasnyálmirigy, belek, stb.) van befolyása, s megengedi, hogy nagyobb adagok mellett kivált a zöld és keleti hunyor agyi és gerincz-agyi vértorlódást sőt gutát (érszakadást) idézhetnek elő.

A hunyor (kivált a zöld és keleti) nagyobb adagban (1—2 szemer a hunyorvonatból) mint csikaró, de későn ható hashajtó működik ; — apróbb adagokban másítólág épen azon hasi szervekre hat, melyeket a lázvegy leginkább támad meg ; nevezetesen emeli a tenyészideg — kivált a zsigerfonat — életi tevékenységét, a máj- és lép, hasnyálmirigy, a belek és vesék elválasztási és kiürítési képességét, azért régóta és sikerrel lön a hunyor alkalmazva.

a) makacs váltólázak, — kivált negyednapi váltólázak ellen, — sőt

b) mindazon belső betegségek ellen, melyeket a sokáig tartó váltóláz (lázvegy) maga után vonni szokott, úgymint : sárgaság (icterus), rásztkór (hypochondria), hősázmavar (dysmenorrhoea), méhszenv (hysteria), húgyfőveny és húgykő, megrögzött bőrbetegségek, busongás (melancholia), téboly (dementia), nyavalyatörés (epilepsia), vízkór (hydrops) ellen (Schroff ; Pharmacologie 1862. p. 587.).

7.) *Mezei- és leány kökörcsin* (*Anemone pratensis et pulsatilla*, Küchenschelle, Windröschén), kétszikű, szírontákféle; budai hegyeinken stb. sok terem. *Clarus* szerint három hatányanyagot tartalmaz : az egyik a bódító *anemonin*, és két csikarót, ú. m. sajátságos erős olajat és erős gyantát. Az anemonin nagyobb adagai barmoknál alkalmazva a légzés s érverés lassudását, s a végtagok érzékenytelenségét, bénultságát és hűdését, — ha pedig az anemonin a növény csikaróival együtt lőn adva, a nyúltagy, gerinczagy és a tenyész-idegrendszert hűdési állapota állott be. E miatt *Clarus* a kökörcsint azon csikaró-bódító szerek közé sorolja, melyek izgató hatással bírnak a gyomorra, belekre, bőrre és vesékre. (Schroff Pharm. p. 588). E szer hasznosnak mutatkozott

a) egyszerű váltólázakban,

b) a lázvegy azon alakjaiban, melyek idült csúz vagy köszvény alakjában nyilatkoznak, sőt *Störk* nemcsak ezen kóresetekben, hanem a látideg bénulásában s a szürkehályog ellen is ajánlotta.

c) Ajánlotta *Störk* az idült bőrbetegségekben is, melyek véleményem szerint a lázvegy alakjai.

d) *Clarus* pedig jó sikerrel adta a heveny és idült sőt a görcsös hörgehurutban.

A mi gyógytárunkban csupán a virágzó üde növényekből készített (1 : 2) *kökörcsin-lél* (*Tinctura Pulsatillae*) tartatik, melyből 3—10 csöppet adhatni étadagul. Azonban a gyökerekből készített lél hatályosbnak látszik.

A Pulsatillát a hasonszenvészek szintén állítólag sikerrel használják váltóláz, fogzsába, gyomor- és bélhurut, fejszögzés, hősázmrekedés stb. ellen.

8.) *Farkasölő sisakfű* (*Aconitum lycoctonum*, Gelber Sturmhut). Ez ugyan mostan nem műtermi növény, hanem hazai, s hatására nézve hasonlít a műtermi *kék sisakfűhöz* (*Aconitum napellus*, Echter blauer Sturmhut), szintén kétszikű szirontájkéfe. *Schroff* szerint a sisakfűben részint bódító, részint csikaró anyaghatány rejlik; amazt, t. i. a bódító anyaghatányt, a *Geiger* és *Hesse* által a kék sisakfűben fölfödözött *német aconitin* (sisakfű-al), — emezt, t. i. a csikaró anyaghatányt, a *Morson* által Londonban föllelt „*Aconitine pure*“ vagyis az *ángol aconitin* képviseli. *Schroff* az átvizsgált sisakfűfajokban azt tapasztalta, hogy a különféle fajokban különböző a bódító és csikaró anyagok viszonya egymáshoz. A csikaró anyag az irányadó a gyógyhatás mekkoraságára nézve. E tekintetben leghatályosb a Himalayán termő *Aconitum ferox*, utána következik az éjszak-európai *Aconitum napellus*, officialis alfajaival: *A. neomontanum*, *tauricum*, és *variabile*; ezek után következnek *A. variegatum*, *A. cammarum*, *A. paniculatum*, és végre az *A. anthora*, melyben már semmi csikaró anyag sincs, csupán bódító anyaggal bírván. Mindezek közül különös kivétel alatt áll a mi *farkasölő sisakfű*ünk, mely ámbár szintúgy mint az *A. anthora* csupán bódító anyaggal bír, de ezt akkora mennyiségben bírja, hogy e részben a műtermi kék sisakfűvet is fölülmúlja.

Az *aconitin* hatása ép emberen a szájban keserű íz, és égés érzete által, — a többi szervekben felbőfűgés, korgás, látatágulás, az érverés és légzés lassudása, fej- és arczfájdalom, kábulás, gondolatzavar, szédülés, álmoság bágyadság, szaporább izzadás és húgyürítés által nyilatkozik. (*Schroff*, Pharm. p. 574.).

Az eddigi gyógykísérleteket az orvosok csupán *kék sisakfűvel* tették. Ebből az egycsaládi növények közös sajátágainál fogva csupán következtetni szabad, a mi farkasölő sisakfűünk gyógyhatására.

Az élettani tapasztalatok alapján okszerűen használtatik a sisakfű

a) a váltóláz, vérhas és gyermekági láz ellen (*Schroff* p. 577.), mely esetekben a francziák e szert különösen dicserik;

b) idegzsábák ellen, kivált arcz zsába (prosopalgia) és fülzsába (ischias), fogfájás stb. ellen ;

c) a csúzos és köszvényes izületfájdalmak ellen ;

d) a szív túlzott tevékenységének csilapítására szív-túlfejlésben, függér-lobdagban (aneurysma), míg jól táplált egyénekben az izgúltságot lohasztani kell ; végre

e) mint *vizelethajtó*, hol a mell- vagy hasüregben összegyűlt savót a húgyürítés által akarjuk eltávolítani.

Én kísérletet tettem a gyógytárunkban létező *sisakfüvonattal* (extr. aconiti), 1 — 2 szemert adván egy napra a váltólázban, a lázrohamos arcz-zsáában, és ülzsáában, legutóbb egy csúzos és lázas állkapocs-izületi gyulladásban ; a kedvező eredmény mindannyiszor hamarabb következett be, mint minőt a kinal javalt alkalmazásánál látni szoktam.

Az aconit kedvencz szere a hasonszenvéseknek, szintén az arcz-zsáában, lázas hörghurut-, tüdőlobban, vérköpésben, stb.

9.) *Sóska borbolya*, *sóskafa* (berberis vulgaris, gemeiner Sauerdorn), kétszikű borbolyaféle ; egyik közönséges vadon termő cserjénk. Ennek gyökeréből és idősbb kérgéből *Bran-des* és *Buchner* (1825—1831) a *berberin*-t állították elő, melynek lugalféle természetét *Fleitmann* (1846) mutatta be. (Annal. de Chemie u. Pharm. XXIV, p. 228.) A *berberin* (borbolya-al) igen keserű, tüszálás jegeczeket képez, s vízben nehezen, — borszeszben könnyebben olvad.

Életli hatására nézve *Buchner* magán és másokon tett kísérletei után meggyőződött, hogy káros hatása nincsen ; sőt hogy belőle 3—5 szemernyi növelte az étvágyat, s az arcz színét javította ; 15—20 szemernyt adván be, enyhe lágy székelések lettek e nagyobb adag eredménye. Ugyanezt tapasztalták *Reil*, *Wibmer* és *Herberger* (Traité de Chimie organ. Paris, 1843. p. 301.).

Gyógyhatása :

a) sikerrel lön használva *enyhébb váltóláz-rohamok* ellen ; a váltóláz megrögzött alakjai ellen nem mutatkozott elég hatályosnak ;

b) jó sikerű a borbolya-al a váltóláz, hányszékelés s

egyéb betegségek után visszamaradt gyöngeség, emésztési hiány, hányás, hasmenés elhárítására.

A sóska borbolya gyökerében *Polex* a borbolya-alon kívül másik növényalat fődőzött föl : az *oxyacanthint* (Archiv d. Pharmacie XLV, p. 265). Az *oxyacanthint* csere galagonyánk fakérgéből is nyerhetni. Az *oxyacanthin* gyógytani tekintetben közel áll a kinalhoz, de azt nem tudjuk, vajjon a tett gyógykísérleteknél a borbolya cserje gyökeréből vagy galagonyából (*crataegus oxyacantha*) nyert *crataegin*, (mit a francziák szintén *oxyacanthin*-nak neveznek) volt-e használva? Mind a borbolya mind a galagonya igen méltó a további kísérletekre (Hagen 184—189).

10.) *Pettyes* vagy *büdös bürök* (*conium maculatum*, gefleckter Schierling), kétszikű ernyős, hazánkban mindenütt az árnyékos és nedves televény talajon előjövő fű.

Vegyalkatrészei közül a leghatályosb növényalat a *coniin*-t (bürök-al) 1826-ban *Gieseke* fődőzte föl a büdös bürökben, *Geiger* pedig ugyanazon *coniin*-t 1831-ben állította tisztán elő. (Magazin f. Pharmacie Bd. 35. p. 72, 256). *Wertheim* Tódor, néhai pesti vegytanár ezenkívül az üde bürökvirág lepárlása alkalmával szintén egy jegecedő, élenytartalmu, illó alat talált, melyet *conhydrin*-nak nevezett el. (Sitzungsberichte d. Akademie d. Wissenschaften in Wien, Bd. 22.)

A bürök-al (*coniin*) életi hatásáról *Leonides van Praag* 25 élő állaton tett kísérleteiből következteti, hogy a bürök-al csekély kábulást okoz az agyban, mi közben gyorsabb a vértorlódás, lassúbb a vér visszafolyása; az akaratú izmok futólag feszülnek, főleg a hajlítók, azután pedig ugyanazok általánosan megbénulnak. Az izombénulás következtében a légzés nehezedik; a vérkeringés szabálytalan lesz; a test belső hősege fogy. A halál gerinczagy-bénulás által következik be. (Reil's Journal f. Pharmakodynamik, Toxicologie u. Therapie, 1856. Bd. I. Heft I. p. 1.). *Praag* tapasztalataival *Schroff*-é s többieké megegyeznek.

A bürök-al gyógyhatása:

a) *Wertheim* tr., bécsi orvos, kísérletet tett a bürök-allal *változásokban* és *hagymázban*, s tapasztalta, hogy ennek be-

vevése alatt az érverés szaporasága csökken a szabályosig, s ha a coniint folytatjuk, alább is. Wertheim dicsérte a coniin hatását. (Das Coniin u. Leucolein im Wechselfieber und Typhus. 1849. Wien.) *Reuling* és *Salzer* kísérletei *Hasse* tanár kórodájában Heidelbergben nem igazolták ugyan Wertheim tr. állításait: de *Murawjeff* tr. tapasztalta, hogy a coniin annál biztosabban és gyorsabban hat a váltóláz ellen, minél nagyobb a lázroham hidegségi — meg forrósági szaka, minél gyorsabban követik egymást a lázrohamok, s minél bizonyosb a váltóláz tájhonos (endemicus) oka; ily esetekben épen úgy hat a bürökal, mint a kinal, s ismétlődés soha sem következik rá. A hagymáznál *Murawjeff* akkor tartja czélszerűnek a bürökal hatását, ha az váltólázi rohamokkal kezdődik, s az agyi tünetek még nem kiválóak. (Hagen: Arzneistoffe 1862. p. 641.).

b) Minthogy a bürökal életi hatásánál fogva a test érzékenységet és mozgási tehetségét csökkenti, czélszerűleg használjuk azt *fájdalomcsillapításra idegzsákánál* (neuralgia), kivált az ötödik agyidegpár és bolygideg érzéstúlzottságainál, e szerint az arcz-, fül-, fog-, reczegzsába ellen, a görvélyesek fényiszonynyal járó pillagörce ellen stb.

c) A különböző szervek *görcseiben*: ilyen a kehrángás (tussis convulsiva), görcsös légrekedés (Krampfasthma), a húgyhólyag és méhnyak görcsös összehúzódásainál;

d) mirigydaganatok osztatására; — végre

e) idült bőrbajok gyógyítására.

Az elősorolt betegségek gyógyítása körül előforduló siker azt sejteti velem, hogy a coniin gyógyhatása legnyilvánosb azon bántalmakban, melyek a lázvegynék szoktak nyilatkozatai lenni.

A gyilkos csomorika (cicuta virosa, Wasserschirling) bürökal tartalmára s mérges hatására fölülmulja a bűdös bürköt.

11.) *Vetési petrezsely* (apium petroselinum v. petroselinum sativum), ugyanazon kétszikű ernyős növény, mely napokint eledeleinket fűszerezi.

A párisi „Société de Pharmacie“ 1849-ben a kinal árának növekedése miatt 4000 frank jutalomdíjt tűzött ki a kinal pótszerűnek (surrogatum) fölitalálására, mely összeget a had-

ügyér szintén 4000 frankkal szaporított. 1851-ik év január 1-jig, a kittizött pályázat határnapjáig, kilencz pályamű érkezett be: az 1-ső *pörkölt növényfélétet*, — a 2 dik *kénsavas brucin-t* és *strychnin-t*, — a 3-dik a *tölgyfa belső kérgét*, — a 4-dik határozatlan növényi *vonat- anyagot*, — az 5-dik a légsavval főzött és porrá tört *colophoniumot*, — a 7-dik az augustustól octoberig szedett *olajfa-gyümölcsöt*, — a 8 dik határozatlan *keményítő-anyagot*, a 9-dik *csersav-* tartalmu saját-ságos anyagot ajánlott a kinal pótszerűül.

A hatodik a *petrezselymagot* s az ebben rejlő *apiol-t* mutatatta be; az utóbbinak szerzője egyszersmind 137 sikeres, és részint a petrezselymag, — részint az apiol által kivírt gyógyulási esetet hozott föl az apiol lázellenes hatásának bebizonyítására.

A bíráló bizottság kísérleteket tétetett Párisban és Rochefortban; a hadügyér pedig Corsikán, Perpignanban és Rómában.

A kísérletek mindenütt kedvezőleg ütöttek ki a lázhajtó *apiol-ra* nézve; de mivel a kinal hatályosságát állítólag el nem érte: a 8000 frank helyett csak 1000 frankkal lett jutalmazva. Az apiol szerzői voltak *Joret* és *Homolle*. (De l'apiol (: principe immédiat du persil :) considéré comme succédané de la quinine. L'Union medic. 1855. Nro. 4.—20.)

A petrezselymag vegyalkatrészei: apiol (zsiros, jegeszedő, a közönséges hőmérséknél szilárd, $+23^{\circ}$ R. melegenél olvadékony anyag); illó olaj, pectin, levélzöld, csersav, sárga főstanyag, vonatanyag, növényrost s nemszervi sók.

Az *apiol életi hatása*: Joret és Homolle magukon tevén kísérletet, tapasztalták, ha 0.5—1 gramm petrezselyalt vettek be, olyatén enyhe agyizgultság támadt bennök, minőt fekete kávé után szoktunk érezni; ha 2—4 grammot vettek be, a bormámor jelei, szemkáprázás, kábulás, fülzugás, szédülés, homlokfájás, vagyis ugyanazon jelek mutatkoztak, miket a kinal nagy adagának vétele szokott előidézni. Némelykor korgás, émelygés, bélgörcs s epés székelés is következik az apiol vételére.

Az *apiol gyógyhatása*:

Az apiol föltalálása óta tett kísérletek a következő eredményre vezettek :

1.) Az apiol a forró éghajlati lázat nem minden esetben, hanem azon arányban szünteti meg, a milyen arányban áll 55 a százhoz ;

2.) a mi éghajlatunk (t. i. a francia és magyar éghajlat) lázait mint 86 : 100-hoz gyógyítja ;

3.) a harmadnapi lázak inkább *ellenállnak* az *apiol* hatásának, mint a mindennapiak.

4.) Ha szabad egy esetből következtetést vonni, akkor a negyednapi váltóláz szintén enged az *apiol*nak.

Joret és *Homolle* 1 — 2 grammot adnak be egyszerre) az *apiol*ból kocsonyatokcsákban. (Hagen, Arzneistoffe, p. 126. —Az *apiol* nyomán a nálunk is termő *Phellandrium aquaticum* (vizi bősövény), *Pimpinella anisum*, *Carum carvi*, s többekben szintén fel lőn fődözve a *phellandrol*, *anisol*, *cariol* stb.

12.) *Büdös körisfa* (*fraxinus excelsior*, Hoch-Esche), kétszikű, jázminféle, hazaszerte ismeretes fa. A körisfa kérgeben *Maudet*, francia vegyész, ki a Franciaországban termő láz-ellenes szerek vizsgálásával sokat foglalkozott, keserű és zsongító állományt talált, mit ő *fraxinin*-, köris-alnak nevezett. A körisalat mint lázellenes szert sokan jó sikerrel használták, egy napra 1 . . . 1½ grammot adván be belőle.

Mielőtt a kínahéj föl lett volna fődözve, elődeinek Európaszerte a körisfa-gallyakat használták a váltóláz ellen. *Helvig*, ki a körisfa-héjának szintűgy mint a körisalnak gyógyhatásáról meggyőződött, a körisfát nevezte Európa kínafájának. A halandóság, úgy hiszem, nem volt nagyobb akkor sem, mikor őseink a váltóláz ellen még körisfa-héjjal gyógyítottak, mint ma a kinal uralma alatt : mégis mennyire megfeleltek azon jótékony gyógyszerről, mely a lázvegy ellen őseink egészségét és életét védé meg! Megfeleltünk e szerről, sőt hálátlanul a „Pharmacopoea“-ból is kiküszöböltük, daczára azon biztosítékoknak, melyekkel kérkedhetik ; ugyan is a párisi *Mouchon* szerint nemcsak lázelleni, hanem csúsz-, közsvényelleni, meg hashajtó s egyéb gyógyhatással bír (*Monographie des principaux febrifuges*, Lyon, 1856. p. 59). *Coste*, *Willemet*, *Kniphof*, *Burtin* és *Murray* a körisallal szabányos

(typicus) kórokban szép eredményekre jutottak. *Linné* és *de Torti* nem elégedtek ugyan meg hatásával: ez azonban nem döntő, mert hányszor nem elégszünk meg a kinal hatásával! De ne is keressük a mérsékelt éghajlati növényben a forró éghajlati növénynek hatását, különben vétünk a természet czélszerűsége ellen. A mi kőrisfánk mutatja épen meg, hogy a természetben nincs semmi fölös: míg a mi kőrisfánk minviszonyainkhoz alkalmazva kevesebb nedvdús, — addig a déli Európában tenyésző virágos kőrisfa (*fraxinus ornus*) nagyobb orvosi szükséget pótol, minthogy a melegebb tartományokban (Sicilia, Calabria, Toscana) nemcsak nagyobb mennyiségben adja a *fraxinint*, — hanem az enyhe oldószerrel (manna) annyira el van látva, hogy az részint magától, méginkább bemetszésekre, szívárog ki a fa kérge alól.

13.) *Sárga tarnics* (*Gentiana lutea*, Gelber Enzian), kétszikű tarnicsféle. A tarnics mint gyógyszer állítólag már Krisztus előtt 150 évvel ismeretes volt Aegyptomban, hol ennek *Gentius* nevű királya ismertette meg e növény gyógyhatását. Azóta görögök és arabok használták e szert, s az ősrégiségből hozott bizalom a tarnicsgyökér irányában sok helyütt maig fönáll. Hazánkban e növénycsaládnak több neme és faja vadon terem hegyen, völgyön és síkon. A leghasználtabbak a sárga tarnics (*Gent. lutea*), ragyás tarnics (*G. pannonica*) s a Latics-elhiresztelte keresztes tarnics (*G. cruciata*). Leghatályosbak a hegyen termő fajok.

A tarnics oldatag vegyalkatrészei: gentianin (alaktalan keserű vonatanyag), gentisin (= *Gentiansäure*, szép sárga tijegecekben), mézga, cukor stb.

Életi hatása. A tarnics kis adagokban zsongítván a gyomrot, növeli az étvágyat; nagy adagokban émelygést, nyálfolyást, ökröndözést sőt hányást és csikaró hasmenést, néha kábulást, szédülést s egyéb agyi zavarokat idézhet elő.

Gyógyhatása: Használtatik

a) váltóláz, zsába fejszögzés ellen stb.;

b) a gyomor oly emésztési zavaraiiban, melyek gyomorhurut eredményeznek.

Jelenleg a *Gentiana*-gyökeret kevés orvos rendel. Ennek oka, mivel a kinafa aránylag hatályos ereje, s az orvosoknak

úgyszólván öröklött előszeretete a kínahéj iránt, a tarnicsot kiszorította. A kinal ellen ugyan nincs kifogásom; de ha meg-gondolom, hogy a kínafának Európába hozatala előtt a *tarnics* volt egyike ama szereknek, melyekkel a váltólázát az orvosok gyógyították, az jut eszembe, hogy sok millióval gazdagabb volna hazánk, ha a kínafára kiadott pénz legnagyobb részét megtakaríthattuk volna. Ha lázelleni hatályosb honi szereinket, melyek közé a tarnicsot mindenestre számítom, célszerű módon és adagokban használnók, hiszem, hogy nem kellené panaszkodnunk azok hatányi elégtelensége fölől.

Cullen, jeles angol orvos, tölgyfahéjjal adta a tarnicsot egyenlő mennyiségben, s a váltólázakban fényes eredményeket vívott ki.

A tarnics gyógyhatálya a keserű vonatnyában, a *gentianin*-ban (tarnics-al?) rejlik, mely jegcecz-alakban még nincs előállítva, vízben könnyen, langban nehezen oldatag; ez egy maga bírja a tarnicsnak lázoszlátó és zsongító sajátságát.

A tarnics ellen azt hozzák föl, hogy, ha lázoszlátó gyanánt sikerrel adni akarjuk, azt szokatlan nagy adagban kell nyújtani. Így péld. porban adván a gyökeret 4 . . . 8 gramm (50 . . . 100 szemer) kell adagonként a láz-szüntetésre. Ezen ellenvetés alaptalan, mert ha *kínahéjjal* és *nem kinalal* akarjuk p. a váltólázát gyógyítani, a kínahéjporból is kénytelenek vagyunk $\frac{1}{2}$. . . 1 nehezéket napjában többször egyszerre adni be. *Boerhave* szerint legjobb a főzet; vagy ha a kellő mennyiséget borban eresztjük föl. Ha a szerek gyógyerejét össze akarjuk hasonlítani, azok alkaloidjával kell kísérleteket tenni. A kinal hatását, e részben ismerjük, de a *gentianin* (tarnics-al) hatását még ezután kell meghatározni.

Mouchon 14 súlyrész tarnicsgyökérből 1 slr. gentianint kapott: e szerint a gentianin 14-szer hatályosb a tarnicsgyökérnél. (*Mouchon* 64).

Küchenmeister barmokon tett kísérletet a gentianinnal, melynek eredménye következő:

„ 1.) A gentianin épen oly hatályos lépdagoszlató, mint a kinal, sőt úgy látszik, hogy sok esetben a kinal hatását fölülmulja;

„ 2.) A gentianin hatása nem lassúbb a kinalénál;

„ 3.) A nem tiszta gentianin is 1 . . . 1½ terecsnyi adagban egy . . . kétszer napjában adatván, sikerteljes szolgáltatot tesz, s a tiszta gentianin hatásához úgy áll, mint a chinoidiné a kinaléhoz.

„ 4.) A gentianin valószínűleg legnyomatékosb pótszere lesz a kinalnak. (Hagen p. 143).

14.) *Földepe tarnics* (*Erythraea centaureum*, Tausendguldenkraut), kétszikű tarnicsféle; réteinken terem. E növény hatásra nézve megegyez a tarnicscsal. Hogy mily becsben tartották e fűvet a régiek, kitetszik a „*Centaureum*“ (= centum aureos) és „*Tausendguldenkraut*“ (= ezer forint érő) elnevezésekből.

Schroff szerint e fűelősegíti a belek elválasztását, és kanyar (peristalticus) mozgását, a verőczéri vérkeringést és az epeelválasztást. E miatt azon betegségekben adjuk a tarnicsfélék e nemét, melyek a tenyészelet e működéseit gátolják; ilyenek a *váltóláz*, sáp, sárgaság, görvély, rásztkór, méhszeny, köszvény és vízkór. (*Schroff*, *Pharmacologie* p. 117.)

Ebbeli hatását a földpe a benne rejlő keserű vonatnyának köszöni, de melyet maig semmi vegyész sem állított tisztán elő.

A földepét is a kinal behozatala óta azon sors érte, mely a többi honi lázellenes szereinknek jutott osztályrészül. Csupán kegyeletből lön meghagyva a „*Pharmacopoea austriaca*“ban mint „*Herba és extractum centaurei minoris*“, és alkatrészt teszi az úgynevezett „*extractum amaricans compositum*“-nak.

Hogy pedig a földpe jobb sorsra érdemes, *Nepple* tr. lyoni orvos újlag bebizonyította, ki sokoldalú tapasztalataira támaszkodva, mondá: „nem csak a hosszas lázak utáni üdülés alatt sikeres a földpe használata az emésztési zavarok elosztatása végett, hanem akkor is, midőn lázrohamok elhárítása a földadat, azaz a földpe elég sikerrel méltán helyettesítheti a kinát, s régi jó hírét megérdemli ma is, bármit mondjanak a korunkbeli orvosok.“ *Nepple* tr. a földepét porban és szintakkora adagban használja, mint a kínagyökér porát, s ha a beteg vonakodnék azt bevenni, csőrében kell azt beadni. Szintoly jó szolgálatot tesz a földpe kivonata. Három adag

elég a mindennapi váltóláz rohamai ellen, kettő a negyednapi ellen, de nyolcz napig folytatni kell e szerelést, a gyógsiker biztosítása végett. (Mouchon, Monographie, p. 79.).

A természet orvosi czélszerűségét mutatja e növény szintén. Nemesak nekünk van *erythraea centaureum*unk, és ennek több hasonló gyógyhatású faja, hanem más, részint mérsékelt, részint forró éghajlati tartományoknak, péld. a délaméri-kai Chiliben díszlik az *erythraea chilensis*, melyet a bennszülöttek sikerrel használnak az otthonos váltóláz, sárgaság, mellhártyalob, stb. ellen, honnan azok e növényt *mellfü*-nek (cachena-guen) hívják. Hogy e fünek gyógyereje sokkal hatályosb, mint a mi földepénké, onnan bizonyos, mivel azzal a bennszülöttek a mi váltólázunknál súlyosabb otthonos betegségeket küzdenek le.

Ohajtandó volna, hogy vegyészeink a földepéből is előállítsák azon hatányanyagot, melynek e növény gyógyhatását köszöni.

15.) *Vidra eleczke* (*Menyanthes trifoliata*, Sumpfklec, v. trifolium fibrinum), kétszikű, tarnicsféle; honunk álló vizeiben bőven termő fü.

E vízi növényt a nép lázelleni és gyomorerősítő szerül használja hazánk és Némethon némely vidékein, innen *Fieberklee*a nevesok helyütt. Hatályos alkatrésze a *menyanthin*-nak nevezett keserű vonatnyája. Orvosszerül használjuk szintazon esetekben és adagokban, mint a tarnicsot és földepét.

A vidra-eleczkét mi, e korbeli orvosok, keveset szoktuk használni, azért saját tapasztalásunkból keveset mondhatunk felőle. A külföldiek közt részint magasztalókra, — részint becsmérőkre talált; jó sikerét nevezetes férfiak dicsérik: *Willis*, *Buchan*, *Simon Paulli*, *Dauloeus*, *Cordus* stb. A becsmérők, úgy látszik, abban hibáztak, hogy saját egyéni követelményeik szerint panacacát kerestek a vidra-eleczkében. Igazságtalan ítélet, ha az ember nem találván a növényben a mit és a mennyit keres, arra fakad, hogy az használatlan. Kiséreljünk előbb a növénynyel, azután a gyakorlatilag maig ismeretlen *menyanthin*nal.

16.) *Farkascseresznye nadragulya* (*Atropa Belladonna*, Tollkirsche), kétszikű, csucsféle, hazai mérges növény,

mely mérges hatását a benne, kivált gyökerében, rejlő lugal-féle *nadragulya-al* (atropin)-tól nyeri.

Életi és gyógykísérletek alapján eddig sikerrel lön e nő-vény kivonata vagy lugalféléje használva :

1.) *Idegzsába*, főleg a háromosztatu-, ül-, és gyomor-ideg zsábája ellen ;

2.) *Görcsök*, p. kehrángás, légrekedés, mellgörcs, nyavalyatörés stb. ellen ;

3.) Ajánlották a görvélyes bántalmak, máj- és lépdagatok, gyomorvastagodás stb. ellen. (Schroff : Pharmacologie, p. 532.)

Ha a belladonna, különösen pedig az atropin, csak a mondott betegségekben használna, nem lett volna okom e gyógyszer, a lázvegy orvoslása felől szólván, e helyütt megemlíteni. Azonban három év előtt egy *gyomorzsábás* betegem volt, kinek a csúz- és lohnak teljes hiányzása mellett a kinos zsábarohamok naponkint d. u. 3 órakor jelentek meg ; négy ily növekedő roham után kinalt akartam beadni betegemnek, de ez okosabbnak tartván magát orvosánál, a kinalt egyáltalán nem akarta bevenni. Addig is, míg rohamai őt engedékenységre kényszerítnék, jelileg belladonna-kivonatot ($\frac{1}{8}$ szemerhint) adtam be neki. Az eredmény az lön, hogy másnap ($\frac{4}{8}$ szemer extr. bellad. bevétele után) a gyomorzsába sokkal enyhébbé vált, harmadnapra alig érezte azt, negyednapra semmi baja sem volt. Ezen eset figyelmessé tett engem a belladonna lázellenes hatására, azóta sokszor tettem vele kísérletet nem csak a zsába és görcsök, hanem a tiszta váltóláz rohamai ellen is, s az eredmény annál meglepőbb volt, minthogy egy oly váltóláz-esetben is gyorsan gyógyult meg egyik betegem, mikor annak láza mellhártyalobbal volt szövődve. Ezentúl kezdtem meggyőződni, hogy a *nadragulya hatalmas szer a váltóláz ellen is*.

E meggyőződésemben megerősített a külföldi tekintélyes orvosoknak hasonló legújabb tapasztalása. T. i.

Oppolzer tr. Bécsben az orsóideg gyulladásai esetében, miután előbb azt kinal, arsen, colchicum, jod és higanynyal eredmény nélkül gyógyította, ismételve atropin-föcskendezést alkalmaztatott a bőr alá : mire nemcsak a fájdalom, hanem

a daganat is elszlott az idegről. (Wiener mediz. Halle, 1861. 21.)

Bouchardat, Croserio és Lussana az atropint oly váltólázak ellen foganattal alkalmazták, melyeknél a kinalnak sikere nem volt. Különösen *Lussana* következőleg ír: „Felhívom az orvosok figyelmét két váltólázás esetemre, melyeket miután két hónapig sikertelenül szereltem kénsavas kinallal, *atropinnal* gyógyítottam meg. Fél szemer atropin elég volt a betegség meggyógyítására, és az $\frac{1}{14}$. . . $\frac{1}{8}$ rész szemernyi adagnál a lázrohamok olyanok voltak, hogy azokban az atropin hatására nem lehetett rá nem ismerni. Ha meggondoljuk, hogy az atropin itthonos gyógyszer, s hogy az igen csekélybe kerül, holott a kinallal való gyógyítás Európának millióit viszi el: meg kell vallani, hogy az általam tett kísérletek teljes mértékben megérdemlik nemcsak az orvosok — hanem az állam férfiakfigyelmét is.“ (Hagen, Arzneistoffe, p. 609)*. Végre

Ricken szintén ajánlja az atropin használatát a váltólázi betegségek ellen, állítván, hogy *kinallal együtt adott nadragulyal* azon esetekben is sikert hoz létre, midőn maga a kinal foganatlan volt; ezt különösen arcz-zsábánál és félbeahagyó fejszögzésnél tapasztalta. (Hagen, p. 609.)

Ha e tapasztalást további megfigyeléseink igazolni fogják, a nadragulyal hatalmasb lázelleni gyógyszernek bizonyúlna be, mint maga a kinal.

17.) *Maszlag redőszírom* (*Datura stramonium*, Stechapfel), kétszikű, csucsorféle, hazai mérges növény. Hatályos alkatrésze szintén a *nadragulyal* (atropin), azért erről ugyanazt mondhatni, mit a nadragulyáról mondtam.

18.) *Török paprika* (*Capsicum annuum*, Türkischer v. spanischer Pfeffer), kétszikű, csucsorféle. Délamérikából, Spanyol-, Török- és Magyarországba hozott, s jelenleg nálunk buján termő kerti növény, melyet a „Pharmacopoea aust.“ „*fülszeres csipős*“ szerei közé igtatott, jelül, hogy a paprikában maig nem egyebet, mint csupán annak *csipős égető gyantáját* méltányolja a tudomány.

Schroff szerint a paprika épen ezen csipős gyantájá-

*) *Lussana* az *atropin* biztos ellenszeréül a bort ajánlja. (Hagen p. 610.)

nál fogva elősegíti a nyáleválasztást, torok- és gyomorégetést okoz. Fűszer gyanánt zsongtalan emésztésgyöngeségnél, vagy az igen zsiros eledlek élvezete mellett, gyéribben a *váltóláz* ellen jó használatba. Nagy adagban gyorsítja az érverést, gyomor- és bélfájdalmakat, hányást, hasmenést sőt gyomorlobot okozhat. (Schroff, Pharmacologie, p. 360.)

Magyarhonban annyira elterjedt a paprikának mint fűszernek használata, hogy kivált alföldi hontársainkra nézve az mintegy életszükséggé lett, s kevés eledle van népünknek, melyet paprikával nem fűszerez. A természeti ösztön vezeti népünket a paprika élvezésére, mely nemhogy (mint sokan hiszik) vérét rontaná az élvezőnek, hanem inkább emésztési erejét segíti elő, és bizvást merem állítani, *megóvja őt a lázgerjes betegségek rohamai ellen.*

Nálunk nemcsak fűszer a paprika, hanem *orvosság egy-szersmind.*

Tolna megyében és egyebütt a Duna és Tisza vidékén láttam, hogy ha a szegényebb sorsu embernek ros a gyomra vagy borsószik a háta, 3 . . . 4 étkanálnyi törköly-pálinkába tetéztet késhegynyi paprikát kever, s azt éhgyomorra kiissza; s ha e rosszullet éppen szürettájra esik, reggeli gyanánt mustot forral magának, s ezt paprikázza meg. Emlékezem, hogy ilyenén eljárás után a hideglelés sokszor elmaradt, s az elébb még görnyedező beteg napi dolgára mehetett.

Később mint orvos magam is kísérletet tettem a törköly-pálinkás paprikával, s meglepetésemre tapasztaltam, hogy a kezdődő hideglelés többször egészen elmaradt, máskor meg a kitört váltóláznak hidegségi és forrósági szakai feltünőleg megrövidülvén, válságos izzadás borítá el a testet, s ha a beteg szigorú étrendet követett, a lázroham ritkán ismétlődött.

A paprika-beadás következtében mutatkozó gyógyhatás tágasabb kísérlettevésre sarkalt, s miután azzal lázrohamos állapotomban magamon is jósikerű kísérletet tettem, kezdtem a paprikát a kórházban és ezen kívül is alkalmazni, először a tiszta hideglelés, annak különböző szabányai és alakjai ellen. A legközelebb lefolyt három év alatt több mint kétszáz lázvegyes betegem tett kísérleteimből következő nézeteket vallo:

1.) A paprika szigorú étrend mellett és 15 . . . 60 szemernyi napi adagban eloszlatja a mindennapi, harmad- sőt negyednapi szabánynyal föllépő és heveny-lobos szövödmény nélkül nyilvánuló váltólázi rohamokat. Nem emlékezem esetre, hol a tiszta, azaz hevenylobu szövödmény nélküli váltóláz ellen alkalmazott paprika valamikor cserben hagyott volna.

2.) A váltóláznak idültlobos szövödményei, milyenek a kelevény (furunculus), fakadék (impetigo), sömör (herpes), izzag (eczema) viszketeg (prurigo), a langyos fürdők használata mellett mindaddig, míg a belső zsigerekben szervi elfajulás nem jött létre, engednek a paprika általi belső gyógyításnak.*)

3.) Maga a görvély vagy bujavegy, ha ezekhez lázvegy társúl egyszersmind, csak akkor enged a vas, iblany, vagy higany általi gyógykezelésnek, ha előbb a lázveget paprika vagy egyéb lázelleni szer által eltávolítottuk.

4.) A paprika bevezésére a váltóláz által okozott *heveny lépda* szintúgy eloszlik, mint ezt a kinal, ergotin, apiol stb. mellett oszlani tapasztaljuk.

5.) Sikeresnek mutatkozott a paprika hosszas váltóláz után kifejlett *vízkórban*.

E szer előnyeikhez tartozik a) hogy émelygést, hányást nem okoz; b) ha a beteg a paprika-vezés mellett étrendi hibát követ el, csorvát nem kap, hanem inkább a paprika gyomorerősítő gyanánt siettetí az emésztést; c) fülzúgást nem okoz, mint a kinal; d) telítési undort sem tapasztaltam mellette a betegeken, habár azt némelyik, p. kilenczéves viszketegben szenvedő, hosszabb ideig (öt hónapig folyvást) használta.

Némelyek becsmérlik a paprika gyógyerejét azon oknál fogva, minthogy e szer nálunk oly olcsóság és közönséges. Véleményem szerint a paprika olcsósága és közönségessége inkább emeli annak közérdekiségi becsét, mert könnyen hozzáférhet a szegény is. Az pedig, hogy a paprika meghonosított, e szerint honi növény, kétszeresen emeli annak becsét a hazafi előtt.

*) A mondottak bebizonyítására három év óta több ízben tisztán paprika által meggyógyított bőrbetegeket mutattam be a bp. k. orvosegyletnek

Fölötte sajnálom, hogy mindeddig kénytelen voltam a paprikának csupa természetes *porával*, legfőlebb *léloldatával* (tinctura) tenni kísérleteimet, mivelhogy e honi terményünknek szabatos vegybontásával maig nem bírunk. A jótékony hatás, mit gyógygyeőlből a paprikával előidézni tudunk, sejteti velünk, hogy a paprikában, nevezetesen a paprika-növény érett gyümölcsében, hatályos lugalféle (alkaloid) rejlik; mit előre *capsicin*-nek neveztek el azok, kik a szót a fogalom előtt akarják érvényesíteni. *Felletár* Emil tr. vegyész barátom szíves volt megtenni a minőleges vegybontást a kérdéses lugal- félét illetőleg, s azon eredményre jött, hogy a capsicum tokesáiban coniin-szagu *lugalféle* van jelen.

Óhajtandó, hogy e lugalféle minél előbb és minél na gyobb mennyiségben jusson birtokunkba, mert csak akkor lehet szó a capsicum alkaloidjének a kinallal való szabatos összehasonlítása felől. Most csak a capsicum porát hasonlíthatom össze a kinahéj porával; ugyanis számításom szerint *egy nehezék* paprikapornak lázelleni hatása akkora, mint háromannyi, azaz három nehezéknyi kinahéjé; más szavakkal, a paprikapor háromszor oly erős, mint a kinahéjpor. Körülbelül ugyanazon arányt tapasztaltam a *tinctura capsici* és a *tra chinæ comp.* között. A francziák *Cayenne*-je Guineában tereni, s hatására rokon a magyar paprikával.

19.) *Piros gyűszűnke* (*Digitalis purpurea*, Rother Fingerhut), kétszikű, tákajakféle (*scrofularinea*) növény. A gyűszűnkék piros virágu faja csupán kertjeinkben díszlik ugyan, ide mivel az egyszeri magelvetés után Kárpátjainkon a szabadban és azontúl magától megterem, sőt a gyűszűnkék egyéb szintén hatályos fajai, péld. a *sárga gyűszűnke* (*Digit. lutea*) hegyi erdeinkben csaknem mindenütt terem, a gyűszűnkét is honi növényeinkhez sorolom.

A gyűszűnke vegyalkatrészei : digitalin, digitalose, digitalosin (mind a három vegyileg közömbös), digitalsav, antirrhinsav, digitolesav; csersav, kemnye, czukor, pectin, fehérnyeszerű légenyvegyület, jegecedő narancsvörös főstőnye, levélzöld, illó olaj. Mindezen alkatrészekkel külön sok élettani és gyógytani kísérlet lön téve, minek eredménye az, hogy a gyűszűn-

kének egész hatása az egy *digitalin*-ban van egyesülve. (Schroff. Pharmacognosie 1853. p. 303.)

A gyűszűnkének, méginkább a *gyűszűnyének* (*digitalin*) *életteni* legszembetűnőbb hatása a szív mozgásának korlátozása. Ennek következtében

Gyógytani hatását illetőleg

1.) Legtöbb hírt nevet vívott ki magának a gyűszűnke a szívbjajok, — különösen a szív bal gyomrocjának túltengétségében azon czélból, hogy a szívbjaj tovafejlődését késleltessük.

2.) Javalva van a *tüdögümösödés első szakjaiban* kivált ha vérköpés, idült gümös tüdőlob van jelen

3.) Minden gyulladásnál, hol a vérbocsátás javalva nincs, a vérömlés és izzadmányképződés meggátolására; főleg czél-szerű a szív, savós hárttyák, tüdő gyuladásaiban.

4.) Néha mint *vizelethajtó* hatályos. (Schroff Pharmacologie, p. 581.).

5.) Végre tapasztalásból tudom, hogy a váltóláz minden szabánybeli alakját gyűszűnke-forrázattal szintűgy sikerül megszüntetni, mint kinallal. *Bouillaud* francia orvos erre nézve *digitalinnal* tett kísérletet, s azt *melegen ajánlja minden heves lázban*, nem levén tekintettel annak okára. (Journ. des connaiss méd. 1851. Mars).

A gyűszűnke e szerint nem csak lobelleni, hanem egyszersmind *lázelleni* hatalmas gyógyszer. Miután a *digitalin* véti adaga $\frac{1}{100}$ — $\frac{1}{50}$ szemer: innen valószínűséggel következtethetni, hogy a *digitalin* hatására nézve sokkal fölülmulja a kinalt, sőt hatása a veszélyességig nagyfoku.

20.) *Csőrege fűz* (*Salix fragilis*, Weide), s a fűznek honunkban tenyésző mintegy harmincz faja. Kétszíkű fűzféle fa vagy cserje. Ennek héját azelőtt, míg a kínahéj nem volt ismeretes, az orvosok és a nép mindazon betegségekben használták, melyekben a kínát jelenleg használjuk. Hatályosnak találták a fűz kergét az emésztési szervek gyengüléseinél, ez esetekben a gyomor csakugyan inkább eltűri a fűzet mint a kínát. Továbbá szintűgy mint a kína alkalmazást nyert a váltóláz, hagymáz, súly, görvély stb. betegségekben.

Fontana olasz gyógyszerész találta föl 1825-ben a *salí-*

cin = *fűzönyét*; azóta a fűznek 14, a nyárfának nyolcz fájában találták föl a fűzönyét.

Nálunk a fűzönye és a fűzbéj nem használtatik, holott Spanyolhonban és Portugalliában a váltóláz ellen kizárólag használtatik, sőt még Olaszthonban is szerepel a kinal mellett. *Macari*, sardiniai orvos, a salicin hatása felől írt munkálatában következőket teszi közzé :

1.) A fűzönye (salicin) a kinalnak váltólázelleni pótszere, képes az orvosi gyakorlatban jó szolgálatot tenni részint lázosztató tulajdonságai miatt, részint sok betegnek félelme miatt a kinal irányában.

2.) A fűzönyének adaga egy beteget illetőleg 1 . . . 3 gramm legyen, melyet láz-szünet alkalmával kell beadni, s egy vagy több ízben ismételni.

3.) E szernek első adaga közönségesen látszólag csökkenti meg a következő lázroham belterjét és tartamát, azonban ritkán sikerül az *egész* lázat elnyomni.

4.) A fűzönye hatása hasonló a kinaléhoz, de gyöngébb; azért nem volna eszélyes cselekedet fűzönyét alkalmazni ott, hol életveszélyes roham elhárításáról van szó.

5.) A fűzönye lázosztató tulajdonai szembetűnőbbek, ha azt oldatban, mint ha valamely kivonattal keverve, avagy galacs alakban vétetjük a beteggel.

6.) A fűzönyének ára, mely jelenleg úgy áll a kénsavas kinaléhoz, mint 1 : 1 $\frac{1}{3}$ -hoz, még olcsóbb leendhetne, ha a kereskedés e czikkal gyarapíttatnék, minthogy a roppant sok fűznek héja igen csekély értékű.

7.) A fűzönye, mint belföldi gyógyszer, többnyire tiszta és könnyebben hamisítlanul megőrzött vegykészítmény, mint a kinal.

8.) A fűzönye nem idézi elő ama kellemetlen tüneteket, melyeket a kénsavas kinal, cinchonin és a kina-kivonat szokott előidézni, mint : hányás, vérhő (orgasmus), fülzúgás stb., sőt nem okoz telítési undort, mint a kinakészítmények.

9.) Tapasztalás által maig nincs bebizonyítva, hogy a nemtisztított fűzönye, (mint némelyek hiszik), hatályosb volna a tisztítotttnál.

10.) A fűzőnye minden korban, viselőss asszonyok, és senyves egyénekben az egyszerű váltóláz ellen határozottan sikeres gyógyhatással bír.

11.) E szerint a fűzőnye oly gyógyszer, melyhez mindazon esetekben folyamodhatunk, melyeknél a beteg a kinalt nem tűri, vagy az nem hoz elő ohajtott sikert.

12.) Mindemellett egyes esetekben a kinalt kell elővenünk a szabányos rohamok eltávolítására oly esetekben, melyeknél a fűzőnye hatástalan volt. (Macari : Gazette méd. de Toscane ; — Journal de Pharmacie et de Chimie, Paris. 1855. T. XXVII. p. 393.)

A fűzőnyének lázelleni véti adagja 4 . . . 8 szemer lázszünet alatt, 2 . . . 8 óránként véve.

Én részint egyszerű váltóláz ellen, részint váltóláz által kifejlődött akár köszvény, akár vízkór ellen, a szegényebb sorsúaknál ajánlottam naponként két lat szikkadt fűzhéjat 1 . . . 1½ meszely vörös borban főzni meg, s levének felét reggel, felét este meginni. Kellő étrend mellett mind a váltóláz, mind a köszvényes lázroham, mind a vízkór elenyészett.

21.) *Zászpa kikerics* (*Colchicum autumnale*, *Zeitlose*) a nedves réteken Európaszerte, kivált Magyarországbán terem. Ősszel virágzik, egyszikű.

E növény kevesb bódító, több csikaró (s nagyobb adagban béllobot okozó) hatányanyagot tart magában. Az egész növény, nevezetesen annak gumója és magva, egy sajtóságos lugalfélét (alkaloid) foglal magában, mely *Pelletier* által 1820-ban állittatván elő, később *colchinin*-nak (kikericsal) neveztetett el ; — később *Oberlin* egy más hatályos szervi anyagot is talált a kikericsben, mely *colchicein* nevet kapott.

A kikerics készítményeiből használjuk az acetum, oxymel, tinctura és vinum colchici-t, ez utóbbiakból 8 . . . 30 csöppet adván be naponként nehányszor. Adtuk pedig ezeket a következő betegségekben :

1.) Régi idők óta hírt szerzett magának a kikerics a *vízi betegségek* osztatásában.

2.) Általánosan és sikerrel használtatik a *köszvény*-ben. (Schroff : Pharm. p. 593.)

3.) Minthogy pedig tapasztalán, hogy a kikerics csak

a köszvényben s a vízkórok azon eseteiben használ , melyek lázvegy következtében fejlődtek ; s minthogy az efféle vízkór szintúgy mint maga a köszvény is nem egyebek, mint az előrehaladott lázvegynék alakjai : azt következtetém , hogy , ha a kikerics használ a lázvegy előhaladott alakjai (köszvény , vízkór) ellen, méginkább használnia kell ugyanazon általános betegség korábbi és enyhébb alakja, — a *váltóláz* ellen. Megkísérlém. Írtam három ízben majd kikericslélt (*tra colchici*) majd kikericsbort (*vinum colchici*) a váltóláz minden, és harmadnap szabányu rohamai ellen : a váltóláz mind a három esetben elmaradt.

A *kikericsallal* (*colchicin*) tudtomra csupán *Guensberg* tr. Boroszlóban tett gyógykísérleteket. Ő rég köszvényben szenvedő agg betegeknek akkor, midőn fájdalmas ízületlobjaik által gyötörtettek , naponkint három ízben $\frac{1}{60}$ szemer kikericsalt adott be. E szer mellett csikaró hasmenést kaptak azok is, kik előbb székrekedésben szenvedtek. Három — négy héti használás után e szer oly hatást gyakorolt ama köszvényesekre hogy egész évig és tovább menten maradtak ízületgyötrelmekiktől, holott azelőtt 2 . . . 3 hónaponkint újabb ízületlob látogatta meg őket. (W. Mediz. Wochenschr. 1858.). Én igen valószínűnek tartom, hogy a kikericsal, mely $\frac{1}{60}$ -rész szemernyi adagaival oly erélyesen küzdi le a köszvényes ízületlob rohamait, még könnyebben fogja elháríthatni a lázvegynék lázas, ideges stb. rohamait.

22.) *Fehér zászpa* (*Veratrum album*, Weisse Niesswurcz ; Germer), egyszikű kikericsféle. Európa havasain otthonos , Kárpátainkon is találhatni. Ennek gyökeréből állította elő *Pelletier* és *Caventou* a *veratrin*-t (zászpa-al).

A fehér zászpa életi hatására nézve inkább csikaró, mint bódító hatányanyaggal bír , épen úgy, mint a kikerics ; azért a zászpának alkalmazása a betegnél csaknem azonos a kikericsével. A zászpa gyökere hatályos :

- 1.) Mint csikaró szék- és vizelethajtó *vízkórosok*-nál ;
- 2.) az idült *csúz* és *köszvény* roamaiban ;
- 3.) makacs *váltólázak*nál, kivált negyednapiaknál , s az *agy- és idegrendszer* izgatottsági vagy hanyatlási bántalmai-

ban. Ugyanezen gyógyjavalatokra nyer alkalmazást a *zászpa*-al [veratrin] is, melynek vétí adaga $\frac{1}{40}$. . . $\frac{1}{10}$ szemer.

Különösen jósikerűnek mutatkozott a *zászpa*-al belső használata a kehrángásban; rásztkór, méhszenv, heveny és idült csúz, köszvény, tüdőlob, mellhártyalobban stb., mindek fölött pedig az ezeknél enyhébb *váltólázban*.

23.) *Kocsántalan tölgy* (*Quercus robur*, Eiche), ez többi fajaival, sőt a növényország csaknem valamennyi fája *csersavat* (tannin) foglal magában.

E csersavnak legközelebbi *életi* hatása az, hogy az állati szövet hig fehérynéjét, melylyel a belekben, vérben stb. érintkezik, megalvasztja. Fanyar ízt s a száraz érdesség érzetét hagyja maga után. Nagy mennyiségű csersav a nyákhártyát magát is megtámadja.

Gyógyítási célból sikerrel adjuk a csersavat

a) a túlbő izzadás, takár, idült hörgehurut, vérzések, hasmenés és hugyár ellen ;

b) *váltóláz*, sáp, idegbajok stb. ellen.

A mi a *váltólázat* illeti, már *Pezzoni*, konstantinápolyi orvos, 1807-ben kinal-készítmény gyanánt dicsérte a csersavat a váltóláz ellen, sikeres eredményt tapasztalván annak belső használatától a kimerülés, sorvadás, aszály, sáp, erőhiány eseteiben, sőt a *lázrohamok* ellen is. (*Histoire de la Société de Méd. de Montpellier*. T. IV. 1807.). — *Chansarel*, bordeauxi orvos, 1840-ben dicsérte a csersav hatását váltóláz ellen; kísérleteiből következtette, hogy a csersavat lázellenes hatására nézve egyenlőnek lehet tartani a kénsavas kinnal. (*Bulletin médical de Bordeaux*, October 1840.).

Végre *Leriche* tr. „Du tannin, de son emploi en médecine, comme succédané du quinquina“ című, 1861-ben megjelent röpiratában, a csersavnak, mint a kinal pótszerének, gyógyhatásáról saját tapasztalatai nyomán ezeket mondja : hogy

a) a tiszta csersav, kellőleg adva, a félbenhagyó betegségeknek kitűnő ellenszere ;

b) ugyanazon valódi hatálylyal bír az egyszerű, szabályszerű, mindennapi váltólázak ellen ;

c) a csersav az ő kivonatásának könnyüisége, árának csekélyisége, és hatásának ártalmatlansága által megérdemli,

miszerint azt mind a kénsavas, — mind a többi kinal készítményeknek eléje tesszük ;

d) a csersav magában foglalja a jó pótszernek minden tulajdonságát. — Folytonos lázakban a csersav közép adaga 25 . . . 30 centigramm 180 gramm vivőben (vehiculum). A bármily szabányu váltólázakban a csersav adagolását másfél — két grammal kell kezdeni, a láz hevességéhez képest, s ezen adagot 2 . . . 3 órával kell adni a roham előtt. Két-három adag közönségesen elég a gyógyulásra ; némelykor azonban kénytelenek vagyunk, a napi adagot 4 . . . 5 grammra emelni . . . *Leriche* tr. mondja, hogy ő nem találkozott még oly lázzal, mely daczolt volna a csersavval. (Gazette hebdom. 1861. 52. sz. — Gyógyászat 1862. 7. sz.).

24.) *Fenyőfa* (*Pinus silvestris*), boróka (*juniperus*), bükk (*fagus*), nyír (*betulus*) s egyéb faneműek száraz lepárlásából különféle *kátrány* (*pix liquida*, Theer) származik, melynek leghatályosb egyik alkatrésze a *kreosot*. A kreosot úgy viszonylik a kátrányhoz, mint bármelyik növényal (alkaloid) ugyanazon növény kivonatához.

A kátrány, még inkább a kreosot, helyben izgat és éget; a fehérynét megalvasztja. Ha a kreosotból öt cseppet és többet adunk be egyszerre : gyomorégés, hányás, inger, okádás, csikaró hasmenés stb. támad; — nagyobb adag gyomor- és béllobot idéz elő.

Belsőleg eddig mind a kátrány mind a kreosot gyéren lőn használva: hörgetakár, hügykö, idült kütegekben és gümösödésben stb.

Külsőleg belégzésül idült tüdőhurutban, gümösödésben, főleg és pedig a többi közt legjobb sikerrel makacs *sömörfélekben* (herpetes).

Itt azon kérdés merül föl, vajjon miért hozom én föl a kátrányt és kreosotot a lázvegy elleni szerek között? Okaim következők :

1.) Mert a tapasztalás arról győzött meg, hogy a kátrány és kreosot csupán azon kóralakokban használ, melyek a lázvegy alapján fejlődtek. Ilyenek : a) az *ideges hányás* (Rayer); b) ideges hasmenés (Richardson : Dublin. press. 1851); c) hányszékelés (Aran, Popitsch : Med. Zeit. Russlands

1853. 7.); d) gyomorzsába (Arendt : Med. Zeit. Russl. 1852. 42. 43.); e) vérhas (Wittehoff : London Gazette, 1845.); f) orbáncz (Dalerue és Fahnenstock : Revue de thérap. med. chir. 1856.) g) sömörféle bőrbetegségek (Corneliani, *Hebra* stb.); h) mindennapi s harmadnapj váltólázak (Zwettkoff : Med. Zeit. Russl. 1853. 36. — Az elősorolt betegségek mindannyian a lázvegy alakjai.

2.) Akarván meggyőződni a felől, vajjon a sömörfélék gyógyítása végett a bőrbe kent *kátrány* csupa helyi behatása által gyógyít-e, vagy a vérbe szivatik föl : megkísérlem a kreosotot belsőleg adni be izzagos, sömrös, fakadékos stb. betegeknek. Az eredmény az lön, hogy körülbelül 4 . . . 12 hét alatt az idült küteg a csupa belszerelésre épen úgy meggyógyult, mintha azon idő alatt egész testét kátránnyal kenettem volna. — Tovább folytatám a kísérletet : hideglelős betegek egy részét kátránnyal kenettem be ; másik részének naponként 4—12 csöp kreosotot adtam be : mind a két rendű kísérlet által a váltóláz rohamai szintűgy és szintoly gyorsan elmaradtak, mintha azon betegek *kinált* vettek volna.

Ezen tapasztalatok engem meggyőztek egyfelől, hogy a kátrány és kreosot azért gyógyítják meg a sömörféléket stb. mivel azok a lázvegy alkati és idült alakjai; másfelől pedig, hogy a kátrány és kreosot azért gyógyítják meg a sömörféléket, s a lázvegyi egyéb kóralakokat, mivel a kátrány és kreosot *lázelleni, szabányelleni* gyógyszerek.

Az elősorolt huszonnégyféle hazai lázoszlátó növénynyel korán sincs kimerítve a lázvegyellenes gyógyszerek bőségszaruja.

„Longus post me (has plantas) ordo idem petentium decus“.

A váltólázat ugyanis nem csak a részletesen említett 24-féle hazabeli növényanyag hárítja el, hanem ezeken kívül hatályosak e tekintetben :

a) a növényi úgynevezett *vizelethajtók* (diuretica), mint a tövises *iglicz* (ononis spinosa), harang *czádmoly* (aquilegia vulgaris), seprő és szagos jeneszter (spartium scoparium et junceum), nyúl rekettye (genista tinctoria), vízi utifű (planta-go aquatica), boróka (juniperus communis), balzsamok ; a z *asparagin*, mely a *nyulárnyék*-ban (asparagus officinalis),

ziliz (althaea), és *higviricz* — (rad. liquiritiae) gyökérben, s a homályos helyeken nőtt hüvelyesek száraiban képződik. stb.

b) a *késérű gyomorerősítők*, úgymint az ürömnek (artemiszia) fajai, kivált a *fehér üröm* (art. absinthium); a *cziczfark* (achillea millefolium), vízi peszercze (lycopus europaeus); áldott csükküllő (centauria benedicta), sulymos csükküllő (cent. calcitrapa), késérű csészeszárny (polygala amara), pemetfü (marrubium), bárcs (cnicus); a nálunk kertekben tenyésztett tulipánfa (liriodendron tulipifera); kökény (prunus spinosa); diófa (juglans regia); cseresznye-, meggy-, szilva-, alma-, körtefák (prunus avium, cerasus, domestica, malus, pyrus) phloridzint tartalmazó héja; gyapjas foganótt (galeopsis grandiflora), téli magyal (ilex aquifolium) stb.

c) a *bélféreghajtók* egyszersmind *lázelleni* gyógyszerek, ú. m. erdei páfrán (polypodium filix mas), varádics (tanacetum), terpentin-olaj, (a *santonin* szintén lázellenes szer), rutafü, gyökönke (valeriana officinalis) stb.

A mondottakkal bevégezém értekezményem második részét, elmondván, *mikép és mennyi gyógynövény által gondoskodott a természet a nagyrészt általa okozott sebnek, — a lázvegynek — gyógyítása felől.*

A *lázvegy* az összes tájhoni betegségeknek körülbelül $\frac{1}{3}$ -át teszi nálunk. Ha szabad az $\frac{1}{3}$ -ról s a természet czélszerűségéből a másik két harmadra következtetni, hinnünk kell, hogy a természet, valamint a *lázvegy*, úgy a többi tájhonos betegségek gyógyításáról is gondoskodott „Ex uno disce omnes.“

Vannak betegségek, melyeket maig nem tudunk gyógyítani; ilyenek a szervi szívbántalmak, májszemesedés, Bright-kór, nyavalyatörés, gümösödés, rák stb. Ezeknél tekintetbe kell vennünk, hogy minden betegségnek van saját kora és fejlődése. Valamint az ember *gyermekkorában* képlékeny és hajlatag mint a *viasz*, *férfikorában* szilárd mint a *hegyi tölgy*, *aggykorában* megcsontosodván törékeny mint az *üveg*: úgy a betegség is kezdetben engedékeny és gyógyulékony; *tetőfokán*, mikor tölgyként mély gyökereket vert, nehéz kimozdítani helyéből; végre ha *szervüll* (megrögzik), üveg gyanánt előbb

török mint enged, azaz gyógyíthatlanná lesz. Mi orvosok a természetnek gyarló papjai vagyunk, kik Isis templomában a természettudományok eddigi világánál még csak botorkálunk. Hogy nem minden tájhonos betegséget bírunk gyógyítani, a hiány bennünk orvosokban van, mert nem kutattuk még ki a betegség okát és lényegét; nem ismertük föl a beteg valódi baját akkor, midőn az még gyógyíthatag volt; — avagy kellő helyén nem kerestük és nem találtuk meg a természetadta gyógyszert. Hazai gyógyszereinkkel úgy vagyunk, mint természeti ásványvizeinkkel néhány évtized előtt voltunk: a magyar orvos pesti és bécsi tanáraitól megtanulta, micsoda gyógyvizek vannak Csehországban, Ausztriában s Némethon egyéb tartományaiban; de alig hallotta, micsoda gyógyvizek vannak hazánkban. Így vagyunk gyógynövényeinkkel is: messze világrészekről drága pénzen hordjuk a természet adományait, s nem tudjuk, hogy *ittthon lábbal tipródunk azon növényen, mely sajgó sebeinkre írt rejt magában*. Megszokott gyarlóságunk az is, hogy nem azt becsüljük, a mink van, hanem azt, a mink nincs; s a gyógyszer is kedvesebb ha külföldi.

Mikor a lázoszatók legkitünőbbike, a *kínahéj* Amériká-ból Európába hozattott, lázelleni gyógyhatalmával bámulatra ragadta az orvosokat, s az újdonság ingerével is újabb foglalatásokat tevén, elhomályosította az elébb foganattal használt otthoni lázoszatókat. A hálátlan utókor már annyira elfeledé őrseink jötevő lázoszatóit, hogy ma már a gyógyszer-tanokban azokról csak alig „*quondam febrifugum remedium*“ szó-járással tétetik említés; ellenben mindenütt, hol váltóláz bármely szövödménynyel fordul elő, *kína* lett a jelszó; főleg 1820. óta, mikor *Pelletier* és *Caventou* a kínahéjban a hatályos növény-alat, a *kínalt* fölfödözte. — Jelenleg Magyarhon mintegy 600 gyógytárában (a katonai gyógytárakat ide nem számítva) évenként mintegy 42 mázsa kinal fogy el, a mit évenként több mint 400 ezer forinttal fizetünk meg a külföldnek.

Ha a kinal csakugyan azon egyedüli szer volna, mely minden lázelleni hatányanyagot nélkülözhetővé tenne, a kinalt pedig semmi egyéb szer nem pótolhatná: akkor meghajolnánk neki mindannyian, örvendvén, hogy bírjuk, és félvén

nehogy valaha nélkülözünk kelljen. Azouban ne legyünk elfogultak. Nekünk *nincs, nem is lehet, általános és föltétlen becsesel bíró gyógyszerünk; a kinal sem az.* Hazai orvostársim tudják, kivált kik síkon, andalgó folyamaink völgyeiben, Bács, Torontál, Temes stb. vármegyékben laknak, hogy a váltóláz nem lehet minden esetben leküzdeni kinal által; p. mikor a harmadnapos váltóláz rohamai oly tartósakká súlyosbodtak, hogy a hol az előbbi lázroham végét éri, ott közvetlenül kezdődik az utóbbi roham; mit tehetünk ily esetben a kinallal? A kinal e szerint nem egyetemes orvossága a lázvegynek.

Valamint a kinal nem küzd le a lázvegy minden alakját és szöveményét: úgy azt a mi növényalaink sem teszik külön véve. Oly szer, mely a lázvegy minden alakjának saját-szere legyen, épen úgy, mint az egyetemes orvosság fogalma, képtelenség.

Az óhajtott gyógyczél elérésére szükségesnek tartom, hogy *tanuljunk egyrészt a lázvegy kóreseteit, — másrészt a lázelleni szereket egyedesíteni* (individualisare); azaz megfigyelések és kísérletek útján törekedjünk megállapítani, a lázvegy mely alakjaiban czélszerűbb a kinalt magát, vagy a kinalnál hatályosb digitalint, atropint, colchicint, veratrint, — vagy a kinalnál enyhébb gentianint, menyanthint, apiolt, salicint, aesculint stb. adni be a betegnek? Az a szerencsés orvos, a ki a betegségeket nem csak felismerni, hanem egyedesíteni is tudja: még áldáshozóbb lesz az orvos működése, ha ez képes leend, látszólag egyenhatásu gyógyszerek közt, a betegség vagy a megbetegedett szerv mivoltához képest, választani.

Nem tagadhatni, hogy gyógyszereink bizonyos szervekre kiválólag és sajátyszerűleg hatnak; így az iblany és nadragulya a torokra, az aloë és anyarozs az ivarszervekre, a mákony és borlél az agyra, gyűszünke a szívre, stb.: szintúgy a lázelleni hazai szerek különböző szervekre különfélekép gyakorolnak hatást. Valamint a mákony, noha leghatályosb bódító, még sem pótolja a nadragulya, — borostyánmeggyvíz —, csalmatok és redőszírom különszerű hatását; úgy a kinal sem pótolja hazai lázelleni szereink hatását, sőt egyik lázelleni szer sem azonos a másikkal. Az orvosi gyakorlatnak legköze-

lebbi föladata, lázoszatóink különszerüségét, minőségi és mennyiségi hatásának fokozatait, kinyomozni. Ha e föladat meg lesz oldva, akkor mindegyik lázvegyi kóralak bírand *sajátszerrel*; mely esetben nem ezen sajátaszerek lesznek a kinal pótszerei (surrogatum), hanem megfordítva, a kinal leend hazai növényalaink pótszere.

Eddigi tapasztalataim nyomán megkísérlem orvosgyakorlati szempontból a lázvegy általánosb alakjai szerint lázelleni hazai szereinket egyedesíteni.

E tekintetben három osztályra különzöm el egyrészt a lázvegy alakjait, — másrészt hazai lázelleni szereinket:

I. Osztály. Ez magában foglalja a tiszta *váltólázat*, bármily szabánynyal lépjen föl; a lázvegy e legenyhébb alakja ellen használ a tarnics, üröm, cziczfark, eleczke, petrezsely, földepe, csükküllő, füz, páfrán, vadgesztenye stb., kiválólág pedig a külföldi kína.

II. Osztály. Ez magában foglalja a lázvegy azon alakjait, melyek váltólázszal vagy e nélkül, kiválólág a *zsába* (algia)-vagy *görcs* (kinesis) tünetei által szabányos rohamonkint, jelenkeznek; a lázvegy ezen alakjai ellen leghatályosb a nadragulya, bürök, és redőszírom, növényalaikkal együtt.

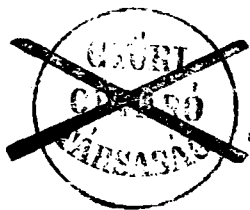
III. Osztály. Magában foglalja a lázvegy azon alakjait, midőn vagy a fölbenhagyó láz *alábbhagyó* (*folytonos*) *lázszá* emelkedik, vagy a váltólázi rohamokhoz terjedt *csúz* vagy *lob* társul. Ily esetekben a gyüszünke, zászpa, sisakfü, kikerics stb. vannak javalva, digitalin, veratrin, aconitin, colchicin stb. növényalaikkal együtt.

E tárgyat illetőleg a részletesb egyedesítés fölülmulja erőm csekélységét; ez több évtizedes tapasztalatnak és sok elfogulatlanul figyelő orvos közreműködésének leend föladata. Nem azok fogják az igazat földeríteni, kik vakon szokták hinni, a mit hallottak és olvastak, — hanem kik, nem elégedvén meg a hittel, szereik hatását ép és beteg egyneken figyelik meg, s kísérletek által a hitet magokban meggyőződössé érlelik; mert mint *Lessing* mondja: „A könyvekből mások tapasztalása nyomán szerzett vagyont *tanultságnak* híjuk, — a saját tapasztalásból merítettete

bölcsőségnek; ez utóbbinak legcsekélyebb tőkége többet ér, mint amannak sok milliója.“

Annak tudása, hogy hatályos lázelleni szerek teremnek hazánkban is, éleszsze föl bennünk magyar orvosokban ama hazafias ösztönt, miszerint törekedjünk hazai szereink gyógyerejével tapasztalatilag tisztába jöni, hogy alkalmazhassuk azokat ott, hol szintűgy sikerrel hatnak, mint a kinal, — még inkább ott, hol hazai szereink hatályosabbak a kinalnál.

Minden orvos tartsa kötelességének, nem alkalmazni más, — mint saját honában termett gyógyszereket, ha azt hátrány nélkül teheti; a mit leggyakrabban tehet is, elfogulatlanul figyelvén meg itthonos gyógyszereink hatását.



HATODIK KÖTET TARTALMA.

I. szám.

	Lap.
1) Az új elemző mértan történeti fejlődése s alapvonalai stb. Székfoglaló <i>Corzan Avenandó Gábor</i> lev. tagtól . . .	3—42
2) A Táttra szikla zúzádekaival. Székfoglaló <i>Kalkbrenner Károly</i> lev. tagtól	42—62
3) Az állandó nyomás és állandó térfogat melletti hőfoghato- ság különbségeiről. Székfoglaló <i>Greguss Gyula</i> lev. tagtól . . .	63—83
4) A víz ellenállásáról <i>Martin Lajos</i> lev. tagtól	84—152
5) Az idom idegek végződéséről. Székfoglaló <i>Balogh Kálmán</i> lev. tagtól	153—178
6) Adatok az <i>Orthotrichum Diaphanum</i> Schrad. Sporiának ki- fejlődés történetéhez. <i>Jurányi Lajos</i> orvos tudórtól . . .	179—206

II. szám.

1) A kamatos kamat számítás táblázatai stb. <i>Weninger Vincze</i> lev. tagtól	207—240
2) A kiházásitási tőkék biztosításánál előforduló tartalék szá- mitásának könnyebb módja <i>Weninger Vincze</i> lev. tagtól . . .	241—254
3) A Pesti Duna-csatorna s a hozzá kapcsolt minden remények valósítására alkalmas utak és módokról. Székfoglaló <i>Reit- ter Ferencz</i> lev. tagtól	255—252
4) Adatok a természet orvosi czélszerűségéhez stb. Székfoglaló <i>Poor Imre</i> lev. tagtól	353—396



1871